

EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

Comitato scientifico:

Simonetta Bassi
Università di Pisa

Umberto Bottazzini
Università Statale di Milano

Michele Ciliberto
Scuola Normale Superiore di Pisa

Giuseppe Da Prato
Scuola Normale Superiore di Pisa

Paolo Freguglia
Università di L'Aquila

Mariano Giaquinta
Scuola Normale Superiore di Pisa, Centro di ricerca matematica "Ennio De Giorgi", Presidente

Angelo Guerreggio
Università Bocconi di Milano

Michele Marini
Fourweb Service srl

Stefano Marmi
Scuola Normale Superiore di Pisa, tesoriere

Massimo Mugnai
Scuola Normale Superiore di Pisa

Pietro Nastasi
Università di Palermo

Luigi Pepe
Università di Ferrara

LEONARDO
PISANO

SCRITTI

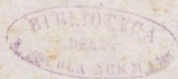
VOLUME I

SCUOLA NORMALE
SUPERIORE
510.8
F 443
(2)
RARI
PISA

V, III, 2

LA
PRACTICA GEOMETRIAE
DI
LEONARDO PISANO

SECONDO LA LEZIONE
DEL CODICE URBINATE n° 292
DELLA BIBLIOTECA VATICANA



10636

3894

510.81 (2)
F443 (2)
RARI
E

SCRITTI 2

D 1

LEONARDO PISANO 1

MATEMATICO DEL SECOLO DECIMOTERZO

PUBBLICATI

DA

BALDASSARRE BONCOMPAGNI

SOCIO ORDINARIO DELL'ACCADEMIA FORTIFICIA DE' NUOVI LINCEI E SOCIO
CORRISPONDENTE DELL'ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO.



VOLUME II. 3

(LEONARDI PISANI PRÆTICA GEOMETRIÆ ED OPUSCULA)

ROMA

TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE
VIA LATA NUM. 211 A.

1862



*Incipit practica geometrie composita a Leonardo pisano
de filijs bonaccij anno .M.^o cc.^o xx.^o*

fol. 4 recto.

ROGASTI AMICE DOMINICE ET REVERENDE magister, ut tibi librum in practica geometrie conscriberem; igitur amicitia tua coactus, tuis precibus condescens, opus iam dudum inceptum taliter tui gratia edidi, ut hi qui secundum demonstrationes geometricas: et hi qui secundum vulgarem consuetudinem, quasi laicalj more, in dimensionibus uoluerint operari super .viij. huius artis distinctiones, que inferius explicantur, perfectum inueniant documentum. Quarum prima est, qualiter latitudines camporum quatuor equales angulos habentium in eorum longitudines triplici modo multiplicentur. Secunda est de quibusdam regulis geometricis: et de inuentione quadratarum radicum in tantum quantum eis, qui per rationes solummodo geometricas uoluerint operari, necessarium esse putauit. Tertia de inuentione embadorum omnium camporum cuiuscunque forme. Quarta de diuisione omnium camporum inter consortes. Quinta de radicibus cubicis inueniendis. Sexta de inuentione embadorum omnium corporum cuiuscunque figure, que continentur tribus dimensionibus, scilicet longitudine, latitudine, et profunditate. Septima de inuentione longitudinum planitierum, et inuentione altitudinum rerum eleuatarum. Optata de quibusdam subtilitatibus geometricis. Tamen antequam ad harum distinctionum perueniam doctrinam, quedam introductoria necessaria preponenda esse putauit. Ad hec igitur secundum ingenij mei capacitatem perficienda, tunc correctionis aggressus fiducia, hoc opus curauit tuo magisterio destinare, ut que in eo fuerint emendanda, tua sapientia corrigantur.

Incipiunt introductoria:

PRÆCIVS est id quod nullam habet dimensionem, idest quod non potest diuidj. Linea est longitudo carens latitudine, cuius termini puncta sunt. Recta linea est que de puncto ad punctum recte protrahitur. Superficies quidem est que latitudinem, et longitudinem tantum habet, cuius termini sunt linee: et est plana, cum undique infra suos terminos super rectas lineas dilatatur. Planus uero angulus est inclinatio duarum linearum sese in plano tangentium, cum non iaceant indirecto; et est rectilineus, cum linee continentes angulum sunt recte. Cumque linea recta super lineam rectam steterit, feceritque circa se duos angulos sibi inuicem equales, dicitur rectus uterque angulus; et linea stans super ea, cui superstat, cathetus, siue perpendicularis appellatur. Amplius uero, uel obtusus angulus est qui maior est recto. Acutus namque qui minor recto inuenitur. Et terminus est finis rei. Figura quidem est que sub | uno, uel pluribus terminis iacet. Figura quidem rectilinea est que a rectis lineis circumdatur. Trilatera quippe figure sunt que sub tribus rectis lineis continentur.

Quadrilatera uero sunt que quatuor rectis lineis ambiuntur. Multilatera autem figure sunt que sub pluribus quam quatuor lateribus comprehenduntur. Circulus enim est quedam plana figura sub una linea contenta; que linea uocatur circumferens, uel periferia, infra quem est punctus: a quo omnes recte protracte ad circumferentem lineam sibi inuicem sunt equales: punctus uero ille centrum circuly appellatur. Cumque per centrum aliqua recta protracta fuerit, et terminata in utraque parte periferie,

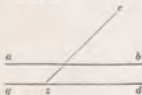
fol. 4 verso.



illa recta *d*iameter circuli nuncupatur, que diuidit circulum in duas equas portiones. Quarum una queque semicirculus dicitur. Portio uero circuli est figura, que continetur sub circuli periferia, et recta linea, siue maior, uel minor sit semicirculo. Sector uero circuli est quedam plana figura contenta sub duabus rectis a centro ad periferiam deductis, et arcu periferie ab ipsis rectis comprehenso. Recte linee, que in eadem superficie sunt, et ab utraque parte in infinitum protracte, et nunquam sibi inuicem concurrent, dicuntur equidistantes: in quibus si aliqua recta incidit, faciet duos angulos interiores ab una parte rectos, aut duobus rectis equales: et exterior angulus est equalis interiori angulo sibi opposito; et anguli qui permutati sunt, sibi inuicem equantur: ut si in duabus lineis equidistantibus *a.b.* et *g.d.* incidat quedam recta *e.z.*; anguli quidem *b.i.z.* et *i.z.d.* aut recti sunt, aut duobus equales rectis. Illud idem est ex angulis *a.i.z.* et *i.z.g.*; et exterior angulus *e.i.b.* interiori sibi opposito *i.z.d.* est equalis; et angulus *a.i.z.* ei, qui permutati (*sic*) iacet, scilicet angulo *i.z.d.* equatur: adhuc ergo et angulus *b.i.z.* angulo *i.z.g.* est equalis, ut in geometria ostenditur. Multa enim sunt que oportet scire eos, qui in mensuratione, et diuisione corporum, secundum subtilitatem geometricam procedere uolunt, que in euclide aperte monstrantur. Ex quibus sunt hec: super datam rectam, et terminatam constituere trigonum equilaterum: et datum angulum, uel lineam in duo equa secare: et super datam rectam a puncto dato in ipsa cathetum erigere: et super datam rectam a dato puncto, quod non sit in ipsa, cathetum ducere. Et recta super rectam duos angulos facit circa se duobus rectis equales. Et cum due recte se inuicem secant, duo anguli, qui sunt a uertice oppositi, sibi inuicem sunt equales. Et cum in duabus rectis recta incidit, et facit ab una parte duos angulos interiores, minores duobus rectis; si ab ipsa parte, a qua anguli sunt minores duobus rectis, ipse recte linee fuerint protracte, sibi inuicem concurrent. Et duarum linearum equalium et equidistantium due recte copulate fuerint, ipse sibi inuicem equales, et equi distantes erunt. Et ad datam rectam, ad quod in ipsa punctum datum, dato angulo rectilineo, equalem angulum rectilineum constituere. Et per datum punctum date recte equidistantem rectam lineam ducere. Et trigona, et parallogramina super equas bases: uel super eandem basem inter easdem equidistantes constituta, sibi inuicem equalia sunt, scilicet trigonum trigono: et parallogramum parallogramo, etiam parallogramum duplum est trigono. Dicitur enim parallogramum figura, que habet latera opposita equalia, et equidistantia; cuius anguli oppositi sibi inuicem sunt equales: et *d*iameter etiam secat ipsum in duo similia trigona, et equalia; etiam si aliquod latus trigoni ab aliqua parte protrahatur, tunc faciet unum angulum extra ipsum trigonum, qui erit equalis duobus angulis sibi oppositis infra trigonum existentibus; et tres anguli cuiuslibet trigoni duobus rectis equantur. Et eidem equalia, et alternis equalia sunt. Et si equalibus equalia apponantur, tota sunt equalia. Et si ab equalibus equalia auferantur, que relinquuntur, sunt equalia. Et si inaequalibus equalia apponantur, tota sunt inaequalia. Et si ab inaequalibus equalia auferantur, reliqua sunt inaequalia. Et eiusdem dupla equa sibi inuicem sunt, et eiusdem dimidia alternis equalia sunt; et super se inuicem coaptata sibi inuicem equalia sunt. Et totum sua parte maius est. Et due recte spatium non continent. Sine his omnibus, et sine radicum inuentione, ipsi qui secundum uulgarem modum procedere uoluerint:

fol. 2 recto.

* et equidistantium inuicem equalis * (fol. 1 verso, marginis inferiore sinistro); pag. 2, lin. 25-26)



cum his que ostendam inferius, conuenienti loco poterunt sufficienter procedere. His ita determinatis; cum quibus mensuris mensurentur agri, breuiter proposui explicare.

Quidam enim mensurare consueuerunt agros cum mensuris cubitalibus, uel ulnis, aut cum passibus. Alij cum perticis, siue cum alio quolibet mensurabilij instrumento; quolibet tamen suprascriptarum mensurarum intelligenda est quandoque linealis, quandoque superficialis. Linealis est que sola longitudine constat. Superficialis que tantum habet in longitudine, quantum in latitudine, et in se ipsa quadrata existens, et quatuor rectis constat angulis. Ex his superficialibus mensuris quidam in multiplicando colligunt quandam quantitatem, quam uocant iugerum, uel aripennium, siue carrucam, siue tornaturam, uel culturam, uel alias quantitates, que alijs censentur uocabulis. Ego uero, secundum pisanorum incedere uolens consuetudinem, a pertica summam initium. Pertica pisana linealis, sex linealibus pedibus constat: pes uero linealis decem et octo punctis linealibus constat. Pertica quoque quadrata, scilicet superficialis, sex pedibus superficialibus constat. Habet enim pes superficialis unam perticam in longitudine, et sextam partem pertice in latitudine. Vntia uero superficialis habet unam perticam in longitudine, et optauam decimam partem longitudinis pedis in latitudine. Quare superficialis pes est sexta pars superficialis pertice. Vncia superficialis est octaua decima pars superficialis pedis, uel centesima optaua pars superficialis pertice. Item superficialis pertica continet in se denarios .xxxvi. de mensura; et ita contingit unicuique pedi denarij sex: et uncia superficialis est tertia pars denarij. Denarius quoque habet unum pedem in longitudine, et unum in latitudine; et ita denarius quadratus ex quatuor rectis constat angulis: et sic denarius est trigesima sexta pars totius pertice superficialis. Quatuor quidem pertice superficiales faciunt quandam mensuram, que uocatur scala. Quinque enim superficiales pertice, et semis faciunt unum panorum. Sexaginta nempe, et sex pertice quadrate faciunt mensuram quandam, que uocatur steriorum, ad quam uenduntur, et emuntur agri in episcopatu pisano; et ad quam mensuram colligere embada, hoc est areas camporum monstrabo: ex suprascripto uero stioro multiplicato colligitur quedam alia suma (*sic*), siue quantitas, que uocatur modiorum. Est enim modiorum id quod continet in se stiora .xxij.⁶⁷

fol. 2 verso.

Item scale .xvi et semis sunt stiorum unum; et scala una est undecima pars de duabus tertijs stiori; uel est scala soldi .xij. de mensura. Rursus panora .xij. sunt stiorum unum; quare panorum est duodecima pars stiori; et est panorum soldi .xvi, et stiorum est soldi .xcviii. Mensurantur quidem agri, et spatia domorum cum perticis, et pedibus, et uncis linealibus. Sed camporum embada colliguntur in stioris, et panoris, et soldis, et denarijs, uel in partes unius panori: domorum quoque spatia colliguntur in scalis, et in partibus scale, et in soldis, et denarijs. His ita explicatis, ostendendum est, quid ex multiplicatione perticarum, et suarum partium in suprascriptis mensuris eueniat. Quicquid enim multiplicatur in perticam uel perticas, illud idem procedit ex ipsa multiplicatione: ut si pertica, uel pertice multiplicentur in perticas, quicquid ex multiplicatione colligitur, pertice erunt. Verbi gratia: tres pertice in nouem perticas multiplicata, faciunt perticas .xxvij. Et si pertica, uel pertice multiplicentur in panora, uel panora in perticas, quicquid ex multiplicatione consurgit, erunt panora. Verbi gratia: tres pertice multiplicata in nouem panora, uel nouem panora in tres

perticas, faciunt panora .xxvij.; et ita intelligendum est de multiplicatione perticarum in scalas, et stiora, et modiora; uel ex multiplicatione scararum, et stiorum, et modiorum in perticas. Rursus pedes multiplicati in perticas, uel pertice in pedes, erunt pedes, siue medij solidj. Verbi gratia: tres pedes multiplicati in perticas nouem: uel nouem pertice in pedes tres, erunt pedes .xxvij., scilicet solidi xiiij., et $\frac{1}{2}$ de mensura. Item uncie multiplicatæ in perticas, uel pertice multiplicatæ in uncias faciunt uncias, uel tertias unius denarij. Verbi gratia: uncie .iij.^{or} multiplicatæ in perticas nouem, uel e contra, surgunt in uncias .xxxvij., hoc est in denarijs .xj. mensurę. Adhuc pedes multiplicati in pedes surgunt in denarios. Verbi gratia: pedes tres multiplicati in pedes quinque surgunt in denarios .xv. Iterum pedes multiplicati in uncias faciunt octauas decimas unius denarij. Et uncie multiplicatæ in uncias faciunt octauas decimas partes | octauę decimę partis unius denarij, scilicet tercentimas uigexas quartas unius denarij.

fol. 3 recto.

Et nota quia semper measure que multiplicantur sunt lineales; et que colliguntur ex multiplicatione earum sunt superficiales. Nec non sciendum est, quod pertice .100. superficiales sunt stiorum unum et dimidium; et insuper pertica una, et centenarium scararum est stiora sex; et insuper scala una, et centenarium panorum est stiora $\frac{1}{2}$ s. Item quia soldj $\frac{1}{2}$ 16 sunt panorum unum; ergo soldj .33 sunt panora .2.; et soldj $\frac{1}{2}$ 49 sunt panora .3.; et soldj 63 sunt panora .4.; et soldj $\frac{1}{2}$ 82 sunt panora .5.; et soldj .99. sunt panora .6. Item scale $\frac{1}{2}$ 3 sunt panora .4.; et scale .11. sunt panora .8. Et nota quia ideo facimus mentionem de scalis, quia quidam utuntur colligere mensuras terrarum in scalis; et de ipsis scalis faciunt panora. Vnde nos relinquimus in hoc opere laborem de ipsis scalis; et docebimus colligere mensuram terrarum per stiora, et per panora, et per soldos, et per denarios. Vnde dicendum est, quod pertice $\frac{1}{2}$ 5 multiplicatæ in perticas quotlibet, tot panora ex multiplicatione eueniunt, quot fuerint ille pertice, in quas pertice $\frac{1}{2}$ 5 multiplicatæ fuerint: quare pertice .11. multiplicatæ in perticas quotlibet reddunt tot panora bis, quot ille pertice sunt: quare pertice $\frac{1}{2}$ 16 multiplicatæ in perticas quotlibet reddunt tanta panora ter; et pertice .22. quater tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 27 quinques tanta; et pertice .33. sexies tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 38 septies tanta; et pertice .44. octies tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 49 nouies tanta; et pertice 53 decies tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 60 undecies tanta. Similiter et si pertice .66. multiplicatæ sint in perticas quotlibet, duodecies tanta panora egrediuntur ex multiplicatione illarum perticarum, in quas pertice .66. multiplicatæ fuerint, hoc est tot stiora, quot fuerint ille pertice: propter quod et pertice 132. multiplicatæ in perticas quotlibet faciunt bis tanta stiora; et sic intelligas de similibus. Et hoc est quod diximus superius de panoris, et stioris, et modioris multiplicatis in perticas; quia illud idem est multiplicare perticas .22. in perticas .3., quod panora .4. in perticas .3. Est enim illud idem multiplicare perticas .132 in perticas quotlibet, quod multiplicare stiora .2. in easdem perticas. Et notandum, quod pertica una in latitudine, et $\frac{1}{2}$ 5 in longitudine est panorum unum; et pertica una in latitudine, et duplum de perticis $\frac{1}{2}$ 5. in longitudine est duplum unius panorj; et sic intelligas de triplo, et quadruplo et de alio quouis multiplice perticarum $\frac{1}{2}$ 5, quod fuerit in longitudine, et pertica una in latitudine. Item pertica una in latitudine, et pertice .66. in longitudine est stiorum unum. Quare

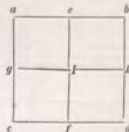
pertice due in capite, et pertice .66. in longitudine sunt stiora .2.; et pertice .3. in capite, et pertice .66. in longo sunt stiora .3.; et sic intelligatur in similibus. Rursus duplum de pertica una in capite, et dimidium perticarum .66. in longum est unum stiorum; et triplum unius pertice in capite, et tertium de perticis .66. in longum est similiter stiorum unum: et hoc intelligas | de alio quouis multiplice unius pertice, si fuerint in capite; et ex eadem parte de perticis .66., si fuerint in longum. Vnde si queratur, cum pertice .6. fuerint in capite alicuius campi quadrati, quot pertice erunt in longo ipsius, ut perficiatur stiorum; tunc quia .6. est sexcuplum de pertica una, sextum de perticis .66., scilicet .11. accipies, et habebis longitudinem ipsius agri. Item si in capite fuerint pertice .7., perficietur stiorum: si in longum habueris septimam de perticis 63, egredientur pertice .9.; et de perticis tribus que restant á .63 usque in 66 fac pedes, erunt pedes .18.; quos diuide per .7., exibunt pedes .2, et restant pedes .4. diuidendj: ex quibus fac uncias, erunt uncie .72.; quas diuide per .7, exibunt uncie $\frac{2}{7}$ 10; et sic habemus perticas .9., et pedes .2, et uncias $\frac{2}{7}$ 10 pro $\frac{1}{7}$ perticarum .66.: sunt enim hec ualde utilia, ut in suo demonstrabitur loco.

Incipit distinctio prima de multiplicatione latitudinum camporum quadratorum rectos angulos habentium in eorum longitudine, in quibus multiplicationibus eorum embada continentur.

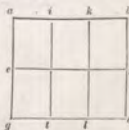
Si uolueris metiri campum quadrilaterum: equilaterum: et equiangulum .a.b.c.d. habentem in singulis lateribus perticas .2. Dico quod eius area est illud quod colligitur ex multiplicatione lateris .a.c. in latus .a.b. sibi contiguum, scilicet duarum perticarum in duo; et sic est eius embadum perticarum .4. superficialiam. Diuidantur autem linee .a.b. et .c.d. in duo equalia super puncta .e.f.; et protrahatur linea .e.f. Item diuidantur linee .a.c. et .b.d. in duo equalia super puncta .g.h., et protrahatur linea .g.h.; et sic erit diuisum quadrilaterum .a.b.c.d. in quatuor quadrata equalia et ortogonia, quorum unumquodque habet in singulis lateribus perticam unam; et sic sunt pertice .4. superficiales in toto embado quadrilateri .a.c.d.b. Est enim .a.e. recta equalis, et equidistans recte .c.f.; quare recta .e.f. est equalis et equidistans linee .a.c.; et .e.f. est equalis et equidistans linee .b.d.; cum ei sit equidistans et equalis linee .a.c.: similiter enim inuenietur linea .g.h. equidistans et equalis utrique linee, scilicet .a.b. et .c.d.: et quoniam linea .e.f. equidistans est linee .a.c., et linea .a.e. linee .c.f.; angulus ergo .a.e.f. angulo .a.c.f. sibi opposito est equalis. Rectus quidem qui sub .a.c.f. Rectus uero qui sub .a.e.f.: propter eadem ergo ostendetur rectus angulus .e.f.c., cum sit equalis recto angulo .c.a.e. Quare ortogonium est quadrilaterum .e.a.c.f., et continet in se duas perticas quadratas, quarum una est .e.a.g.i. quadrilaterum, et alia est .i.g.c.f. Ostenditur enim per supradicta omnes angulos esse rectos, qui ad .I., nec non et angulos, qui ad .g. et ad .h. Nam superficies .e.c. continet dimidium superficiei .b.c.; quare et superficies .e.c. superficiei .e.d. est equalis: ergo totius superficiei .a.d. embadum est $\frac{1}{2}$ perticarum, ut prediximus. Item sit quadrilaterum longum rectiangulum .a.b.g.d., in cuius capita opposita, scilicet in .a.g. et .b.d. sint pertice due, et in unoquoque reliquorum laterum sint pertice tres. Dico quod eius embadum est perticarum .6., quod colligitur ex multiplicatione unius capitis in unum laterum, scilicet de .2. in .3.: ad hec itaque demonstranda, diuidatur recta | .a.g. et .b.d. in duo equalia

fol. 3 verso.

* in duo recte .a.f. + (fol. 3 verso, lin. 16-21; pag. 5, lin. 22-28).



* capitis in unum diuiditur recta + (fol. 3 verso, margine inferiore interius; pag. 5, lin. 42-43).

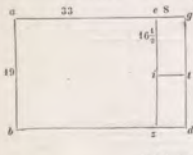


fol. 4 recto.

super puncta .ez.; et copuletur recta .ez.; et diuidatur utraque rectorum .ab. et .gd. in tria equalia super puncta .i.t. et .k.d.; et copulentur recte .it. et .kl; tunc ostendetur per supradicti quadratj doctrinam, totum quadrilaterum .abgd. in sex quadrilatera equalia et ortogonia esse diuisum, quorum unumquodque continet in singulis lateribus perticam unam: denique his per demonstrationes ostensis, qualiter latitudines dictorum camporum per longitudinem multiplicari debeant, ostendamus. Si uoluerimus multiplicare perticas .7. in latitudinem per perticas 23. in longitudinem, multiplica primum perticas .7. per perticas .23., scilicet per panora .4., egredientur inde panora .28. superscripta ratione: deinde multiplica unam perticam, que remanet de .23., per .7., erunt pertice quadrate .7.; ex quibus pertice $\frac{1}{2}$ 3 sunt panorum unum; et pertica $\frac{1}{2}$ 1. que remanet, est soldi $\frac{1}{2}$ 4; et sic habemus in summa panora 29, et soldos $\frac{1}{2}$ 4 mensure, hoc est statoria .2., et panora 5, et soldos $\frac{1}{2}$ 4.

Item si uolueris multiplicare perticas .13 per perticas .31., multiplica primum perticas .11., scilicet panora .2., per perticas .31., erunt panora .62., scilicet duplum de .31.: deinde perticas .2., que remanent ex ipsis perticis .13., multiplica per perticas .31., erunt pertice 62. quadrate, que sunt panora .11., et denari .18.; que adde cum panoris .62 inuentis, erunt panora .73., et denari .18.; que diuide per .12.: ideo quia stariorum est panora 12., exhibunt statoria .6., et panorum vnum, et denari .18. mensure. Item si uolueris multiplicare perticas 19. per perticas .41., multiplica primum perticas 19. per perticas .33., erunt media statoria .19., scilicet statoria $\frac{1}{2}$ 9.: deinde multiplica .8., que remanent de .41. per perticas $\frac{1}{2}$ 16, erunt panora .24.; quibus additis cum starioris $\frac{1}{2}$ 9, erunt statoria $\frac{1}{2}$ 11. Item quia remanent pertice $\frac{1}{2}$ 2, extractis perticis $\frac{1}{2}$ 16 de perticis .19., multiplicabis ipsas perticas $\frac{1}{2}$ 2 iterum per superscriptas perticas .8., erunt pertice .20. superficiales; ex quibus pertice $\frac{1}{2}$ 16 sunt panora .3; et relique pertice $\frac{1}{2}$ 3 sunt soldi $\frac{1}{2}$ 10; quibus panoris .3., et soldis $\frac{1}{2}$ 10. additis cum starioris $\frac{1}{2}$ 11, faciunt in summa statoria .11., et panora .9., et soldos $\frac{1}{2}$ 10. Cuius multiplicationis causam uolo demonstrationibus declarare. Esto quadrilaterum longum .abgd. continens in unoquoque capite, que sunt .ab. et .gd., perticas .19.; et in uno quoque longiorum laterum, que sunt .ag. et .bd., perticas .41.; accipiat ex latere .ag. linea .ae. constans ex perticis .33., remanebit linea .eg. perticarum .8. Similiter ex linea .bd. accipiat ex latere .bz. equalis lineae .ae.; et copuletur recta .ez., eritque .ez. perticarum .19., cum sit equalis et equidista utrique lineae .ab. et .gd. Et zd quidem est equalis lineae .eg., scilicet perticis .8. Rursus ex lineis .ez. et .gd. accipiantur recte .ei. et .gt., quarum unaqueque sit perticarum $\frac{1}{2}$ 16; et copuletur recta .it., eritque linea .it equalis utrique lineae .eg. et .zd. Cumque ex lineis .ez. et .gd. auferantur lineae .ei. et .gt., quarum unaqueque sit perticarum $\frac{1}{2}$ 16, remanebit unaqueque rectorum .iz. et .td. perticarum $\frac{1}{2}$ 2: cum itaque multiplicauimus superius perticas .19. in .33; tunc habuimus embadum quadrilateri .az, et remansit nobis quadrilaterum .ez. dg. ex toto quadrilatero .abgd.; et fuit area quadrilateri .eabz. statoria $\frac{1}{2}$ 9: deinde cum multiplicauimus .8. in perticas $\frac{1}{2}$ 16, scilicet in panora .3., habuimus statoria .2. pro embado quadrilateri .e.i.t.g. Rursus cum multiplicauimus perticas $\frac{1}{2}$ 2. in perticas .8., tunc habuimus perticas .20. quadratas, scilicet panora .3., et soldos $\frac{1}{2}$ 10 mensure pro embado quadrilateri .i.z.d.t. Nam tria quadrilatera .az. et .e.t. et .t.z. toti quadrilatero .abgd. equantur; et hoc uolumus demonstrare. Item si

* eg et zd, . . . quorum unaqueque = (sol. 4 recta, mensura inferioris interioris) pag. 6, lin. 34-35).



sol. 4. uera.

uis multiplicare perticas .25. per perticas .52., multiplica primum perticas .22. ex ipsis perticis .25., scilicet panora .4., per perticas .52., erunt tertie unius starii .52. propter panora .4., que sunt tertia pars unius starii. Sunt enim tertie .52. starii statoria $\frac{1}{2}$ 17: deinde perticas .3., que remanent á 22 usque in .25., multiplica per perticas $\frac{1}{2}$ 49 ex illis perticis .52. scilicet per panora .9., erunt panora .27.; quibus additis cum stariis $\frac{1}{2}$ 17, reddent statoria .19., et panora .7.: post hoc multiplica ipsas perticas .3. per perticas $\frac{1}{2}$ 2, que sunt á $\frac{1}{2}$ 49 usque in .52., erunt pertice $\frac{1}{2}$ 7, scilicet panorum unum, et soldi .6; et sic habebis in summa statoria .19., et panora .8., et soldos .6.: uel aliter multiplica 25 per 52, erunt pertice 1300., que sunt statoria 13 cum totidem medijs stariis, et insuper pertice .13., scilicet statoria .19., et panora .8., et soldi .6., ut predixi. Item si uis multiplicare perticas .31. per perticas .69., multiplica primum perticas .31. per perticas .66., scilicet per stariorum unum, erunt statoria .31. Item multiplica 3, que remanent á 66 usque in .69., per perticas .31., erunt pertice 93, que sunt panora .17, minus denari .18.; et sic habemus in summa statoria .32., et panora .5., minus denari .18. Item si uis multiplicare perticas 43. per perticas 83., multiplica primum perticas 43. per perticas $\frac{1}{2}$ 82., scilicet per panora .15., erunt panora quindecies .43., scilicet statoria 43. cum totidem quartis, hoc est statoria $\frac{1}{4}$ 53: deinde multiplica perticas $\frac{1}{2}$ 2, que remanent ab $\frac{1}{2}$ 82 usque in .85., per perticas .43.; tamen multiplicabis primum ipsas perticas $\frac{1}{2}$ 2 per perticas .32., scilicet per panora .6., erunt panora .15.; que adde cum stariis $\frac{1}{4}$ 53, erunt statoria .55.: et multiplicabis iterum ipsas perticas $\frac{1}{2}$ 2 per perticas .19., que remanent a 33 usque in .43., erunt pertice 25., que sunt panora .4., et soldi .9.; et sic habebis pro quesita multiplicatione statoria 55., et panora 4 et soldos 9. Item si uis multiplicare perticas .54. per perticas .113., multiplica primum perticas .54. per perticas .110., scilicet per panora 29., erunt panora 1690.; quibus diuisis per .12. reddant statoria .90.: deinde multiplicabis perticas .3., que remanent á 110. usque in .113., per perticas .54., hoc est per panora 9 et perticas $\frac{1}{2}$ 4., erunt panora 27., et pertice $\frac{1}{2}$ 13, hoc est panora .29., et soldi $\frac{1}{2}$ 7.; quibus additis cum stariis 90, faciunt statoria 92., et panora 5., et soldos $\frac{1}{2}$ 7. Item si uis multiplicare perticas .72. per perticas 149., multiplica primum perticas .66. per perticas .149., erunt statoria .149.: deinde multiplica perticas .6., que remanent á 66 usque in .72, per perticas 149.; tamen primum per perticas 132, scilicet per statoria .2. et postea per perticas .17, que remanent á 132 usque in .149., erunt statoria .12., et pertice .102., hoc est statoria .13., et panora 6, et soldi 9.; quibus additis cum stariis .149., faciunt statoria 162, et panora 6, et soldos .9.

Nunc satis dictum est de multiplicatione perticarum integrarum in integras, modo de multiplicatione earumdem cum pedibus dicere uolumus: et quia cum multiplicatur pes in perticas quotlibet, ut dictum est, ueniunt tot medijs soldi, quot sunt ille pertice: si duo pedes multiplicantur in perticas, ueniunt tot soldi, quot sunt ille pertice. Et si pedes .3. multiplicantur in perticas, ueniunt tot soldi, quot sunt pertice, et insuper totidem dimidij soldi. Et si pedes .4. multiplicantur in perticas, ueniunt duplicati soldi. Et ex pedibus .5 multiplicatis in perticas ueniunt item duplicati soldi ipsarum perticarum, et insuper totidem dimidij. Et ex multiplicatione pedum in pedes ueniunt denari, ut supra diximus.

Sic uis multiplicare perticas .12 et pedem .1. per perticas .25. et pedes .2., multiplica

*Numeratio pedum
usque in undecim.*

fol. 5 verso.

primum perticas 12 per perticas 25, erunt panora 54, et soldi .9.: retineas panora in manu dextra, et soldos in manu sinistra: deinde multiplica pedem .1. per perticas 25., erunt soldi $\frac{1}{2}$ 12; quos adde cum soldis 9., erunt in manu sinistra soldi .21; et cum pedibus retineas drios (sic) 6., qui super sunt super illis soldis .21. Signa uero pedum sunt hec: positio puncte pedis sinistri super punctam dextri signat .1.: positio puncte sinistri super floccam dextri .2.; tactus calcanei dextri cum puncta pedis sinistri .3.; ducere pedem sinistrum post dextrum, et tangere punctam pedis dextri ab exteriori parte cum puncta sinistri .4.; ab eadem parte tangere cum puncta pedis sinistri nodum siue floccam dextri .5.: alia quinque signa sunt per ordinem eodem modo cum pede dextro tangendo sinistrum; undecimum uero signum est, cum ponitur calcaneum pedis dextri super floccam pedis sinistri: pluribus signis non indigemus, cum denari .12 faciunt unum solidum, qui soldus retinetur in manu sinistra. De signis manuum nil dicendum est, cum ipsa sciant omnes, qui sciunt abbacum. Vnde reuertamur ad propositum: multiplicabis iterum pedes .2. per perticas .12, erunt soldi .12.; quibus additis cum soldis $\frac{1}{2}$ 21 seruatis, faciunt soldos $\frac{1}{2}$ 33. Item multiplicabis pedem .1. in pedes .2., erunt denari .2.; quos adde cum denarijs .6., qui seruantur in pedibus, erunt denari .8.; quos serua iterum cum pedibus; et sic habebimus panora .54., et soldos .33., et denarios .8., scilicet stariora .4., et panora .8., et denarios .8. pro quesita multiplicatione. Item si uis multiplicare perticas .17, et pedes .2. per perticas .36, et pedes .3., multiplica primum perticas .17. per perticas .36., erunt stariora .9., et panora .3., et soldi $\frac{1}{2}$ 4; retineas stariora in corde, panora retineas in manu dextra, soldos in sinistra, denarios in pedibus; super que omnia adde multiplicationem de pedibus .2. in perticas .36., scilicet soldos .36.; et multiplicationem de pedibus .3. in perticas .17., scilicet soldos $\frac{1}{2}$ 25.; et multiplicationem de pedibus .3. in pedes .2., scilicet denarios .6.; et quotiens excreuerint tibi soldi in manu sinistra, fac ex eis panora quotienscumque poteris; et sic habebis in summa stariora .9., et panora 7, et denarios .6. Item si uis multiplicare perticas .26, et pedes .4. per perticas .43., et pedes .3., multiplica primum perticas .26. per perticas .43., que sunt stariora .16., et panora .11., et soldi $\frac{1}{2}$ 4. Item multiplica pedes .4., scilicet soldos .2., per perticas .43., erunt soldi .86., scilicet panora .3., et soldi $\frac{1}{2}$ 3.; item multiplica pedes .5., scilicet soldos $\frac{1}{2}$ 2 per perticas .26, erunt soldi .65: item multiplica pedes .4. per pedes .5, erunt denari 20.; quibus quatuor multiplicationibus in unum coniunctis, faciunt in summa stariora .17., et panora .8., et soldos 8., et denarios .8. Sj uis multiplicare perticas .28., et pedem .1., et uncias .7. per perticas .53., et pedes .5., et uncias .12; multiplica primum perticas .28., et pedem .1. per perticas .53., et pedes .5., erunt stariora .22, et panora .11., et soldi .11., et denari .5; deinde multiplica uncias .7., scilicet denarios $\frac{1}{2}$ 2, per perticas .53.; tamen primum per 48., scilicet per soldos .4., et postea per denarios .5., erunt soldi .10., et denari $\frac{5}{2}$ 2.: item multiplica uncias 12., scilicet denarios .4., per perticas .28.: primum quidem per .24., scilicet per soldos .2., et postea per .4., erunt soldi .9., et denari 4.: post hoc multiplica uncias .7. per pedes .5., et uncias .12. per pedem .1., erunt sexte unius uncie 47, scilicet denari $\frac{11}{16}$ 2; et multiplica uncias .7. per uncias .12, erunt $\frac{11}{16}$ unius denarij, de quibus mentio facienda non est, cum non sint uncia .1.: adde ergo reliquas multiplicationes in unum, reddent pro tota summa stariora .23., et soldos .14., et denarios .9. Item si uis multiplicare perticas .37, et pedes .2., et uncias $\frac{1}{5}$ 5 per perticas .67, et pedes .4., et uncias $\frac{1}{10}$ 10, multiplica primum perticas .37., et

pedes .2., et uncias .5. per perticas .67, et pedes .4; et uncie .10. erunt stariora .38., et panora .4., et soldi .8., et denari .5. et parum amplius : super que adde multiplicationem de tertia unius uncie in perticas .67, et pedes .4., et uncias $\frac{1}{2}$ 10., scilicet parum amplius de unciijs $\frac{1}{2}$ 22. Et addes etiam multiplicationem de quarta unius uncie in perticas .37, et pedes .2., et uncias $\frac{1}{4}$ 5., scilicet parum minus de unciijs $\frac{1}{4}$ 9, erunt in summa stariora 38, et panora .4., et soldi .9., et denari .5. parum minus. Et sic crebro studio utendo suprascriptis multiplicationibus poteris habere notitiam similium.

Si uolueris multiplicare perticas .17, et pedes .3. in perticas .28., et pedes .4., collocabis pedes lateris longioris sub pedibus lateris breuioris, et perticas sub perticis, scilicet pedes .4. sub pedibus .3.; et post ipsos pedes pone perticas .28. sub perticis .17. uersus sinistram retro, ut hic ostenditur; et multiplicabis pedes .3. per pedes .4., erunt denari .12.; quia cum multiplicamus pedes in pedes, egrediuntur ex multiplicatione denari, ut dictum est. Serua ergo pro illis denarijs .12., solum .1. in manu sinistra; et multiplicabis pedes .3. per perticas | 28; et pedes .4. per perticas .17 in cruce, secundum quod docui in multiplicationibus duarum figurarum contra duas in libro maioris guice abbaci; sed dimidiabis has multiplicationes multiplicando; hoc est multiplicabis dimidium pedum .3. in .28., uel dimidium de 28. in .3. Similiter multiplicabis dimidium pedum .4. per 17., uel dimidium de 17. per 4.; et hoc facies, quia ex multiplicato pede in perticam, egreditur inde pes, scilicet medietas unius soldi: quare multiplicatio pedum .3. in dimidium perticarum .28., scilicet in .14., faciunt soldos 42; quos adde cum soldo .1. seruato in manu, erunt soldi .43. in eadem manu; et multiplicatio medietatis pedum .4. in perticas .17. facit soldos .34; quibus additis cum soldis 42., faciunt soldos .77.; ex quibus facies panora, erunt panora .4., et soldi .11. Serua quidem bis panora in manu dextra, et soldos in sinistra : post hec multiplicabis perticas .17 per perticas .28 per demonstratum modum; quia de multiplicatione perticarum in perticas satis subtiliter dictum est superius; et habebis in summa stariora .7, et panora .7., et soldos .3, et denarios .6.

Et Si uolueris multiplicare tantum perticas .19. in perticas .41., et pedes .4., collocabis perticas .41. sub perticis .19.; et in loco pedum ante .19. pones zefirum; et sub ipso ante perticas .41. pones pedes .4., ut hic ostenditur; et multiplicabis zefirum per pedes .4., faciet zefirum; et zefirum per dimidium de 41 faciet iterum zefirum; medietatem de pedibus .4. in .19. faciunt soldi 38., qui sunt panora .2. in manu dextra, et soldi 5 in sinistra; et perticas 19. in perticas .33 faciunt stariora $\frac{1}{2}$ 9.; et sic habebis in corde stariora .9., et in manu dextra panora .8., et in sinistra soldos .3.: et multiplicabis perticas .8., que sunt a 33 usque in .41., in perticas .19., scilicet in .11., et in .8., facient panora .16., et perticas .64.; que pertice 64 sunt panora .11. et soldi .9.; et sic capiunt in summa stariora 12, minus denaris .12. Item si uolueris multiplicare perticas .20., et pedes .4., et uncias .11. in perticas .46, et pedes .5., et uncias .12., collocabis perticas sub perticis, et pedes sub pedibus, et uncias sub unciijs, ut hic ostenditur; et multiplicabis ad modum multiplicationum trium figurarum contra tres; et erunt uncie in loco prime figure, scilicet in loco unitatum, et pedes in loco secunde, scilicet decenarum; et pertice in loco tertie, scilicet centenariorum: quare multiplicabis uncias .11. per uncias .12, faciunt $\frac{132}{10}$ unius denarij; quia ex uncia multiplicata in unciam, prouenit $\frac{1}{10}$ unius denarij; nam regula de 324 est $\frac{1}{10} \frac{0}{19}$: quare si .132 diuiserimus per primum .18., qui est sub

* est. Serua per perticas +
(fol. 5 verso, lin. ultima, e
marginis inferiore exteriori; pag.
9, lin. 13 e 14).

pertice	pedes
17	3
28	4

fol. 6 recto.

* 41. sub et perticas + (fol.
6 recto, lin. 14-17; pag. 9,
lin. 28-32).

pertice	pedes
19	0
41	4

* et erunt et quod panora-
uerit + (fol. 6 recto, lin. 25-29
e 30; pag. 9, lin. 39— pag.
10, lin. 1).

pertice	pedes	unc.
20	4	11
46	5	12

uirgula, exhibunt $\frac{1}{2}$ 7; uel sextam unciarum .12. multiplica per .14.; et quod prouenerit diuide per sextam de 18, exhibit similiter $\frac{1}{3}$ 7, que sunt $\frac{m}{18}$ unius denarij; seruabis .7. in manu, et fractiones seruabis in tabula, uel in corde; et multiplicabis uncias .11. in pedes .5.; et uncias .12. in pedes .4. in cruce; et adde has duas multiplicationes cum .7. seruatis, erunt .110., que sunt $\frac{m}{18}$ unius denarij; quia ex multiplicatione unciarum in pedes egredientur $\frac{m}{18}$ unius denarij: quare diuisis $\frac{1}{2}$ 110 per 18, faciunt denarios .6., et $\frac{1}{2}$ 13; seruabis denarios .6. in manu, et fractiones in tabula, uel in corde; super quos addes multiplicationem | tertie partis unciarum .11. in perticas 46., uel tertiam partem de perticis 46. in .11.; quia multiplicatio uncie in perticam facit $\frac{1}{2}$ unius denarij, erunt denari $\frac{2}{3}$ 174, qui sunt soldi .14., et denari $\frac{2}{3}$ 6; super quos addes iterum multiplicationem tertie partis unciarum .12. in perticas .20.; et multiplicationem de pedibus .4. in pedes .5., erunt in summa soldi .22., et denari $\frac{2}{3}$ 10.; addes $\frac{2}{3}$ unius denari cum $\frac{1}{2}$ 13 seruatis, faciunt $\frac{1}{2}$ 14 unius denari; et de soldis .22., et denariis 10. seruabis in manu dextra panorum unum, et in sinistra sultos .6., et in pedibus denarios .4.; super que addes multiplicationem medietatum pedum in perticas in cruce: et perticarum in perticas, ut in antecedentibus fecimus; et habebis in summa statoria .14., et panora .9., et sultos 4., et denarios $\frac{1}{2}$ 14 4. Rursus si uis multiplicare perticas .21. per perticas 47, et pedes 2., et uncias .10. collocabis uncias .10. sub zefiro, et pedes 2. sub alio zefiro, et perticas 47. sub perticis 21., ut hic ostenditur; et multiplicabis uncias per uncias, scilicet zefirum per 10, facit zefirum: quod relinques, et multiplicabis .0. per 2., et 10. per 0. in cruce, faciunt zefirum; quod relinques iterum, et multiplicabis zefirum, quod est in loco unciarum, per $\frac{1}{2}$ de perticis 47., et 10. per $\frac{1}{2}$ de .21; et zefirum, quod est in loco pedum, per pedes .2, faciunt sultos .5., et denarios 10. Et multiplicabis zefirum, quod est in loco pedum, per $\frac{1}{2}$ de perticis 47, et $\frac{1}{2}$ duorum pedum in perticas .21., faciunt sultos 21.; et sic habes sultos 26, et denarios .10., hoc est panorum unum, et sultos 10, et denarios .4.: super quos addes multiplicationem de perticis .21. in perticas .47.; et habebis pro summa quesite multiplicationis statoria .13., et panorum unum, et sultum .11., et denarios .4. mensure. Et sic studeas semper cum zefiris supplere gradus laterum multiplicantium; ut quot sunt gradus in uno latere, tot sunt in alio: dicimus enim primum gradum uncias: secundum pedes: tertium perticas. Verbi gratia: uolumus multiplicare perticas 13, et uncias .11. per perticas .28., et uncias .14.; collocabis perticas sub perticis in tertio gradu, et uncias sub uncis in primo; et suppleatur secundus gradus, ponendo zefira inter uncias, et pedes, scilicet in secundo gradu, ut hic ostenditur: et multiplicabis numeros, secundum quod docuimus, et habebis in summa statoria .5., et panora .7., et denarios $\frac{2}{3}$ 14. Item uolumus multiplicare perticas 14, et pedes .2. in perticas .31, et uncias .15.; scribes eos sic. Et multiplicabis zefirum unciarum per uncias .15, faciet .0.; quo .0. diuiso per 18., facit iterum .0.; quod relinques, cum nihil sit: et multiplicabis .0. unciarum per .0. pedum, et uncias .15. per pedes .2., faciunt .30.; quibus diuisis per 18., facit denarium $\frac{2}{3}$ 1: et multiplicabis $\frac{1}{2}$ de zefiro unciarum per perticas 31., et $\frac{1}{2}$ unciarum .15. per perticas .14., et pedes .2. per .0. pedum; et addes cum denario $\frac{2}{3}$ 1., et faciunt sultos .6., minus $\frac{1}{2}$ unius denarij: et multiplicabis dimidium pedum .2. per perticas .31., et dimidium zefiri per perticas .14.; et addes cum soldis .6. seruatis, faciunt sultos .37., minus $\frac{1}{2}$ unius denarij, qui sunt panora .2, et soldi ., minus $\frac{1}{2}$ unius denarij: et de perticis .14. accipe perticas .11.; et mul-

fol. 6 verso.

* perticas, ut in in cruce *
[fol. 6 verso, lin. 8-12 x 13;
pag. 10, lin. 15-20].

pertice	pedes	unc.
21.	0.	0
47.	2.	10

* et denarios 4. et pedes *
[fol. 6 verso, lin. 19-23; pag.
10, lin. 27-32].

pertice	pedes	unc.
13.	0.	11
28.	0.	14

* per uncias 15 perticas
14. * [fol. 6 verso, lin. 27-
31; pag. 10, lin. 33-41].

pertice	pedes	unc.
14	2	0
31	0	15

tiplica eas per perticas .31., erunt panora .62.; et multiplicabis perticas .3.; que remanserunt de perticis .14., per perticas .31., primum per 22, et postea per .9.; uel in una multiplicatione per .31., erunt panora .16 et | soldi .15.; et habebis in summa statoria .6., et panora .9., et seldos .2, et denarios $\frac{2}{3}$ 5 mensurę.

Rursus si uis multiplicare perticas 17, et pedes .4., et uncias $\frac{1}{2}$ 9. per perticas .32, et pedes .5., et uncias $\frac{3}{4}$ 14; collocabis perticas sub perticis, et pedes sub pedibus, et uncias sub uncijs; multiplicabisque uncias $\frac{1}{2}$ 9 per uncias $\frac{3}{4}$ 14; sic primum .9 per 14. faciunt .126; super que adde medietatem de 14, et $\frac{3}{4}$ de 9 in cruce, faciunt plus de 129; quibus diuisis per .18., ueniunt plus de .7.; que .7. serua in manu; et multiplicabis in cruce uncias $\frac{1}{2}$ 9 per pedes .5., et uncias $\frac{3}{4}$ 14 per pedes .4.; et adde cum .7 seruatis, et erunt plus de .113; que diuide per 18., erunt denari $\frac{1}{2}$ 6; et multiplicabis $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ 9, scilicet $\frac{1}{4}$ 3 per perticas .32., erunt denari $\frac{1}{2}$ 101; quibus additis cum denariis $\frac{1}{2}$ 6 seruatis, facient seldos .9., minus $\frac{1}{2}$ unius denarij: super quos adde multiplicationem tertie partis de uncis $\frac{3}{4}$ 14. in .17., uel econtra; quam multiplicationem sic facies: de $\frac{3}{4}$ 14 accipe 12., cuius $\frac{1}{2}$ in integrum est .4.; que .4. multiplica per perticas .17, erunt denari .68.: post hec ex $\frac{1}{2}$ 2 accipe 2; et multiplica eas per 17., erunt uncie .34.; ex quibus fac denarios, scilicet diuide eas per 3, erunt denari $\frac{1}{2}$ 11; et sic habes denarios $\frac{1}{2}$ 79: post hec accipe $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ que restant, erit $\frac{1}{4}$; quod multiplica per 17, erunt denari $\frac{1}{4}$ 4; et sic habes denarios $\frac{1}{4}$ 83 pro multiplicatione de $\frac{3}{4}$ unciarum $\frac{1}{2}$ 14. in 17.: uel aliter accipe $\frac{1}{2}$ de 17., quod est $\frac{1}{2}$ 5; et multiplica ea per $\frac{3}{4}$ 14. sic: 5 per 14 faciunt denarios .70.; et $\frac{1}{2}$ de 14 sunt denari $\frac{1}{2}$ 9; et $\frac{1}{4}$ de 5 sunt denari $\frac{1}{4}$ 3.; et $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$ sunt $\frac{1}{4}$ unius denarij; et sic habes denarios $\frac{7}{12}$ 83 ut supra: uel aliter: super $\frac{3}{4}$ 14 adde $\frac{1}{4}$, erunt 15; cuius $\frac{1}{2}$ accipe, quod est .5.; et multiplica per 17., erunt denari .85.; et ex ipso $\frac{1}{4}$, quam iunxisti, accipe $\frac{1}{4}$, erit $\frac{1}{12}$; quam partem accipe de .17., que est denarius $\frac{1}{12}$ 1; quem extrahe de 85., remanent, ut prediximus, denari $\frac{1}{12}$ 83.; et sic studeas in similibus procedere melius quod tibi uidebitur, secundum numerum unciarum: additis ergo denarijs $\frac{7}{12}$ 83. cum soldis 9, minus $\frac{1}{2}$ unius denarij, faciunt seldos 16, minus $\frac{1}{2}$ unius denarij; cum quibus adde multiplicationem pedum in pedes, scilicet 4. in .5., erunt denari .20., erunt soldi 17, et denari $\frac{1}{4}$ 7.: super quos adde, ut supra, multiplicationem medietatis pedum per perticas in cruce, et perticarum in perticas, et habebis in summa statoria 8, et panora 10., et seldos .7., et denarios $\frac{1}{4}$ 1.: potes enim aliter de fractionibus unciarum facere, uidelicet in principio, antequam incipias multiplicare. Accipe fractiones unciarum superiorum de perticis inferioribus: et fractiones unciarum inferiorum de perticis superioribus, ut in hac multiplicatione: pro uncia $\frac{1}{2}$, que est in superioribus uncijs, accipe medietatem de 32; et pro $\frac{3}{4}$, que sunt in uncijs inferioribus, accipe $\frac{3}{4}$ de 17 in cruce, erunt 16: et $\frac{1}{4}$ 12, hoc est uncie $\frac{1}{4}$ 28, que sunt fere denari .10., quos serua; et delebis ipsas fractiones unciarum de multiplicatione; et multiplicabis tantum perticas 17, et pedes .4., et uncias 9 per perticas 32, et pedes .5., et uncias .14.; et super summam adde denarios .10. seruatos. Si uolueris multiplicare perticas 12, et pedes .2. per perticas .21., et pedes .3, cum pes sit $\frac{1}{2}$ unius pertice, pone tot sextas post perticas, quot sunt pedes positi cum ipsis perticis, et habebis | perticas $\frac{2}{3}$ 13 ad multiplicandum per perticas $\frac{2}{3}$ 21: pone sextas sub sextis, et perticas sub perticis, ut hic ostenditur; et pones ex parte .6. bis sub una uirga; et nihil super sic 28; et multiplicabis pedes 2 per 3, qui sunt super ambobus .6., erunt .6.; quem diuide

fol. 7 recto.

e diuide per 18. 17, erunt
(fol. 7 recto, lin. 7 e 8-11;
pag. 11, lin. 11-15).

pertice pedes unc.

17 4 $\frac{1}{2}$ 932 5 $\frac{3}{4}$ 14

fol. 7 verso.

* perticas $\frac{2}{3}$ 12 retines *
[fol. 7 verso, lin. 4-4; pag. 11,
lin. 40 — pag. 12, lin. 2].

pertice	
$\frac{2}{3}$	12
$\frac{5}{6}$	21

* regulam perticarum . . . super
alijs * [fol. 7 verso, lin. 10-
12; pag. 12, lin. 7-11].

pertice	
$\frac{5}{6}$	14
	41

primum .6., qui est ex parte sinistra sub uirga, quam modo posuimus, exhibit .1., remanet .0.: retines itaque ipsum .1. in manu, et remanens .0. pone super ipsum $\frac{0}{26}$; et multiplicabis .2., que sunt super .6., per 21; et 2, que sunt super alium .6., per 13 in cruce; et addes multiplicationem eorum cum uno seruato, erunt .82.; que diuide per alium .6., exhibunt pertice .13, et remanent .4.: pone .4. super ipsum .6. sic: $\frac{4}{6}$, et 13 seruata in manu; super que adde multiplicationem perticarum .13. in perticas .21., erunt pertice .256.; quas diuide per $\frac{16}{116}$, scilicet per regulam perticarum stariori, exhibunt $\frac{0}{11}$ 4: copula hanc uirglam cum prima, et habebis $\frac{0}{16}$ $\frac{4}{11}$ 4: scias quia cum ita feceris, quicquid extra uirglam comprehenditur, sunt stariora; et super .6., qui est in capite uirgule post integrum, sunt dupla panora; et super .11. sunt pertice; et intelliges unamquamque ipsarum esse sordos .3.; et super alijs duobus .6. sunt denari; quos accipies sic: multiplicabis figuram, que est super .6., per alium .6., qui est post ipsum; et addes figuram, que fuerit super ipsum .6. Verbi gratia: pro .4., que sunt extra uirglam, habemus stariora .4.; et pro .2., que sunt super .6. habemus panora .4.; et pro 4, que sunt super alium .6., habemus sordos .2.; quia multiplicatio de .4. in .6., et addito zefiro, quod est super ipsum .6., surgit in denarijs .24. Item si uis multiplicare perticas .14., et pedes .5 per perticas .41.; sub .14. pone .41., et $\frac{5}{2}$ sub $\frac{5}{2}$ sic: et scias quia ideo posuimus $\frac{5}{2}$ post 41., ut equiparentur fractiones subteriores cum fractionibus superioribus; et pone $\frac{1-0}{66}$ $\frac{0}{14}$ ex parte; et multiplicabis .3., quod est super .6., per .0., quod est super alium .6., faciet .0.: quare pones .0. super primum .6.; et multiplicabis in cruce 3 per 41., et .0. per .14., faciunt .203.; que diuide per sequentem .6., exhibunt 34., et remanet .1.: pone .1. super 6, et 34. seruata in manu; super quem adde multiplicationem de 14. in .41., faciunt 608; que diuide per $\frac{4}{11}$ $\frac{0}{6}$, que restant in uirgula diuisionis, remanebunt .3. super .11., et .1. super .6., et 9 extra uirglam, ut in questione ostenditur: notantur enim in ipsa summa stariora .2., et soldi .9., et denari .6. mensure. Item si uis multiplicare perticas .15., et pedes .3., et uncias 12 per perticas .42., et pedes .2., et uncias .15.; oportet ut uncias redigas in sextis unius pedis, scilicet in sextas sexte unius pertice; et quoniam uncie .15 faciunt pedem .1.; ergo uncie .3 faciunt $\frac{1}{2}$ pedis; quare uncie .12. sunt $\frac{1}{2}$ unius pedis; quas sextas pone in una uirga post $\frac{1}{2}$: propter eadem ergo pro uncis .15 pones $\frac{1}{2}$ post $\frac{1}{2}$ sub alia uirga, et habebis perticas $\frac{1}{6}$ $\frac{3}{6}$ 15 ad multiplicandum in perticas $\frac{5}{6}$ $\frac{0}{6}$ 42, ut hic ostenditur: post hec protrahe uirglam ex parte, sub qua pone per ordinem .xij.^{or} sexnarios, et $\frac{1}{11}$ $\frac{0}{6}$ cum ipsis sic: $\frac{0}{66666116}$; et multiplicabis .4. per .5., qui sunt super primis sextis; | et diuide per primum .6. uirgule seruata, exhibunt .3., et remanent .2. super ipsum .6.; et multiplicabis in cruce 4 per 2, et 5 per 3, que sunt super uirgis; et addes cum tribus seruatis, erunt .26.; que diuide per secundum .6., exhibunt .4., et remanent .2. super ipsum .6.: et multiplicabis .4. per 42, et 3 per 15, et 3 per 2; multiplicando uidelicet in antea, sicut multiplicamus tres figuras contra tres retrocedendo; et addes cum .4. seruatis, erunt 253.; que diuide per tertium .6., exhibunt 42, et remanent .1. super ipsum .6.: super 42 uero addes multiplicationem de 3 in .42., et de 2 in .15 in cruce, facient .198.; que diuide per quartum .6., exhibunt 33, et remanet .0. super ipsum .6.: et super 33 adde multiplicationem de 15 in 42., erunt pertice 663; quas diuide per .11., exhibunt 60, et remanent .3. super ipsum .11.: deinde diuide .60. per 6., qui restant in capite uirgule, exhibunt .10. ante uirglam, et .0. super ipsum .6.; et sic habes in

fol. 8 recto.

* 42, et 5 ipsum .11. de
inde x [fol. 8 recto, lin. 4-9
a 10; pag. 12, lin. 26-42].

pertice	
$\frac{4}{6}$ $\frac{5}{6}$	15
$\frac{5}{6}$ $\frac{3}{6}$	42

summa stariora .10., et soldos 9, et denarium $\frac{1}{6} \frac{2}{6} \frac{2}{6}$ mensure: quia super primos duos senarios habemus partem unius denarij; et super alios duos .6. habemus denarios; et super .11. habemus perticas, scilicet triplos soldos; et super .6., qui est in capite uirgule, habemus dupla panora. Rursus si uis multiplicare perticas .16., et pedem .1., et uncias .10. per perticas .43., et uncias $\frac{1}{2}$ 14; rediges uncias in sextas unius pedis, erunt sexte $\frac{1}{2}$ 3; de qua tertia fac sextas, erunt due sexte; et sic habes in superiori latere perticas $\frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6}$ 16: possumus aliter facere sextas unius pedis de unceis (sic) .10.: quoniam uncie .10. sunt $\frac{10}{12}$ unius pedis; ergo uncie .10. sunt $\frac{2}{3} \frac{2}{6}$ pedis: quare si diuiderimus .20. per regulam de 36., exhibunt $\frac{22}{36}$ unius pedis, ut diximus: similiter duplabis uncias $\frac{1}{2}$ 14, erunt $\frac{22}{36}$ unius pedis; et sic habes in subteriori latere perticas $\frac{5}{6} \frac{4}{6} \frac{6}{6}$ 43, ut hic ostendimus: et pone sexties .6. sub una uirga post $\frac{8}{14} \frac{6}{6}$ sic: $\frac{5}{6} \frac{4}{6} \frac{6}{6} \frac{6}{6} \frac{4}{6} \frac{6}{6}$; et multiplicabis numeros, qui sunt super uirgulis; et integros, qui sunt ante uirgulas, ad modum III.^{or} figuram in antea procedendo: uerbi gratia: multiplicabis .2. per 5, qui sunt super primo .6.; et diuides per primum .6.: deinde 2 per 4, et 3 per 3; et diuides per secundum .6.: post hec .2. per 0., et 5. per 1., et 3. per 4; et diuides per tertium .6.; et 2 per 43, et 5 per 16, et 3 per 0, et 4 per .1.; et diuides per quartum .6.; et habebis supra dictas .III.^{or} sextas partes tantum unius denarij: deinde multiplicabis .4. per 43, et 4. per 16, et 1. per .0, et diuides per quintum .6.; et habebis super ipsum denarios: deinde multiplicabis .1. per 43, et 0 per 16, et diuides per sextum .6.; et habebis super ipsum .6. medios soldos: ad ultimum multiplicabis perticas .16. per perticas .43., et diuides per $\frac{10}{112}$ et habebis super .11. triplos soldos, et super .6. dupla panora, et ante uirgulam stariora; et sic cum sextis sextorum pedis possumus procedere in infinitum, redigendo fractiones unciarum, que posite in multiplicationibus fuerint in sextis sextarum, si in ipsis ipse fractiones cadere potuerint: et si numerus sextarum unius lateris fuerit minus numero sextarum alterius, supplebis eas cum zefiris super ipsas sextas; hoc est si due sexte sunt in uno latere, et due sint in alio, et si tres tres, et deinceps. | Et si fractiones unciarum minime in sextis sextarum reducere poteris, nequaquam per hunc modum cum ipsis fractionibus operari poteris; sed derelinquas ipsas fractiones; et multiplicabis residuum de ipsis fractionibus, que in sextis sextarum cadere non possunt; et ex ipsis operaberis, secundum quod superius diximus.

In modo secundo.

Potes enim per modum suprascriptum multiplicandi doctrinam reperire modum multiplicandi in alijs regionibus, secundum diuersitates mensurarum ipsarum. Et ut ea, que in hac secunda distinctione promissimus plenarie demonstrentur, quedam huic operi necessaria duximus preponenda. Videlicet si numerus aliquis diuidatur in quantasilibet partes, et multiplicabitur unaqueque pars per totum numerum summa illarum multiplicationum equabitur quadrato totius numeri, scilicet multiplicationi ipsis numeri in se. Vt si numerus .ab. diuidatur in quantasilibet portiones, que sint .ag. gd. db. Dico quod si multiplicabitur .ag. in .ab., et .gd. in .ab., et adhuc .db. in .ab., erunt ipse multiplicationes in unum coniuuncte equales multiplicationi totius numeri .ab. in se. Quotiens enim unitas est in portione .ag., totiens numerus .ab. procreabitur ex multiplicatione .ag. in .ab. Similiter quotiens unitas est in .gd., totiens numerus .ab. procreabitur ex multiplicatione .gd. in .ab.: propter eadem ergo quotiens unitas

* hic ostendimus: et habebis * (fol. 8 recto, lin. 21-27; pag. 13, lin. 10-15).

pertice					
$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{6}$
16					
$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{6}$
43					

fol. 8 verso.

* procreabitur db., totiens * (fol. 8 verso, lin. 14; pag. 13, lin. 43 — pag. 14, lin. 4).

$$\begin{array}{ccccccc} a & & g & & d & & b \\ & 2 & & 3 & & 3 & \end{array}$$

in numero *db.*, totiens oritur numerus *ab.* ex multiplicatione *db.* in totum *ab.* Quare quotiens unitas est in numero *ab.*, scilicet in portionibus *ag.* *gd.* et *db.*, totiens coadunabitur numerus *ab.* ex multiplicationibus *ag.* et *gd.* et *db.* in *ab.* Verum quotiens unitas est in *ab.*, totiens numerus *ab.* surgit ex multiplicatione *ab.* in se. Quare summa multiplicationum *ag.* et *gd.* et *db.* in *ab.* equatur multiplicationi *ab.* in se, quod oportebat ostendere. Nam ut hec clarius videantur, esto recta *ab.* .10. ulnarum; et portio *ag.* sit .2.; *gd.* nero .3.; *db.* quoque .3.; si autem multiplicentur 2. in .10., et 3. in .10., et 3. in .10., hoc est *ag.* et *gd.*, et *db.* in tota *ab.*; et coniungantur multiplicationes in unum numerum .109. ex earum congregatione procreantur, que equantur multiplicationi de 10. in .10. Item si recta linea diuidatur in quantaslibet portiones; et unaqueque multiplicabitur per aliam quamlibet lineam, omnes multiplicationes in unum coniuncte equabuntur multiplicationi totius lineae diuise in aliam lineam. Quod ostendamus cum numeris. Sit linea .10. ulnarum diuisa in .2., et 3., et 5.; et alia quelibet linea sit .12. ulnarum. Siquidem si multiplicentur 2, et 3, et 5. in .12. et iungantur eorum multiplicationes in unum, nimirum equabuntur multiplicationi de 10. in .12., scilicet .120. Rursus si recta diuidatur ubilibet in duas portiones, erit multiplicatio unius portionis in se cum multiplicatione eiusdem portionis in aliam, equalis multiplicationi eiusdem portionis in totam lineam: ut si linea *ab.* diuidatur super punctum *g.*, erit multiplicatio *ag.* in se cum *ag.* in *gb.* equalis multiplicationi *ag.* in tota *ab.*: adiaceat itaque quedam recta *d.* equalis recte *ag.*; et erit multiplicatio lineae *d.* in *ag.*, et in *gb.* equalis multiplicationi *d.* in totam *ab.*: verum multiplicatio *d.* in *ag.* est sicut multiplicatio *ag.* in se ipsam, cum recta *d.* sit equalis recte *ag.*; et multiplicatio recte *d.* in *gb.* est sicut multiplicatio recte *ag.* in rectam *gb.* Quare multiplicatio *ag.* in se cum *ag.* in *gb.* equatur multiplicationi *ag.* in *ab.*, ut oportebat ostendere. Vel si hoc cum numeris demonstrare uolumus, sit *ag.* 3, et *bg.* 7; quare tota *ab.* erit .10.: multiplicatio quidem *ag.* in se, scilicet de 3 in 3 cum multiplicatione de 3. in .7., scilicet de *ag.* in *gb.*, surgunt in .21., que equantur multiplicationi *ag.* in *ab.*, scilicet de 3. in .10. ut dictum est. Adhuc si recta linea diuidatur ut accidat in duas portiones, erunt duo quadrati utriusque portionis cum duplo multiplicationis unius portionis in aliam, equales quadrato, scilicet multiplicationi totius lineae in se. Vt si linea *ag.* diuidatur in duas portiones, que sunt *ab.* et *bg.* Dico quod multiplicatio *ab.* in se cum multiplicatione *bg.* in se, et cum duplo multiplicationis *ab.* in *bg.*, equatur multiplicationi totius *ag.* in se ipsam. Quoniam linea *ag.* diuisa est in duo in puncto *b.*, erit multiplicatio *ab.* in se cum *ab.* in *bg.*, sicut multiplicatio *ab.* in tota *ag.*

Similiter et multiplicatio *bg.* in se cum multiplicatione *gb.* in *ba.* est sicut multiplicatio *gb.* in totam *ga.*: ergo multiplicatio *ab.* in se cum *bg.* in se, et cum duplo multiplicationis *ab.* in *bg.* equantur duabus multiplicationibus, que sunt *ab.* in *ag.*, et *bg.* in *ag.* Verum multiplicatio *ab.* in *ag.* cum *bg.* in *ag.* equatur multiplicationi *ag.* in se. Quare quadratum *ab.* cum quadrato *bg.*, et cum duplo multiplicationis *ab.* in *bg.* equatur quadrato lineae *ag.*, quod oportebat ostendere. Quod etiam demonstrabimus cum numeris. Sit linea *ab.* 3., et *bg.* 7; quare tota linea *ag.* erit .10. Vnde si acceperimus quadratum lineae *ab.*, scilicet .9.; et quadratum

* multiplicatioque eiusdem ... totam lineam * (fol. 8 verso, lin. 30 e 31; pag. 14, lin. 17-18).

a g b
3 7

* et erit ... recte *ag.* * (fol. 8 verso, lin. 33-35; pag. 14, lin. 20-22).

2

fol. 9 recto.

* ostendere. Quod ... quare * (fol. 9 recto, lin. 17; pag. 14, lin. 44-45).

a b g
3 7

bg., scilicet 49., et duplum *ab.* in *bg.* equabuntur 100., scilicet multiplicationi *ag.* in se ipsam. Iterum si recta linea diuidatur ubilibet in duas portiones, erit duplum multiplicationis unius portionis in totam lineam cum quadrato alterius portionis, equale duobus quadratis, scilicet quadrato totius linee, et quadrato ipsius portionis, que multiplicatur bis in totam lineam. Vt si linea *bg.* diuidatur ubilibet super punctum *a.* Dico quod duplum multiplicationis *ab.* in *bg.* cum quadrato linee *ag.* equatur duobus quadratis linearum *bg.* et *ba.* Quoniam linea *bg.* diuisa est in duo super punctum *a.*, erit multiplicatio *ba* in se cum *ba.* in *ag.*, sicut multiplicatio *ba.* in *bg.* Quare in duplo multiplicationis *ba.* in *bg.* est bis quadratus linee *ba.*, et bis multiplicatio *ba.* in *ag.* Verum semel quadratus *ba.* cum quadrato *ag.* cum duplo multiplicationis *ba.* in *ag.* equatur quadrato totius linee *bg.* Quare duo quadrati linee *ba.* cum quadrato linee *ag.*, et cum duplo multiplicationis linee *ba.* in *ag.* equatur duobus quadratis linearum *bg.* et *ba.* Sed duo quadrati linee *ba.* cum duplo multiplicationis *ba.* in *ag.* ostensi sunt equales duplo multiplicationis linee *ba.* in totam lineam *bg.*: propter quod duplum multiplicationis linee *ba.* in totam lineam *bg.* cum quadrato linee *ag.* equatur duobus quadratis linearum *bg.* et *ba.*, quod oportebat ostendere. Quod idem ostendamus cum numeris. Sit tota linea *bg.* 10; de qua sit portio *ba.* 3., et portio *ag.* 7.; duplum quidem multiplicationis *ba.* in *bg.*, scilicet de 3. in 10., cum multiplicatione linee *ag.* in se, que surgit in 49., nimirum in 109. ascendunt, que equantur multiplicationi linee *bg.* in se, scilicet 100., et linee *ab.* in se, scilicet 9. Si recta linea diuidatur in duo equalia, et totidem inequalia, erit multiplicatio inequalium portionum, scilicet unius in aliam cum quadrato linee, que iacet inter utramque sectionem, equalis quadrato dimidie linee diuise. Vt si linea *ab.* diuidatur in duo equalia super punctum *g.*, et inequalia super *d.* Dico quod multiplicatio *ad.* in *db.* cum quadrato linee *dg.* equatur quadrato linee *ag.* Quoniam linea *db.* diuisa est ubilibet super punctum *g.*, cui adiacet quedam alia recta *ad.*, erit multiplicatio *ad.* in *db.* equalis duabus multiplicationibus linee *ab.* in *bg.* et in *gd.* Verum linee *bg.* equalis iacet linea *ga.* Quare multiplicatio linee *ad.* in lineam *ag.*, et in lineam *gd.* est sicut multiplicatio linee *ad.* in lineam *db.* Rursus quoniam linea *ag.* diuisa est ubilibet in duo super *d.* punctum, erit multiplicatio portionum *ad.* et *gd.* in *ag.*, sicut multiplicatio *ag.* in se. Sed *dg.* in *ag.* equatur quadrato *dg.*, et multiplicationi *ad.* in *dg.* Ergo multiplicatio *ad.* in *ag.* cum *ad.* in *dg.*, et cum quadrato linee *dg.* equatur multiplicationi *ag.* in se. Inuenimus autem superius *ad.* in *ag.* cum *dg.* in *da.* equari multiplicationi *ad.* in *db.* Quare *ad.* in *db.* cum quadrato *dg.* equatur quadrato linee *ag.*, quod oportebat ostendere. Quod etiam ostendamus cum numeris: sit linea *ab.* 10. ulnarum diuisa in 5., et 5. super punctum *g.*; et in 3., et in 7. super punctum *d.*; erit tunc multiplicatio *ad.* in *db.*, scilicet de 3. in 7., cum quadrato *dg.* equalis multiplicationi *ag.* in se, scilicet de 5 in 5. Si recta linea diuidatur in duo equalia, et adiungatur ei in directo quedam alia linea cuiuslibet longitudinis, erit multiplicatio totius linee, que fit ex prima linea, et ex adiuncta in lineam adiunctam cum quadrato dimidie linee diuise, equalis quadrato linee, que fit ex dimidio prime linee, et ex adiuncta. Vt si linea *ab.* diuidatur in duo equalia super punctum *g.*, et adiungatur

* quadratis linearum
erit > (fol. 9 recto, lin. 25 r
pag. 15, lin. 7-8).

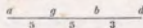
b a g
3 7

fol. 9 verso.

* linee *ad.* . . . multiplicatio
ag. > (fol. 9 verso, lin. 12 r
13, pag. 15, lin. 29-31).

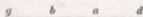
a d g b
5 3 7

* multiplicacionum, que est
equalis + (fol. 9 verso, lin. 29
+ 30; pag. 16, lin. 4 + 5).



(fol. 10 recto.

* in .bg. equalis Verum quo-
destur + (fol. 10 recto, lin.
15; pag. 16, lin. 24 + 25).



ei in directo alia quedam linea *bd.* cuiusvis longitudinis. Dico quod multiplicatio lineae *ad.* in *bd.*, hoc est *bd.* in *ad.* cum quadrato lineae *gb.*, uel *ga.* equatur quadrato lineae *gd.* Quoniam linea *ad.* diuisa est ubilibet super puncta *g.* et *b.*, erit multiplicatio *bd.* in tota *ad.* equalis summe trium multiplicationum, que sunt *bd.* in *ag.* in *gb.* et in *bd.* Sed quia linea *ag.* est equalis lineae *bg.*; equa est ergo multiplicatio lineae *bd.* in *ag.* multiplicationi *bd.* in *gb.* Quare due multiplicationis *bd.* in *ag.*, et *bd.* in *gb.* summam constituunt, que est dupla multiplicationis *bd.* in *gb.* Quare quadratus lineae *bd.* cum duplo multiplicationis *bd.* in *gb.* equatur multiplicationi lineae *bd.* in totam *ad.*: communiter accipiat quadratum lineae *gb.*, erunt duo quadrati linearum *bd.* et *bg.* cum duplo multiplicationis *bd.* in *bg.* equales summe, que fit ex multiplicatione lineae *bd.* in *ad.*, et ex quadrato lineae *bg.* Sed duo quadrati linearum *bd.* et *bg.* cum duplo *bd.* in *bg.* equatur quadrato lineae *gd.* Quare et multiplicatio lineae *bd.* in *ad.* cum quadrato lineae *bg.* equalis erit quadrato lineae *gd.*, quod oportebat ostendere. Quod etiam ostendatur cum numeris: sit linea *ab.* 10. diuisa in duo equalia, scilicet in 5 et 5. super punctum *g.*, cui addatur in directo linea *bd.* trium ulnarum, erit tota linea *ad.* 13., et *gd.* 8.: multiplicatio quidem *bd.* in *ad.*, scilicet de 3 in 13. cum quadrato lineae *gb.*, scilicet cum 25., surgit in 64., scilicet in quadrato lineae *gd.* Si recta linea diuidatur in equalia, et in unequalia; qui ab inequalibus totius portionis quadrati dupli sunt eius qui á dimidia, et eius qui ab ea, que est inter sectiones quadrati. Vt si linea *gd.* diuisa fuerit in equalia super punctum *a.*, et in unequalia super punctum *b.* Dico quod quadrati portionum *gb.* et *bd.* dupli sunt duorum quadratorum linearum *da.* et *ab.* Quoniam linea *ag.* diuisa est in duo super punctum *b.*, erunt duo quadrati linearum *gb.* et *ba.* cum duplo multiplicationis *ab.* in *bg.* equalis quadrato lineae *ga.*, hoc est quadrato lineae *ad.* Verum quadratus lineae *ba.*, cum semel *ba.* in *bg.* est sicut *ba.* in *ag.* Quare quadratus *bg.* cum *ba.* in *ag.*, et cum *ba.* in *bg.* equatur quadrato lineae *ad.*: communiter adiaceat quadratus lineae *ba.*, erunt duo quadrati *gb.* et *ba.* cum *ba.* in *ga.*, et cum *ba.* in *bg.* equales quadratis lineae *ad.*, et lineae *ab.* Sed quadratus lineae *ba.* cum *ab.* in *bg.* est sicut *ba.* in *ag.*; ergo quadratus *gb.* cum duplo *ba.* in *ga.* equatur duobus quadratis linearum *da.* et *ab.* Quare quadratus lineae *da.* cum quadrato lineae *ab.* superhabundat quadratum lineae *gb.* in duplo multiplicationis lineae *ba.* in *ga.*, hoc est *ba.* in *ad.* Item quoniam linea *bd.* diuisa est in duo super punctum *a.*, quadrati linearum *da.* et *ab.* cum duplo *ba.* in *ad.* equantur tetragono, scilicet quadrato lineae *bd.*: ergo tetragonum *bd.* superhabundat tetragona *da.* et *ab.* in duplo multiplicationis *ba.* in *ad.*; ergo quantum tetragona *da.* et *ab.* superhabundant tetragonum *bg.*, tantum superhabundatur a tetragono *bd.* Quare tetragona *gb.* et *bd.* dupla sunt quadratis *da.* et *ab.*, quod oportebat ostendere. Quae etiam ostendamus in numeris. Sit linea *gd.* 10. in 5, et in 5. diuisa super *a.*, et in 3 et 7 super *b.*, erit tetragonum *gb.* 9, et *bd.* 49; que insimul iuncta surgunt in 58., hoc est in duplum quadratorum *da.* et *ab.*; quia quadratus *da.* est 25., et *ab.* 4.

Item Si recta linea diuidatur in duo equalia, cui addatur in directo quedam alia linea, erit tetragonum totius lineae effecte cum tetragono lineae adiuncte duplum eius, quod fit á media linea diuisa, et eius quod fit á media et ab adiuncta. Vt

si linea ab . in duo equalia diuisa fuerit super g .; et apponatur ei in directo linea bd . Dico quod tetragonum linee ad . cum tetragono linee bd . duplum est tetragonorum linee ag . et linee gd . Quoniam linea ad . in duo utlibet diuisa est super b .; erit itaque quadratus linee ad cum quadrato linee bd equalis quadrato ab . et duplo bd . in ad . Sed duplum bd in ad est sicut duo quadrati linee bd cum duplo bd . in ba .; ergo tetragonum ab . cum duobus quadratis linee bd .; et cum duplo bd . in ab . equantur quadratis linearum ad . et bd . Verum multiplicatio bd . in ab . dupla est multiplicatione bd . in gb .; cum dimidia sit bg . ex ab . Quare duplum bd in ab . est quadruplum ex bd . in gb .; ergo tetragonum ab . cum duobus quadratis linee bd . et cum quadruplo bd . in gb . equatur duobus quadratis linearum ad et bd .

Sed tetragonum linee ab . quadruplum est tetragoni, quod a media ab . describitur, scilicet a linea gb .; ergo quadruplum tetragoni gb . cum duobus tetragonis linee bd .; et cum quadruplo multiplicationis bd . in gb . equatur duobus quadratis linearum ad . et bd . Rursus quoniam linea gd in duo diuisa est super b .; erunt duo quadrati portionum gb . et bd . cum duplo bd . in bg . equales quadrato linee gd . Quare duplum quadrati linee gb . cum duobus quadratis linee bd .; et cum quadruplo bd . in gb .; erit duplum quadrati linee gd . Reliquum uero duplum quadrati linee gb . duplum est quadrati linee ga . Ergo quadruplum quadrati linee gb .; et duo quadrati linee bd . cum quadruplo bd . in gb . dupli sunt tetragonorum portionum ab . et bd . Sed quadruplum quadrati linee gb .; et duo quadrati linee bd . cum quadruplo bd . in gb . ostensi sunt equales duobus quadratis linearum ad et bd . Quare et quadrati linearum ad . et bd . dupli sunt quadratorum portionum ag . et gb .; quod oportebat ostendere. Que etiam ostendamus cum numeris. Sit linea ab . 10. diuisa super punctum g . in 5 et 5; cui addatur in directo linea bd . trium unarum, erit tota ad . 12., et gd . 8.: quadratus quidem linee ad est 169., et bd . est 9.; qui insimul iuncti surgunt in 178., scilicet in duplo de 89., que sunt summa quadratorum ag et gd .; scilicet de 25 et 64. Quoniam superfluum uidetur nostris demonstrationibus demonstrare omnia, que Euclides super ostensionibus assignauit. Idcirco quedam ex ipsius libro huic operi necessaria sine demonstratione proponere procuramus. Si tres numeri, uel tres quantitates proportionales fuerint, ita quod sicut primus numerus fuerit ad secundum, ita secundus sit ad tertium; tunc multiplicatio primi numeri in tertium equatur quadrato secundi numeri, scilicet multiplicationi eius in se. Exempli causa: sunt 4. et 6., et 9. in una proportione; quia sicut 4. sunt ad 6., ita 6. sunt ad 9.: uel sicut 9. sunt ad 6., ita 6. sunt ad 4. Quare multiplicatio de 4. in 9. surgit in multiplicatione de 6. in 6. Vnde quando ex tribus datis numeri multiplicatio primi in tertium facit quadratum secundi numeri; tunc illi tres numeri continue proportionales sunt. Item cum quatuor numeri proportionales (sic) sunt; fueritque sicut primus ad secundum, ita tertius ad quartum; tunc multiplicatio primi in quartum equatur multiplicationi secundi in tertium. Verbi gratia: sicuti primus numerus 6. est ad secundum 8., ita tertius 9. est ad quartum 12.; erit quidem multiplicatio de 6. in 12. equalis multiplicationi de 8. in 9. Surgit enim utraque multiplicatio in 72.: ex hoc uero comprehenditur, quod cum multiplicatio primi numeri in quartum est equalis multiplicationi secundi in tertium; tunc illi quatuor numeri proportionales sunt, in ipsa uidelicet proportione, in qua

fol. 10 verso.

* ad . in ad duplo bd .
 (fol. 10 verso, lin. 4-5) pag.
 17, lin. 5-7).

a g b d

fol. 11 recto.

primus est ad secundum, in eadem est tertius ad quartum. Et notandum, cum aliquis numerus diuiditur per aliquem numerum, si illud quod ex diuisione euenierit, multiplicabitur per diuisorem, nimirum diuisus numerus ex ipsa redibit multiplicatione. Vt si .20. diuidantur per .4., exhibunt .5.; et ex multiplicatione igitur de .4. in .5. redijt diuisus numerus .20. Si autem ex tribus numeris proportionalibus duo erunt noti, scilicet primus et secundus, et tertius ignotus erit: quadratum secundi numeri per primum numerum diuide, et quod ex diuisione euenierit, erit tertius numerus. Verbi gratia: sit primus numerus .4., secundus .6., et tertium ignoramus. Quadratum de .6., scilicet .36., per .4., scilicet per primum numerum diuidemus, exhibunt .9. pro tertio numero. Quare si exeuntem .9. per diuisorem .4. multiplicauerimus, redibunt .36., scilicet diuisum numerum: ergo cum ex multiplicatione primi numeri in tertium egreditur quadratum secundi numeri, tunc illi tres numeri proportionales sunt. Est ergo sicut .4. ad .6., ita .6. ad .9. Nam si

* exhibunt .36. per .4., et *
(fol. 11 recte, lin. 19-22; pag.
18, lin. 13-15).

a
b
g
d

ignorauerimus primum numerum, diuidemus eundem .36. per tertium .9., et egreditur primus .4.; et si ignorauerimus secundum numerum, multiplicabimus primum per tertium, scilicet .4. per .9., exhibunt .36.; quorum radix, que est .6., est secundus numerus. Item sit sicut primus numerus .a. ad secundum .b., ita tertius .g. sit ad quartum .d. Quoniam multiplicatio primi in quartum, scilicet .a. in .d., est equalis multiplicationi .b. in .g., scilicet secundi numeri in tertium. Si noti fuerint .a. et .b. et .g.; fueritque .d. ignotus, multiplicationem itaque ex .b. in .g. diuidemus per .a., et egreditur .d. Et si eadem multiplicatio, scilicet de .b. in .g., diuidatur per .d., egreditur .a.: propter eadem ergo si multiplicatio de .a. in .d. diuidatur per .b., egreditur .g.; et si diuisa fuerit per .g., egreditur .b. Verbi gratia: sit .a. 4. et .b. 6. et .g. 8. et .d. 12.; si multiplicatio .b. in .g., scilicet 48., diuidatur per .a., scilicet per 4., egreditur .d., scilicet 12.: que 48. si per 12. diuisa fuerint, scilicet per quartum numerum, egreditur .4., scilicet primus numerus. Simili quoque modo si multiplicationem primi numeri in quartum, scilicet de .a. in 12., hoc est 48., diuiserimus per secundum numerum, scilicet per .6., egreditur .8. pro tertio numero; que etiam 48. diuisa per tertium numerum, scilicet per .8., egreditur numerus secundus. HIS itaque memorie commendatis, dicendum est: cum in circulo due recte se inuicem secant, erit multiplicatio unius portionis unius linee in alteram sui partem equalis multiplicationi unius portionis alterius linee in suum residuum. Vt si in circulo .abgd. due recte .ag. et .bd. se inuicem secauerint super punctum .e.; multiplicatio quidem .a.e. in .e.g. equatur multiplicationi .b.e. in .ed. in Euclide ostenditur. Nunc uero ad radices numerorum inueniendas ueniamus.

Distinctio secunda.

Incipit capitulum de inuentione radicum.

Cum autem per geometricales regulas campos mensurare uolumus, oportet nos in quibusdam dimensionibus radices quinque numerorum inuenire. Quare qualiter radices numerorum inueniatur, secundum quod in hoc opere sufficere uideatur, presentialiter demonstrare curauimus. Est enim radix numeri latus alicuius quadrature; quia cum multiplicatur latus in se ipsum, perficitur embadum illius quadrature: quare summa multiplicationis lateris recte dicitur quadratus; cum in se quadratum contineat superficiem. Et est notandum, quia una figura est radix numerorum unius figure, et duarum; due



fol. 11 verso.

* egreditur numerus Distinctio
secunda, * (fol. 11 recte,
lin. 30-35; pag. 18, lin.
28-35).

figure sunt radix trium figurarum, et quatuor; tres figure sunt radix quinque figurarum, et sex; quatuor figure sunt radix septem figurarum, et octo, et sic deinceps. Radices autem quadratorum numerorum unius figure, et duarum oportet scire cordatenus, ut possimus cum ipsis in inuentione radicum plurium figurarum subtilius procedere. Est enim unum radix de .1.; quia semel vnum, vnum facit; et 2 sunt radix de .4., et 3 de 9, et 4 de 16., et 5 de 25., et 6 de 36, et 7 de 49, et 8 de 64, et 9 de 81, et 10 de 100. Reliqui uero, qui sunt infra hos quadratos numeros, non habent radicem. Sed possumus radici ipsorum cum minutis quantum necesse est per plures modos subtiliter appropinquare; quod in suo demonstrabitur loco. Cum autem uolueris inuenire radicem integram alicuius numeri trium figurarum, inuenias primum radicem ultime figure; et pones eam sub secundo gradu; cum scias duas figuras esse necessarias in radice trium figurarum; et sic erit una sub secunda, et alia cadet sub prima: et quod superauerit ex ipsa tertia figura, pones super ipsam tertiam figuram; et copulabis ipsum superfluum cum secunda figura; et pones aliam figuram sub prima, scilicet ante figuram, que est posita sub secunda; que multiplicata per duplum positę figure in radice, faciat ita prope dictę copulationis, ut de superfluo quod inde superfuerit copulato cum prima figura possis extrahere multiplicationem ipsius figure in se ipsam; et non remaneat inde ultra duplum radicis inuentę: et si de ultima figura nihil remanserit, intelliges euenire de secunda figura hoc quod diximus de copulatione superflui tertię figure cum secunda. Verbi gratia: uolumus reperire radicem de .153., inuenies radicem de .1., quod est in tertio gradu, que est .1.; quod .1. pone sub .3., et ante ipsum .1. pone .2 sub .3.; quia multiplicato .2. in duplo radicis inuentę, scilicet in .2., faciunt .4.; quibus extractis de .5., remanet .1. super ipsum .3.; quo .1. copulato cum .3. primi gradus, facit 13.; de quo possumus extrahere multiplicationem de .2. in se ipsum, et remanet inde .9., que sunt minus duplo radicis inuentę, scilicet de .24.: ergo integra radix de .153. est .12, et remanent .9. Item si uis inuenire radicem de .564., pone .2 sub .6., cum .2 sint integra radix de .8.; et 4 que remanent | pone super .8.: deinde dupla ipsa .2, erunt .4., que pone sub .2.; et per ipsa .4 diuide .46., scilicet copulationem superflui tertię figure cum secunda, exhibunt .11.: ex qua diuisione possumus habere arbitrium sequentis ponende figure, que multiplicanda est per duplum prime figure positę; et postea per se ipsam, erit ipsa figura aut parum minus, aut totidem quantum ex ipsa diuisione euenit; quod cognosces ex usu. Quare ponemus arbitrio .9. sub prima figura, que sunt minus de .11. predictis; et multiplicabis .9. per .4., scilicet per duplum inuenti binarij, et extrahes de 46. predictis, et ex remanentibus .10. pones 0. super .6., et .1. super .4.; et copulabis ipsa 10. cum .4. primi gradus, erunt .104.; de quibus extracta multiplicatione nouenarij in se ipso, remanent .22.; que .22. sunt minus dupla radicis inuenietę.

Rursus si radicem de .969 inuenire uolueris, pone radicem de .9., scilicet .3 sub .6.; et duplica ipsa .3., erunt .6., que pones sub ipso .3.; per que .6. oportet quamdam figuram multiplicare, que ponenda est ante .3.; et ipsam multiplicationem de .6. superiori extrahere, et remaneat inde figura; que cum fuerit copulata cum .0.; et possis extrahere multiplicationem ipsius figure in se ipsam, et non remaneat ultra duplum radicis inuentę; eritque illa figura .0.: quod .0. cum multiplicatum fuerit per .6., que fuerunt duplum de .3.; et ipsa multiplicatio extracta fuerit de .6., remanebunt eadem

* remanent inde cum .3. +
(fol. 14 verso, lin. 23 et 26-31;
pag. 19, lin. 18-24).

				9
			1	
		1	5	3
		1	2	
			2	

fol. 12 recto.

* pone super .8. de 46. predictis + (fol. 12 recto, lin. 1-7), pag. 19, lin. 27-34).

					23
				1	
			4	0	
		8	6	4	
			2	9	
				4	

* extrahes, et 60., que +
(fol. 12 recto, lin. 13 et 14-19;
pag. 19, lin. 40— pag. 20, lin. 2).

					60
				9	6
			9	6	0
			3	0	
				6	

* secundum hoc ... sunt figuræ » (fol. 12 verso, lin. 23-25; pag. 20, lin. 5-11).

				(9)
		3		
1	2	3	4	
		3	5	
		6		

fol. 11 verso.

* habes 33 ... sunt ante » (fol. 12 verso, lin. 4-9; pag. 20, lin. 21-26).

				(38)
		1	2	
6	1	4	2	
		7	8	
		1	4	

* 78. pro radice ... cum deficiat » (fol. 12 verso, lin. 20-23 e 26; pag. 20, lin. 37-42).

				(72)
81	71			
	90			
	18			

6.; que cum copulata fuerint cum .6., quod est in primo gradu, faciunt .60.; de quibus .60. cum extracta fuerit multiplicatio de .6. in se ipso, remanebunt .60., que sunt duplum de 30, scilicet de radice inuenta. Si autem uolueris scire radicem numeri quatuor figurarum, inuenias primum radicem duarum figurarum ultimarum; et superfluum copulabis cum remanentibus duabus figuris, et operabis secundum hoc quod diximus in tribus figuris: ad cuius rei euidentiam, sint .1234.; quibus uolumus radicem inuenire: pone sub .3. radicem ultimarum figurarum, scilicet de .12.; que radix est .3., et remanentia .3. pones super .3. de .12.; et copulabis ipsa .3. cum sequentibus figuris, erunt .334.; et duplicabis radicem inuentam, erunt .6.; que pones sub .3.; scilicet sub radice inuenta: et considera, quot sunt multiplicationes, que multiplicande sunt secundum hoc quod dictum est superius; et quot sunt figure in numero, de quo debemus extrahere ipsas multiplicationes: sunt enim multiplicationes due, quarum una est multiplicatio ponende figure per duplum radicis inuente, scilicet per .6.; alia multiplicatio est ipsius ponende figure in se ipsam: has quidem duas multiplicationes debemus extrahere de .331., et finire ultimam multiplicationem sub figura primi gradus. Ideo primam multiplicationem oportet extrahere de copulatione duarum figurarum ultimarum, scilicet de .33.; et ex copulatione superflui, et quaternarii, qui est in primo gradu, extrahes aliam. Quare pones .5. sub primo gradu; quia diuisis .33 per .6. reddunt .5.; et multiplicetur .5 per .6., et extrahatur ipsa multiplicatio, scilicet 30 de 33, et remanebunt .3. in secundo gradu: que .3. copula cum .4. primi gradus, faciunt .34.; de quibus extrahe multiplicationem de .5. in se ipsum, remanent 9.; et sic habes 33 pro radice de 1234, et remanent .9. Rursus si uolueris inuenire radicem de .6142. Inuenias radicem de .61., quem (sic) est .7., et remanent .12. pone .7. sub .4., et 12 pone super .61.; et duplicabis .7. inuenta, erunt .14.; pones .4. sub .7., et 1 post ipsum septenarium; et intelligas copulationem remanentium .12. cum .42.; que copulatio facit .1242., in quo numero sunt .4. figure, ex quibus sunt extrahende tres multiplicationes. Quarum prima est ponende figure per positum unum, et alia per .4., que sunt ante ipsum .1., et alia per se ipsam: quas tres multiplicationes debemus gradatim extrahere de .4. dictis figuris, ita ut ultima multiplicatio cadat in primo gradu. Et quoniam numerus figurarum excedit numerum multiplicationum in una figura, pro ipsa una figura oportet copulare ultimam figuram de 1242. cum sequente, erunt .12.; de quo .12. extrahe primam multiplicationem; et deinceps cadet secunda multiplicatio sub secundo gradu, et ultima sub primo: quare pones .8. ante posita .7.; et multiplicabis .8. per .1. predictum, et extrahes de .12. remanebunt tibi .4.: que copulabis cum sequentibus .4., que sunt in secundo gradu, erunt .44.; de quibus extrahe multiplicationem de .8. in .4.; que .4. sunt sub .7., remanent .12.; que pone super .44.; et copulabis ipsa cum .2. primi gradus, erunt .122.: de quibus extrahe .64., scilicet multiplicationem de .8. in se, remanent .58.; et sic habes .78. pro radice de .6142., et remanent .58. Verum si radicem de .8172. reperire uolueris, radicem de .81., scilicet .9., pone sub .7.; et de duplo ipsius .9. pone .8. sub .9., et .1. post ipsum uersus sinistram; in quibus .1. et 8 oportet multiplicare ponendam figuram singulariter, et deinceps ipsam figuram in se ipsam; et sic sunt tres multiplicationes, que sunt extrahende gradatim de 72., que remanent de .81. post inuentionem radicis de .81.: unde euidenter cognoscimus, nullam post se cadere preter .9., cum deficiat gradus, unde possit extrahi prima multiplicatio; quia si prima multiplicatio extrahatur de .7., oportet secun-

fol. 13 verso.

* superfuert, copulabis 35.
Quo * (fol. 13 verso, lin. 4-11;
pag. 22, lin. 8-13).

						(255)
					2	
					9	
	1	2	3	4	5	6
				3	5	1
				7	0	

* Inuenies primum cognos-
cimus ponendum * (fol. 13 ver-
so, lin. 17-23; pag. 22, lin.
17-24).

							(1605)
					1	6	
					4	8	
					7	5	
	9	8	7	6	5	4	
					9	9	
					1	9	8

fol. 14 recto.

* et sequentem tres figuras *
(fol. 14 recto, lin. 1-5; pag.
22, lin. 26-40).

							(4279)
					1	6	9
					9	8	7
					6	5	4
					3	1	4

que posita sunt sub .1., remanent .18., uidelicet .1. super .2. et .8 super .6.: et copulabis ipsa .18 cum .5 primi gradus, erunt .185.; de quibus | extrahes multiplicationem de .4. in se ipsis, remanent .169.; et sic habes .314 pro radice de 98765, et remanent 169. Et si uolueris inuenire radicem alicui numero sex figurarum. Inuenias primum radicem quatuor ultimis figuris; et residuum quod superfuert, copulabis cum sequentibus duabus figuris; et deinceps operabis ut supra. Verbi gratia: uolumus reperire radicem de 123456. Inuenies primum radicem de .1234, que est 35, et remanent .9.; et pone .35 sub .45.; et .9. que remanent pone sub .4.; et copulabis ipsa .9. cum .36., faciunt .956.; et duplicabis inuentum .35., erunt .70.; de quibus pone .9. sub .3., et 7 sub .3.; et quoniam figure sunt tres que restant; et multiplicationes sunt tres, quarum prima debet fieri per .7., secunda pro zefiro, tertia exponenda figura in se; tuac scimus, quia prima multiplicatio debet exire de .9.: quare diuide .9. per .7., exibat unum pro ponenda figura ante .35. Quo uno multiplicato per .7., et extracta ipsa multiplicatione de .9., remanent .2. super .9.; quibus copulatis cum .5., et inde extracta secunda multiplicatione, scilicet de .1. in zefiro, remanent 25: quibus copulatis cum sequente figura, faciunt .256.: ex quibus extracta multiplicatione de .1. in se ipso, remanent .255.; et sic habemus .351. pro radice de .123456., et remanent .255. Rursus si uolueris inuenire radicem de 987654 Inuenies primum radicem de .9876., que est .99., et remanent .75.: pone .99. sub 63., et 75 super .76.; et duplicabis radicem inuentam, erunt .198.: de quo numero pones 8 sub .9., que sunt in secundo gradu, et 9 sub 9, que sunt in tertio gradu; et .1. pones post ipsa; et copulabis 75 cum 54., erunt .7534., in quo numero sunt quatuor figure, quas debemus delere gradatim per quatuor multiplicationes, quas facere debemus cum ponenda figura, scilicet per tres figuras de .198., et per se ipsam: quare primam multiplicationem oportet extrahere de .7. tantum: et si cognoscimus ponendam figuram esse .3. ante .99.; quo .3. multiplicato per .1. de .198., et extracta ipsa multiplicatione de .7., remanent .4. super ipsis .7.: quibus copulatis cum .5. tertij gradus, faciunt .45.: de quo extracta multiplicatio de .3. in .9. de .198., remanent .18. super quartum et tertium gradum: quo 18 copulato cum .5., qui est in secundo gradu, faciunt .185.; de quibus extracta multiplicatio de .3. in .8. de 198, remanent .161. super quartum, et tertium, et secundum gradum: quibus 161. copulatis cum .4. primi gradus, faciunt 1614.: de quibus extracta multiplicatio de .3. in se, remanent .1605.; et in radice habemus .993. Item si uolueris inuenire radicem alicuius numeri septem figurarum. Inuenias primum radicem quinque figuris ultimis; et residuum, si fuerit, copulabis cum reliquis duabus figuris; et operaberis ut supra. Verbi gratia: uolumus inuenire radicem de .9876543; et quoniam radix septem figurarum sunt quatuor figure, oportet ponere primam figuram radice sub quarto gradu, | et sequentem figuram sub tertio, aliam sub secundo: quas tres figuras inuenies inueniendo radicem quinque figurarum ultimarum, scilicet de 98765.; quorum radix est .314., et remanent .169. super quintum, et quartum, et tertium gradum: quibus 169. copulatis cum duabus reliquis figuris, scilicet cum .42, faciunt .16942.: deinde duplica inuenta .314., et habebis .8. sub .4., et 2 sub .1., et 6 sub .3.: per quas tres figuras multiplicanda est gradatim ponenda figura, et deinceps in se ipsam; et sic erunt quatuor multiplicationes, quas debemus extrahere gradatim de quinque figuris predictis, scilicet de 16943: quare prima multiplicatio extrahenda est de duabus ultimis figuris, scilicet

de .16.; quare diuides .16. per .6., qui primus multiplicandus est, exhibunt .2.: quare pones .2. in primo gradu radices; et multiplica ea per .6. de 628., erunt .12.; que extrahes de .16. remanent .4. super .6.; que copulabis cum .9. faciunt, .49: de quibus extrahes multiplicationem de .2. in .2. remanent .43 super 49; que copulabis cum .4. secundi gradus, faciunt .454.; de quibus extrahes multiplicationem de .2. in .8., remanent .438., scilicet .4 super quartum gradum, et 3 super tertium, et 8 super secundum: et copulabis .438. cum .3 primi gradus, faciunt 4383; de quibus extrahes multiplicationem de 2 in se ipsis, remanent .4379., que sunt minus duplo radices inuente; et radix est .3142. Similiter si uis inuenire radicem octo figurarum, inuenies radicem sex figuris ultimis; et copulabis residuum cum reliquis duabus figuris, ut dictum est. Et sic cum his que dicta sunt possunt radices in infinitum quorumlibet numerorum inueniri. Nam si scire desideras quot figure erunt in radice alicuius numeri multarum figurarum, considera si numerus figurarum ipsius numeri fuerit par, uel impar. Si fuerit par, dimidia ipsum numerum; et quot unitates sunt in medietate, tot figure erunt in radice ipsius. Si uero fuerit impar, adde numero ipsorum unum, ut efficiatur numerus figurarum par. Et tunc quot unitates erunt in medietate numeri ipsarum, tot figure similiter erunt in radice. Et tunc incipies ponere primam figuram sub ipso gradu sub quo ceciderit. Nam si fractiones, que cadunt de superfluo inuentarum integrarum radicem, prope ueritatem nosse desideras, considera utrum numerus ille, cui radicem inuenieris, fuerit perticarum secundum geometriam, aut graduum secundum astronomiam.

Quia in radicibus perticarum fractiones in pedibus, deinde in unceis, et in partes unciarum reducere necesse est. In radicibus quoque graduum fractiones in minutis, et in secundis, et in partibus secundorum reducende sunt. Est enim pertica, ut diximus, pedes .6.; et pes est uncie .18.; et uncia est $\frac{1}{12}$ pedis; et pes est sexta pertice; pertica tota est uncie .108. Item gradus diuiditur in minutis .60., et minutum in secunda 60., et secundum similiter in tertia .60.; quare totus gradus est secunda .3600., et tertia 216000.: quibus ad memoriam reductis, cum uolueris radicem alicui numero perticarum inuenire, multiplica ipsas perticas per multiplicationem de 108. vicibus 108., hoc est per .11664.; et sume (sic) multiplicationis radicem inuenias; et habebis numerum unciarum, que sunt in radice quesita: quibus unceis diuisis per .18., reddunt pedes, qui sunt in illa radice. Quibus pedibus in .6. diuisis, reddunt perticas. Verbi gratia: uolumus inuenire radicem de perticis 67., multiplica 67 per 11664., erunt 781488.; quibus inuenias radicem, que est .884., et remanent .32.: que 32 diuide per duplum de .884.; uel dimidium de 32, scilicet .16. diuide per 884., exhibit fere $\frac{1}{12}$: ergo radix de perticis 67. sunt uncie 884. et $\frac{1}{12}$; quibus unceis diuisis per .18. reddunt pedes 49, et remanent uncie 2, et $\frac{1}{12}$: quibus pedibus 49. diuisis per 6 reddunt perticas 8, et remanent pes (sic) .1.: ergo radix de perticis 67 est pertice .8., et pes .1., et uncie 2, et $\frac{1}{12}$; et sic studeas facere in omnibus similibus. Et si uolueris radicem numero graduum inuenire. Multiplica secunda unius gradus, scilicet 3600. in se ipsis, erunt .12960000.; per quem numerum multiplica gradus, quibus radicem inuenire desideras; et summe multiplicationis radicem inuenias; et superfluum diuide per duplum radices inuente, et habebis secunda, que fuerint in radice quesita: quibus secundis diuisis in .60. reddent minuta: quibus minutis diuisis in .60., reddent gradus; et sic habebis gradus, et minuta, et secunda, et partes unius secundi, que fuerint

in radice quorumlibet graduum. Er si primum perticas, deinde pedes, post hoc uncias, ad extremam partes uncie, que sunt in radice quorumlibet perticarum, gradatim inuenire desideras. Inuenias primum radicem perticarum, ut dictum est: deinde de perticis que remanserint, fac dimidios soldos, scilicet pedes; et diuide eos per duplum perticarum inuentarum in radice, et habebis pedes; et ex hoc quod remanserit, fac denarios; ex quibus extrahe multiplicationem pedum inuentorum in se ipsos; residuumque triplicabis, scilicet facies inde uncias; quas diuides iterum per duplum perticarum, et pedum inuentorum in radice, et habebis perticas, et pedes, et uncias, et partes uncie, que sunt in radice quorumlibet perticarum. Verbi gratia. Volumus iterum radicem de perticis 67. inuenire; primum quidem radix de perticis .67. sunt pertice .8. in integrum, et remanent pertice .3., que sunt medij soldi, uel pedes .18.: quibus diuisis per duplum de .8., scilicet per 16, egreditur pes .1., et remanent pedes .2., qui sunt denarij .12.: ex quibus extrahe multiplicationem unius pedis in se ipso, scilicet denarium unum; quia cum pes multiplicatur in pedem, facit denarium, ut dictum est, remanent denarij .11.: quibus multiplicatis per .3. faciunt uncias .33.; quibus diuisis per duplum de perticis .8., et pedem .1., scilicet scilicet (*sic*) per $\frac{1}{2}$ 16, ueniunt uncie 2, et remanet $\frac{1}{2}$ unius uncie: de qua $\frac{1}{2}$ si extraxerimus multiplicationem inuentarum duarum unciarum in se ipsis, remanebit ex ipsa tertia uncie, quasi $\frac{4}{32}$ unius uncie; cum diuiderimus ipsum superfluum per duplum radicis inuentę. Rursus | si uolueris inuenire per hunc modum radicem de perticis .111., accipe radicem integram ipsarum, scilicet .10.; et duplica, erunt .20.; per quem diuide pedes perticarum .11. superfluarum, scilicet 66., exhibunt pedes .3., et remanent pedes .6., scilicet denari .36.: ex quibus extractis denarijs .9., qui procreantur ex multiplicatione pedum .3. in se, remanent denari .27.; quibus triplicatis faciunt uncias 81.; quibus diuisis per duplum radicis inuentę, scilicet per .21., exhibunt uncie $\frac{6}{7}$ 2, et non remanet inde aliquid, unde possis extrahere multiplicationem unciarum inuentarum in se ipsis: quare pone aliquantulum minus de $\frac{6}{7}$ unius uncie; et sic habebis perticas .10., et pedes .3., et uncias $\frac{2}{3}$ 2. pro radice de perticis .111. Et nota ea que superius diximus de multiplicatione perticarum, et pedum, et unciarum in perticas, et pedes, et uncias; et cognosces unde procedunt ea que facimus in inuentione pedum, et unciarum in radicibus.

Item si uis inuenire radicem de perticis 1234. Integra quidem radix ipsarum est pertice 35., et remanent pertice .9. sunt pedes .54.: per quos pedes .54., cum sit minus duplo radicis inuentę, scilicet de .70., cognoscimus in hac radice nequaquam cadere pedes: quare de pedibus 54 facies uncias, erunt uncie .972.; quas diuide per .70., exhibunt uncie .12., et $\frac{1}{2}$; et non remanet inde unde extrahas multiplicationem de unceis $\frac{1}{2}$ 12. in se ipsis: quare per $\frac{1}{2}$ pone minus, scilicet $\frac{6}{7}$, uel $\frac{2}{3}$, uel $\frac{1}{2}$, uel $\frac{1}{3}$ ad libitum; quia ita faciendo, parum poteris deniare; et sic, secundum hunc modum, potes cuiuslibet numero perticarum, uel perticarum et pedum; etiam et perticarum, et pedum, et unciarum radicem subtiliter inuenire.

De fractionibus quidem graduum in minuta et secunda inueniendis in libro nostro abaci satis aperte monstrauiumus; vere quidem radices numerorum, qui non sunt quadrati, in lineis haberi possunt, in numeris uero minime. Est enim modus reperiendi radices in lineis, ut protrahas lineam illius quantitatis, uel numeri, cuius radicem ha-

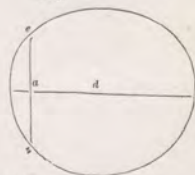
hæc desideras, eique lineam unius unitatis super addas, et in medio illius lineæ centrum figas, in spatio dimidie lineæ circulum ducas; et a puncto, quod est inter unitatem et lineam, ad rectos angulos lineam usque ad circulum protrahæ; et illa lineæ erit vera radix quesiti numeri. Exempli causa: uolumus radicem .67. inuenire. Adiaceat quedam recta .ab., quæ sit 67.; cui addatur in directo unitas .ag., erit tota .gb. 68: diuidaturque .gb. in duo equalia super punctum .d.; et spatio .dg. uel .db. circulus circinetur .gebz. Et protrahatur ad rectos angulos lineæ .ae.; dico quod lineæ .ae. uera radix est lineæ .ab., scilicet de 67.)

Protrahatur quidem recta .ea. in directo ad punctum .z.; et quoniam recta .ba. stat super rectam .ez., facit duos angulos, aut rectos, aut duobus rectis equales. Rectus quidem qui sub .bac., rectus quoque, qui sub .baz. Et quoniam recta .ag. per centrum ducta secat quamdam rectam .ez. ad rectos angulos, ipsam rectam per equalia secare necesse est. Equalis ergo recte .ea. recta .az. Rursus quoniam in circulo .gebz. due recte, quæ sunt .bg. et .ez. se inuicem secant supra punctum .a., erit multiplicatio .ba. in .ag., sicut | multiplicatio .ea. in .az. Sed multiplicatio .ae. in .az. est sicut multiplicatio .ea. in se ipsam. Quare multiplicatio .ba. in .ag. est sicut multiplicatio .ae. in se. Multiplicatio quidem .ba. in .ag., scilicet de .67. in .1., facit 67. Et multiplicatio uero ex .ae. in se facit similiter .67.; et hoc uolumus.)

De multiplicatione radicum.

Nunc autem ostendamus, qualiter radices numerorum per radices multiplicentur. Et qualiter insimul addantur. Et quomodo minores de maioribus extrahantur. Etiam et quo ordine inter se diuidantur. Cum autem uolueris multiplicare radicem de 16 per radicem de 25, cum 16 et 25 sint quadrati numeri. Accipe radices eorum, quæ sunt 4 et 5; et multiplica eas insimul, egredientur .20. pro quesita multiplicatione. Si uero radicem de 16 per radicem de 30. multiplicare uis; cum radix de 30 sit surda, multiplicabis .16. per 30, erunt .480.; quibus inuenies radicem quam propius poteris, et habebis summam dicte multiplicationis. Rursus si uolueris multiplicare radicem de 20 per radicem de 30., multiplica 20 per 30, erunt .600.; quibus inuenies radicem, et habebis propositum. Verbi gratia: sit .a. 20., et .b. 30., et g sit radix de .20., et d. sit radix de .30.; multiplico quidem .a. in .b. faciat .e., scilicet .600.; et multiplicato .g. in .d. faciat .z. Dico quoniam .z. radix est sexcentorum, scilicet ex .e. Sed primo dicendum est, quod sicut aliquis numerus est ad aliquem numerum, ita est quoduis multiplex unius ad idem multiplex alterius; et quæ uis pars unius ad eandem partem alterius: quod probabimus in .12. et 24.: in qua enim proportionem sunt 12 ad 24., in eadem est duplum de 12 ad duplum de 24., et triplum ad triplum, et deinceps quadruplum, et quæ secuntur multiplicia. Similiter in qua proportionem est 12 ad 24, in eadem proportionem est dimidium de 12. ad dimidium de 24., et tertium ad tertium, et deinceps: his itaque demonstratis, reuertamur ad proposita. Quoniam numerus .g. radix est numeri .a., scilicet de 20.; ergo .g., se ipsum multiplicans, .a. facit; et .g. quidem .d. multiplicans, numerum .z. facit. Quam multiplex ergo est a ex .g., tam multiplex est .z. ex d.: quare sicut .g. est ad .d., ita .a. est ad .z. Rursus quoniam .d. radix est ex .b., scilicet de 30; cum .d. itaque se ipsum multiplicat, .b. facit. Sed .d. multiplicans .g., z facit. Quam multiplex ergo est .z. ex .g., tam multiplex est .b. ex d. Quare sicut .g. est ad .d., ita .z.

• dg. et ez. ag., sicut •
(fol. 15 recto, marginis inferiore alterius pag. 25, lin. 14 et 15).



fol. 15 verso.

• de 20 per . . . quod sicut •
(fol. 15 verso, lin. 12-15; pag. 25, lin. 27-32).

20	600	30
a	e	b
g	z	d

est ad *b.*: fuit itaque sicut *g.* ad *d.*, ita *a.* ad *z.*: per equele uero est sicut *a.* ad *z.*, ita *z.* ad *b.* Quare multiplicatio *a.* in *b.* est sicut multiplicatio *z.* in *se.* Sed multiplicatio *a.* in *b.* facit *e.*, scilicet 600. Et multiplicatio quidem de *z.* in *se* facit similiter *e.* Ergo *z.* radix est ex *e.*; quod oportebat ostendere. Et notandum, cum numeri, quorum radices insimul multiplicantur, habent inter se proportionem quadratorum numerorum eorum, multiplicatio surgit in quadratum numerum. Quare multiplicatio radicum ipsorum surgit in numerum rationabilem. Verbi gratia: uolumus multiplicare radicem de *s.* per radicem de *is.*; quorum proportio est sicut *.4.* ad *.9.*, scilicet sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Dico quod multiplicatio de *s.* in *is.* surgit in | quadratum numerum, scilicet in *.144.* quorum radix, que est *.12.*, est summa multiplicationis radices de *s.* in radicem de *is.* Item si uis multiplicare *10* per radicem de *.20.*, multiplica quadratum de *.10.*, scilicet *100.*, per *20.*, erunt *.2000.*; quorum radix est summa dictę multiplicationis. Et nota quod id quod provenit ex multiplicatione de *.10.* in radicem de *.20.*, est equele *.10.* radicibus de *.20.* Vnde cum *.10.* radices de *.20.* uolumus redigere in radicem unius numeri, tunc multiplicamus quadratum de *.10.* in *20*, et habemus *.2000.*; quorum radix est id quod aggregatur ex ipsis *10.* radicibus: et hoc idem intelligendum est de similibus: vnde si radicem alicuius numeri in plures radices alterius redigere uis, diuide ipsum numerum per aliquem quadratum numerum; et quot unitates fuerint in radice ipsius quadrati numeri, tot radices uenient exeuntis numeri ex diuisione. Verbi gratia: vis reducere radicem de *.1200.* in plures radices alterius numeri, diuides *.1200.* per aliquem quadratum numerum, ut dicamus per *.16.*, et uenient *75*; et accipe radicem de *.16.*, que est *.4.*; et tot radices de *.75.* habebis pro una radice de *.1200.*: et si diuiserimus *.1200.* per *25*, quorum radix est *.5.*, habebimus *.5.* radices de *.48.* pro una radice de *.1200.* Et sic possumus radicem de *.1200.* in plures radices diuersorum numerorum reducere.

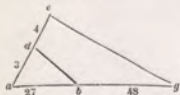
De additione radicum.

Radices quidem numerorum quandoque cum radicibus ita iunguntur, ut suma (sic) iunctionis earum surgit in aliquem numerum ratiocinatum, aut in radicem alicuius numeri; et quandoque non possunt coniungi, ut ex eorum coniunctione numerus, aut radix numeri egrediatur.

Cum autem radices quadratorum in unum coniungere uolumus, tunc ex eorum coniunctione numerus procreatur: ut si radicem de *16* cum radice de *25* addere uolumus, coadunabimus *4* et *5*, scilicet radices de *16* et de *25*, egredientur *.9.* pro quesita coniunctione.

Quando uero radices numerorum inter se proportionem quadratorum habentium coniungere uolumus, tunc egreditur radix alicuius numeri ratiocinati. Vade qualiter addantur, dupliciter ostendamus. Volumus addere radicem de *.27.* cum radice de *.48.*; inuenias quadratos, qui sunt in eorum proportione; eritque *.9.* et *16.*; quorum radices addas in unum, erunt *.17.*; que multiplica in *se*, erunt *.49.*; que triplica propter *27* et *48.*, que sunt triplum de *9* et de *16.*, erunt *.147.*; quorum radix est summa predictę iunctionis. Que regula probatur per proportionem similium triangularum hoc modo: adiaceant in directo rectę *ab.* et *bg.*; quarum *ab.* sit radix de *.27.*, et *bg.* de *48.*; et a puncto *a.* angulum faciens protrahatur recta *ad.* de; et *ad* sit *.3.*, et *de.* sit *.4.*; et copuletur *eg.*

erunt *.7.* *.3.*, et *de.* sit *.4.*
(fol. 16 recto, lin. 27-31; pag. 26, lin. 39-43).

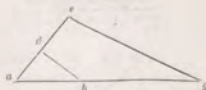


et ab : est itaque quadratum linee ab . triplum quadrati linee ad ., et quadratum linee bg . triplum quadrati linee de . Ergo sicut ab . recta est ad ad ., ita recta bg . ad de . Quare recta db . equidistans est linee eg . Vnde trigonum adb . simile est trigono aeg .; habent angulum a . comunem; et angulus adb . angulo aeg .; et angulus adb . angulo age . sunt equales, scilicet exteriores interioribus. Est ergo sicut quadratus linee ab . ad quadratum linee ad ., ita quadratus linee ag . ad quadratum linee ae . Sed quadratus linee ab . quadrati linee ad triplus est; quare quadratus linee ag . quadrati linee ae . est similiter triplus: sed quadratus linee ae . est 49 ; quare quadratus linee ag . est triplus, scilicet 147 . Ergo ex coniunctione linearum ab et bg . egreditur radix de 147 ., ut oportebat ostendere. Et nota, quod omnes radices numerorum proportionem habentium inter se possunt reduci ad radices unius numeri, diuidendo antecedentem numerum per antecedentem quadratum, et consequentem per consequentem. Verbi gratia: si uis reducere radices de 27 et de 48 . in radices unius numeri, diuides antecedentem numerum, scilicet 27 , per antecedentem quadratum, scilicet per 9 ; et sequentem 48 . per sequentem quadratum, scilicet per 16 ., et euenient 3 . ex unaquaque diuisione. Ergo quot unitates sunt in radice de 9 ., tot radices de 3 sunt in radice de 27 .; et quot unitates sunt in radice de 16 ., tot radices de 3 . sunt in radice de 48 .; et sic pro una radice de 27 habentur tres radices de 3 ; et pro una radice de 48 habentur 4 radices de 3 . Vnde si eas aggregare uolumus, habebimus 7 radices de 3 . pro earum aggregatione: quas si ad radicem unius numeri reducere uis, multiplica quadratum de 7 . per 3 ; et eius quod prouenerit radicem accipe; et pro earum aggregatione habebis radicem de 147 ., ut supra. Aliter iungantur primum 27 cum 48 ., erunt 75 .; et multiplicentur 27 . per 48 ., et illius multiplicationis radicem duplica, erunt 72 .; que cum 75 . adde, et habebis similiter 147 . pro quadrato dicte iunctionis.

Que etiam demonstrabimus per exemplum: adiaceat in directo recta ab . recte bg .; et sit ab . radix de 27 ., et bg de 48 . Volumus itaque quantitatem scire totius linee ag . Quoniam linea ag . diuisa est in duo super punctum b ., erunt duo quadrati portionum ab . et bg . cum duplo multiplicationis ab . in bg . equales quadrato totius linee ag . Sed quadrati ab et bg . sunt 27 et 48 , scilicet 75 ; et multiplicatio linee ab . in bg . surgit in radicem multiplicationis de 27 . in 48 ., scilicet in 36 .; quorum duplum sunt 72 .; quibus additis cum 75 ., reddunt 147 . pro quadrato linee ag ., ut pre diximus. Si autem uolumus addere radicem de 20 . cum radice de 30 .; quia 20 . et 30 inter se proportionem non habent, sicut quadratus numerus ad quadratum numerum; et hoc cognoscatur, quia multiplicatio de 20 . in 30 . surgit in numerum non habentem radicem. Ideo suma iunctionis earum radicem non surgit in numerum, neque in radicem numeri. Verbi gratia: sit recta ba . radix de 20 ., et recta ag . sit radix de 30 ., erit quadratus linee ba . cum quadrato linee ag . 600 ; et multiplicatio ba . in ag . surgit in radicem de 600 .; quare duplum multiplicationis ba . in ag . surgit in radicem quadrupli de 600 ., scilicet in radicem de 2400 .: que cum radicem non habeant, scimus quod ex adiunctione predicta non possumus habere | numerum, aut radicem numeri; sed habemus pro earum coniunctione radicem numeri, et radicis, hoc est radicem de 90 ., et radicis de 2400 . Vnde, ut inde habeamus illud quod possumus, inueniatur radix de 2400 . quam propius potest, que est 49 , minus $\frac{1}{98}$; et addantur 50 supradictis, erunt 99 ,

fol. 16 verso.

* linee ab diuidendo antecedentem * (fol. 16 verso, lin. 4-5; pag. 27, lin. 7-11).



* portionum ab in bg . * (fol. 16 verso, lin. 23 = 24-25; pag. 27, lin. 28-30).

a b g
27 48

* radicem non ba . radix * (fol. 16 verso, lin. 31; pag. 27, lin. 35-36).

a g
 b

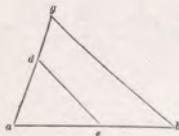
fol. 17 recto.

minus $\frac{4}{25}$; quibus inuenies radicem, et habebis propositum: uel inuenias radicem de 20 et de .30. quam propius potes; et adde eas insimul, et habebis similiter propositum.

De extractione radicum.

SI uero radicem quadrati numeri de radice quadrati numeri extrahere uolueris, ut radicem de 16 ex radice de 40., extrahes radicem de .16., scilicet .4., ex radice de .40., scilicet de .7., remanebunt .3. pro residuo dictę extractionis. Er si radicem de .43 ex radice de .125 extrahere uis; quia proportio eorum est proportio quadratorum, scilicet de .9. et de 25., extrahe radicem de 9 ex radice de .25., scilicet .3 de .5., remanent .2.; que multiplica in se, erunt .4.; que multiplica per 5. propter 45 et .125., que sunt quincupla de 9 et de .25., exhibunt 20.; quorum radix est residuum dictę extractionis. Verbi gratia: adiaceat recta .ab., que sit radix de 125.; et a puncto .a. protrahatur recta .ag. faciens angulum .bag.; et sit .ag. .5., scilicet radix de 25.; et auferatur ex .ag. recta .gd., que sit 3, remanebit .da. 2.; et per punctum .d. protrahatur recta .de. equidistans lateri .gb.; et quoniam in trigono .agb. protracta est recta .de. equidistans lateri .bg., erunt latera .ab et .ag. proportionaliter secta in punctis .de., scilicet quod est sicut .ae. ad .eb., ita .ad. ad .dg. Coniunctum ergo est sicut .ba. ad .be., ita .ga. ad .gd.: et si permutauerimus, erit sicut .ba. ad .ag., ita .be. ad .gd. Quare est sicut quadratum lateris .ba. ad quadratum lateris .ag., ita quadratum linee .be. ad quadratum linee .gd. Sed quadratum lateris .ba. est quincuplum quadrati lateris .ag.; quare et quadratum rectę .be. est quincuplum quadrati linee .gd.: est enim .9. quadratum linee .gd.; quare quadratum linee .be. est 45.: ergo linea .be. est radix de 45.; quam uolumus extrahere ex .ab., scilicet ex radice de .125., et inuenire residuum, scilicet lineam .ae.; cuius quadrati proportio est ad quadratum linee .ad., sicut quadratum linee .be. ad quadratum linee .gd. Quare quadratum linee .ae. est quincuplum quadrati linee .ad. Sed quadratum linee .ad. est .4.; ergo quadratum linee .ae., scilicet quesiti residui, est .20.; et sic .ae. inuenta est esse radix de .20., ut supra. Vel si radices de 45 et de 125. reduxerimus in radices de .5., habebimus pro radice de 45. tres radices de 5., et pro radice de 125. habebimus .5. radices de .5.: unde si de 5 radicibus de .5. auferantur .3. radices de .5., remanent 2 radices de .5., que sunt una radix de .20., ut inuentum est. Aliter adde .45 cum .125., erunt .170.; de quibus extrahes duplum radicis multiplicationis de .45. in .125., idest 150., remanent .20. pro quadrato quesiti residui. Ad cuius exemplum sit linea .ab. radix de .125.; de qua summatur linea .bg., que sit radix de 45.: dico quod | linea .ga. est radix de 20. Quoniam linea .ab. in duo diuisa est super punctum .g., erunt duo quadrati linearum .ab. et .gb. euales quadrato .ag., et duplo multiplicationis .gb. in .ab.: sunt enim duo quadrati .ab. et .gb. .170.; quibus equantur quadratus linee .ag., et duplum multiplicationis .bg. in .ba. Sed .bg. in .ba. est radix multiplicationis de 45 in 125., scilicet .75.; que .75. duplicata faciunt .150.; que extracta de 170. remanent .20. pro quadrato linee .ag.; quod oportebat ostendere. Er si uis extrahere radicem de 20 ex radice de 30.; quia .20 et 30 non sunt in proportionem quadratorum numerorum. Inuenies radicem de .20. et de 30 quam propius potes; et extrahe radicem de 20 de radice de 30.; et sic habebis residuum non ad plenum, sed fere: vel aliter adde .20 cum .30., erunt .50.; et multiplica .20 per 30., erunt .600.; de quibus accipe duas radices, scilicet duplum radicis eius, hoc est radicem quadrupli

* 20.; quorum ad .dg. Coniunctum * (fol. 17 recto, lin. 43-18 e 19; pag. 28, lin. 10-16).



* .ab. radix de dico quod * (fol. 17 recto, lin. ultimo; pag. 28, lin. 32-33).

a g b
fol. 17 verso.

* remanent .20. si uis extrahere * (fol. 17 verso, lin. 5, 6 e 7; pag. 28, lin. 38-39).

a g b

de .600., que est fere 49., minus $\frac{1}{99}$; et extrahe eam de 50., remanet $\frac{1}{99}$; cui inuenias radicem, et habebis quesitum residuum, secundum propinquitatem.

De diuisione radicum.

Si vis diuidere radicem de 600 per radicem de .40., diuide .600. per 40., exhibunt .15.; quorum radix cadit ex diuisione predicta. Verbi gratia: sit *a*. 40., et *b*. 600., et *g*. 15.; et *d*. sit radix ex *a*., et *e*. ex *b*.: diuidatur quidem *e*. per *d*., scilicet radix de .600., per radicem de .40., egrediatur .2. Dico .2. esse radicem ex *g*., scilicet de .15.; quoniam diuiso *e*. per *d*. facit .2.: si *d*. multiplicat .2., facit *e*. Sed *d*. se ipsum multiplicans facit *a*. Quam multiplex ergo est *a*. ex *d*., tam multiplex est *e*. ex .2. Quare est sicut *d*. ad .2., ita *a*. ad *e*. Rursus .2. multiplicans *d*. facit *e*.; et .2. se ipsum multiplicans facit *f*. Est ergo sicut *d*. ad .2., ita *e*. ad *f*. Sed sicut *d*. ad .2., ita repertum est *a*. ad *e*. Quare est sicut *a*. ad *e*., ita *e*. ad *f*. Sunt ergo *a*. *e*. *f*. continue proportionales. Quare multiplicatio *a*. in *f*. est sicut *e*. in se. Sed multiplicatio *e*. in se facit *b*.; ergo *a*. in *f*. facit similiter *b*., scilicet 600. Sed *b*. diuiso per *a*. venit *g*. Ergo multiplicatio *a*. per *g*. facit *b*.; et *a*. multiplicato per *f*. facit *b*. Quare numerus *f*. equalis est numero *g*. Sed .2. se ipsum multiplicans *f*. facit. Quare ex multiplicatione .2. in se egrediatur similiter *g*.; ergo .2. radix est ex *g*., quod oportebat ostendere. Aliter *d*. multiplicans .2. facit *e*.; et *e*. se ipsum multiplicans facit *b*.; ergo multiplicatio *d*. in .2. multiplicata per *e*. facit *b*. Item *d*. se ipsum multiplicans *a*. facit; et *a*. multiplicans *g*. facit *b*.; ergo multiplicatio *d*. in se, multiplicata per *g*., facit *b*. Quare multiplicatio *d*. in .2. producta in *e*. equa est multiplicationi *d*. in se producte in *g*.: communiter relinquatur multiplicatio *d*., remanebit multiplicatio .2. in *e*. equa multiplicationi *d*. in *g*. Quare est sicut *d*. ad .2., ita *e*. ad *g*., sed sicut *d*. ad .2., ita est *e*. ad *f*.; ergo *e*. ad *g*. et ad *f*. eandem proportionem habent: quare *g*. equalis est *f*. Sed .2. radix est ex *f*.; quare .2. radix erit ex *g*. Et si radicem de .40. per radicem de .600. diuidere uis, diuide .40. per .600., exhibit $\frac{2}{15}$; cui inuenias radicem, et habebis propositum. Sed qualiter radices fractionibus inueniantur, demonstrare procurabimus. Sed primum [notandum est, cum inter se diuiduntur radices numerorum quadratorum, uel eorum proportionem habentium, tunc semper egreditur numerus rationalis. Verbi gratia: uolumus diuidere radicem de .64. per radicem de .16.: diuisis .64. per .16., egrediuntur .4.; quorum radix, scilicet .2., egreditur ex dicta diuisione. Nam .2., que sunt radix de .64., diuisis per radicem de .16., scilicet per .4., egrediuntur similiter .2. Et nota, quia illud idem egreditur ex diuisione radicum omnium numerorum habentium eandem proportionem, quam habet .16. ad .64.: ut si radicem de .80. per radicem de .20. diuidere uolumus, egredientur .2. similiter ex dicta diuisione. Si alicui fractioni uel fractionibus radicem inuenire desideras, dupliciter tibi hoc facere demonstrabimus. Primus modus est, ut ipsam partem, uel partes accipias ex aliquo magno numero; et quod habueris, multiplica per ipsum numerum; et sume multiplicationis radicem inuenias; ipsamque per supradictum numerum diuide; et sic habebis propositum. Verbi gratia: uolumus inuenire radicem de $\frac{2}{3}$: accipe $\frac{2}{3}$ ex aliquo magno numero. Sitque numerus ille .60. Nam quanto maiorem numerum acceperis, tanto propius uere radici deuenieris: $\frac{2}{3}$ quidem de .60. sunt .40.; quibus multiplicatis per .60., reddent .2400.; quorum radix, que est .40., minus

se multiplicat .2., in se fa-
cit a (fol. 17 verso, lin. 17 e
18-22 e 23; pag. 29, lin. 8-
14).

40	15	600
<i>a</i>	<i>g</i>	<i>b</i>
<i>d</i>	<i>z</i>	<i>e</i>

fol. 18 recto

$\frac{1}{72}$, diuide per 60, et habebis propositum. Nam si hoc in pedibus, et unceis habere consideras, accipe $\frac{2}{3}$ ex unceis unius pertice, scilicet de .108., exhibunt .72.; quibus multiplicatis per .108., ueniunt 7776; quibus accipias radicem, eritque $\frac{2}{11}$ 88; et tot unce sunt in radice de $\frac{2}{3}$ unius pertice. Similiter si uis habere in minutis et secundis radicem de $\frac{1}{6}$ unius gradus, accipe $\frac{1}{6}$ ex secundis unius gradus, scilicet ex .3600, erunt 2880; que multiplica per .3600., erunt quarta 10368000.; quorum radix dabit tibi secunda, que sunt in radice de $\frac{1}{6}$.

Aliter uolumus inuenire radicem de $\frac{2}{3}$ unius pertice; quia ex multiplicatione pedix (*sic*) in pede egreditur denarius. Idcirco fac denarios de $\frac{2}{3}$ unius pertice, erunt denari .24.; quibus inuenias radicem, exhibunt pedes .4., et remanent .8.; ex quibus fac octauadecimas unius denarij, erunt .144.; quas diuide per duplum radicis inuenit, scilicet per .8., egredientur uncie .16., et remanent $\frac{16}{144}$: quos multiplica per 18, erunt $\frac{288}{144}$; ex quibus extrahe multiplicationem de unceis .16. in se, scilicet $\frac{256}{144}$, remanebunt $\frac{8}{144}$ unius denarij; quibus diuisis per duplum radicis inuenit, egredietur circa $\frac{3}{11}$ unius uncie. Vel aliter: accipe radicem de denarijs 24., erit pedum (*sic*) .8., et deest tibi denarius .1.; ex quo fac octauadecimas, erunt .18.; quas diuide per duplum radicis inuenit, scilicet per .10., exhibit uncia $\frac{1}{10}$; quibus extractis de pedibus .8., remanent pedes .4., et uncie $\frac{1}{10}$ 16.

Incipit distinctio tertia

in mensuratione omnium camporum.

Hanc itaque distinctionem in quinque partes diuidere decreui. In prima quarum mensurabimus triangulos. In secunda quadrilateros. In tertia multilateros, qui ex rectis lineis constant. In quarta circulos, et eorum portiones, et obliquas figuras insuper, et commixtas ex rectis et curuis lineis. In quinta mensurabimus ipsos campos, qui in ascensione montium iacent. |

Incipit pars prima tertie distinctionis de mensuratione triangulorum.

fol. 88 verso.

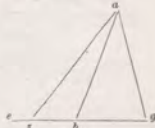
Campi qui trianguli uel trilateri sunt, alij orthogoni, scilicet retrianguli; alij oxigoni, scilicet acutianguli; alij quoque ampligoni appellantur: et hec nomina recipiunt ab angulis. Orthogonium quidem trigonum est, quod habet unum ex tribus angulis rectum. Reliqui uero duo anguli uni recto sunt equales. Oxigonium quoque trigonum est, quod omnes tres angulos acutos habet. Ampligonium autem est, quod unum ex tribus angulis habet maiorem recto. Recipiunt quidem trianguli nomina a lateribus, ex quibus quidam ysopleuri, idest equilateri; quidam uero ysoceli, idest equicrurij; et quidam diuersilateri, qui scaleni appellantur. Equilateri quidem sunt, quorum omnia tria latera sibi inuicem equantur. Equicrurij autem sunt, qui duo latera sibi inuicem equalia habent. Diuersilateri quippe sunt, qui omnia tria latera habent inaequalia. Et notandum, quia in omni triangulo tres catheti, scilicet perpendiculares, exigi possunt. Ex quibus unaqueque cadit a quolibet angulorum super latus subtendens, uel recipiens ipsum angulum.

In orthogonijs autem trigonis una perpendicularium cadit infra trigonum; et est illa que producit ab angulo recto super latus subtendens ipsum angulum. Relique quidem perpendiculares sunt duo latera continentia angulum rectum. In oxigonijs autem trigonis omnes tres perpendiculares cadunt interius. In ampligonijs namque due cadunt exterius, et alia interius. *Colligitur quippe embadum, scilicet area omnium trian-*

gulorum ex multiplicatione dimidij cathetus in totam basem, uel ex multiplicatione medietatis basis in totam perpendicularem; que cum demonstrationibus ostendere procurabo. Si in trigono ab angulo, qui non sit minor alicui reliquorum angulorum, cathetus supra latus subtendens ipsum angulum erigatur, infra trigonum cadet. Si in trigono $abg.$ sit angulus $bag.$ non minor angulo $abg.$ uel $bga.$; dico, si a puncto $a.$ super rectam $bg.$ cathetus erigatur, infra trigonum $abg.$ cadet.

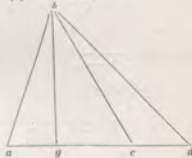
Non enim; sed si possibile est, cadat extra trigonum a latere $b.$; et ducatur itaque $gb.$ in directo in infinitum super punctum $e.$; et protrahatur super $ge.$ recta cathetus $az.$; eritque trigonum $azb.$ orthogonium habens angulum, qui sub $azb.$ rectum: et quoniam in trigono $azb.$ unum latus eductum est extra trigonum, scilicet $zb.$ in $bg.$ Exterior quidem angulus, qui sub $abg.$ maiorem opposito et interiori, qui sub $azb.$: rectus quidem, qui sub $azb.$; maior ergo recto, qui sub $abg.$ Sed qui sub $bag.$ non minor est eo, qui sub $abg.$; maior enim recto, qui sub $abg.$ Similiter et qui sub $bag.$ maior est recto. In trigono quidem $abg.$ sunt duo anguli duobus rectis maiores; quod est impossibile. Cum omnes tres anguli cuiuslibet trigoni duobus rectis sint equales, ut ait euclides 22.* primi: non ergo cathetus ab $a.$ super latus $bg.$ ducta extra trigonum cadet ex parte $b.$ Similiter ostendetur, neque extra ex parte $g.$ intus enim cadet; quod oportebat ostendere. Ex hoc enim comprehenditur, quod in oxogonio trigono ab angulo minore existente in ipso, et in orthogonio ab angulo recto, et in ampligonio ab angulo obtuso; si cathetus supra latera subtendentia ipsos angulos erigatur, infra ipsa trigona cadet. Demoustramus itaque, qualiter in orthogonio trigono latera continentia angulum rectum sit cathetus in ipso. Adiaceat quidem trigonum orthogonium $bgd.$ rectum habens angulum, qui sub $bgd.$ Dico, rectam $bg.$ perpendicularem esse super $gd.$ rectam, et $dg.$ super $bg.$: protrahatur recta $gd.$ in directo ad punctum $a.$; et quoniam super rectam $ad.$ stat recta $bg.$, facit circa se duos angulos, aut rectos, aut duobus rectis equales. Rectus quidem, qui sub $bgd.$ rectus manet, qui sub $bga.$ Quare $bg.$ cathetus est super $ad.$ Similiter si protrahatur recta $bg.$, ostendetur, rectam $dg.$ esse cathetum super $bg.$ Dico iterum: a puncto $b.$ alia cathetus cadere non posse super rectam $ad.$ preter cathetum $bg.$ Sed si possibile est; esto $ba.$ cathetus super $ad.$, erit tunc in trigono $bag.$ duo anguli recti; quod est inconueniens. Similiter si fecerimus eam cadere inter $gd.$ super punctum $e.$, erit in triangulo $abe.$ duo anguli recti, qui sub $bge.$, et qui sub $geb.$; quod est impossibile: non enim super rectam $ad.$ cathetus cadit preter $bg.$ Similiter ostendetur, nec a puncto $d.$ super $bg.$ cathetum cadere posse preter $dg.$; quod oportebat ostendere. Si in oxogonio trigono ab angulo minore existente in ipso super latus subtendens ipsum angulum cathetus trahatur, infra trigonum cadet. Exempli causa: sit oxogonium trigonum $abg.$ minorem habens angulum, qui sub $bag.$ Dico; si ab $a.$ erigatur cathetus super rectam $bg.$, infra trigonum cadet. Non enim; sed si possibile est cadat exterius super $d.$ punctum. Et quoniam recta $ad.$ cathetus est super rectam $dbg.$, rectus est angulus, qui sub $adb.$ Sed angulus qui sub $abg.$, qui est extra trigonum $adb.$, maior est interiori sibi opposito, qui sub $adb.$ Sed qui sub $adb.$ est rectus; quare angulus, qui sub $abg.$ maior est recto; quod est inconueniens, cum acutiangulum sit trigonum $abg.$: non enim cadit cathetus ab $a.$ extra trigonum $abg.$: intus enim cadit; quod oportebat ostendere.

* $gb.$ in directo $bag.$ maior a [fol. 18 verso, lin. 23-24] e 22; pag. 31, lin. 8-14.



fol. 19 recto.

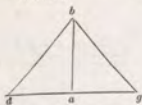
* ostendit-ur. Ex hoc rectus, aut a [fol. 19 recto, lin. 1-5; pag. 31, lin. 16-20].



* angulum cathetus trigonum $adb.$ [fol. 19 recto, lin. 19-22; pag. 31, lin. 35-40].



* Dico, si ab cathetus ponat z
(fol. 19 recto, lin. 20-25; pag.
32, lin. 8-9).

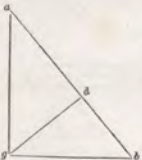


fol. 19 verso.

* infra trigonum ergo semicirculus z (fol. 19 verso, lin.
1-12 e 13; pag. 32, lin. 9-20).



* puncto g triangulo agb .
(fol. 19 verso, lin. 20 e 21;
pag. 32, lin. 29-37).



fol. 20 recto.

In ampligonio trigono si ab angulo acuto cathetus trahatur super latus subtendens ipsum angulum, extra trigonum cadet. Sit trigonum ampligonium bdg , amplum habens angulum, qui sub bdg . Dico, si ab angulo dbg cathetus ducatur super gd rectam, extra trigonum bdg cadet. Non enim; sed si possibile est, cadat inter dg ad punctum a . Et quoniam ba cathetus est super rectam gd ; angulus quidem, qui sub bad , rectus est. Est enim maior recto, qui sub bda . Quare in trigono bda sunt duo anguli duobus rectis maiores; quod est impossibile. Non enim a puncto b super gd cathetus infra trigonum bdg cadit. Similiter ostendetur, nec a puncto g super lineam bd cathetus posse | infra trigonum bdg ; exterius enim cadunt; quod oportebat ostendere. Si in duobus lineis angulum continentibus recta aliqua inciderit; et in medio ipsius summatum punctus; et a puncto ad angulum protrahatur recta; si ipsa recta equalis fuerit lineae iacentis a dicto puncto usque ad unam linearum continentium angulum, tunc angulus ille rectus erit. Exempli causa: sint due lineae ab et bg continentes angulum abg ; et in eis incidit recta recta (sic) de ; in medio cuius accipiat punctus z , protrahatur zb . Dico quoniam si zb recta equalis est recte ze uel zd , quod angulus abg est rectus. Quoniam tres lineae, que sunt zb , et zd et ze sibi inuicem equales sunt; si a puncto z spatio unius ipsarum circulus circinabitur, nimirum per puncta d , b , e ueniet; infra quem circulum coaptata est quedam recta de , infra quam est centrum circuli; ideo recta de est dyameter illius circuli; a quo dyametro comprehensus est arcus dbe : ergo semicirculus est dbe , infra quem est angulus dbe . Angulus quidem, qui est in semicirculo, rectus est; ut Euclides in tertio suo libro ostendit. Ex hoc enim manifestum est, quod si recta zb maior esset quam recta zd uel ze ; angulus quidem dbe acutus esset. Si uero minor esset zb quam zd uel ze , obtusus esset angulus abg .

In orthogonio quidem trigono quadratus lateris subtendens angulum rectum equus est duobus quadratis laterum continentium angulum rectum. Sit trigonum orthogonium abg rectum habens angulum, qui sub agb . Dico quoniam quadratum lineae ab equalem esse duobus quadratis linearum ag et gb : protraham super rectam ab a puncto g cathetum gd ; eritque trigonum abg diuisum in duobus trigonis orthogonijs, que sunt gdb et gda ; et sunt sibi inuicem similia et toti, ut Euclides in sexto libro demonstrauit. Et quoniam simile est trigonum gdb trigono agb , circa comunem angulum b habent latera proportionalia. Est enim sicut db ad bg ex trigono dbg , ita gb ex trigono bag est ad lineam ab . Quare multiplicatio db in ba equa est quadrato lineae bg . Rursus quoniam simile est trigonum gda trigono agb , circa comunem angulum ipsorum a latera habent proportionalia. Est ergo sicut recta da ad ag ex triangulo gda , ita recta ga ex triangulo agb est ad rectam ab . Quare ad in ab equatur quadrato lineae ag . Demonstratum quidem est et db in ba equari quadrato lineae gb . Quare multiplicatio db in ba cum multiplicatione lineae ad in ab equatur duobus quadratis linearum bg et ga . Sed multiplicatio db in ab cum da in ab equa est quadrato lineae ab ; ergo quadratus lineae ab equatur duobus quadratis linearum bg et ga ; quod oportebat ostendere. Iis itaque demonstratis, qualiter trigona mensurentur, demonstramus. Sed notandum primum, quod ex trigonis orthogonijs ampligonijs alia | sunt equicuria,

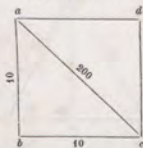
alia diuersilatera. Oxigoniorum quidem, alia sunt equilatera, alia equicruria, alia uero diuersilatera. Vnde, ut doctrinam mensurandi omnia genera trigonorum perfecte habeamus, hanc partem, scilicet primam huius tertie distinctionis, in tres differentias diuidimus. In prima quarum mensurabimus trigona orthogonia : in secunda oxigonia : in tertia ampligonia.

Incipit differentia prima.

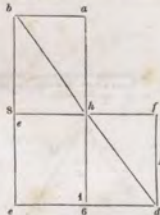
AREA omnium trigonorum orthogoniorum colligitur ex multiplicatione unius lateris in dimidium alterius continentibus angulum rectum. Exempli causa : Sit trigonum orthogonium et equicrurium *abc*. habens in singulis lateribus *ab*. et *bc*. perticas .10.; latus quoque *ac*. sit radix de perticis .200.; multiplicabis dimidium lateris *ab*. in totum latus *bc*., uel e conuerso, scilicet .5 per .10.; et sic reddet pro area totius trigoni perticas .50. superficiales : et hoc probabitur, si á puncto *a*. super lineam *ba*., secundum rectum angulum, lineam *ad*. equalem lineæ *bc*. protraxeris; et copulaueris lineam *dc*., que erit equalis lineæ *ab*. Ideo quia quadrilaterum est *abcd*. equilaterum, et orthogonium, ex quo trigonum *abc*. dimidium continere in superscripta figura aperte declaratur: totum ergo quadratum *abcd*. est perticarum .100., que colliguntur ex multiplicatione de .10. in .10., scilicet ex uno latere in se ipso: quare trigonum *abc*. cum sit dimidium ipsius quadrati, perticas 50 continere necesse est. Item est trigonum orthogonium diuersilaterum *bcd*., cuius latus *bc*. est perticarum .8.; latus quoque *cd*. est perticarum 6.; latus uero *bd*. perticarum .10.; et angulus rectus est, qui ad *c*. Quare multiplicabis dimidium *bc*. per totam *cd*., hoc est .4. per .6.; uel dimidium *cd*. in totam *cb*., scilicet .3. per .8., et habebis perticas .24. pro area trigoni *bcd*.; quod esse uerum cognoscitur superscripti trigoni doctrina: uel aliter diuidatur *bc*. in duo equalia supra punctum *e*.; et á puncto *e*. equidistans et equalis lineæ *cd*. protrahatur linea *ef*.; et copuletur *df*. Et quoniam linea *cd*. equidistans est et equalis lineæ *df*., erit linea *fd*. equalis, et equidistans lineæ *ce*., ut in geometria aperte declaratur. Quare linea *df*. est pertice .4., et est equalis lineæ *eb*.; et *bh*. est equalis *hd*.; et angulus *ebh*. angulo *hdf*. est equalis: unde recta *eh*. recte *hf*. equatur. Quare trigonum *hfd*. equalis trigono *beh*.: totum ergo trigonum *bcd*. equalis est quadrilatero *ecfd*. orthogonio, quod continetur ex multiplicatione lineæ *ec*. in lineam *cd*., scilicet de 4 in 6. Quare trigonum *bcd*. continetur ex multiplicatione dimidij *bc*., scilicet ex *ec*. in *cd*., ut prediximus.

Similiter ostendetur, si á puncto *i*., scilicet dimidio *cd*., protrahatur linea *ia*. equidistans et equalis lineæ *cb*.; et copuletur recta *ba*.; et erit triangulus *abh*. equalis triangulo *hid*.: communiter si addatur quadrilaterum *bcih*., erit totum quadrilaterum *abci*. equale triangulo *bcd*.; cuius quadrilateri area habetur ex *ic*. in *cb*., hoc est de 3. in .8., ut supradiximus. Nam si latus *bd*. per reliqua latera *i* inuenire uolueris, multiplica latus *bc*. in se, scilicet per 8., erunt .64.; cuius radix, que est .10., est longitudo *bd*. ypotenusæ. Sit ypotenusa *bd*. pertice .10., et basis *cd*. pertice .6.; et queratur longitudo catheti *bc*.; multiplicabis ypotenusam in se, scilicet .10 per 10., erunt .100.; de quibus tolle multiplicationem basis in se, scilicet .36., remanent 64.; quorum radix, scilicet .8., est longitudo catheti *bc*. Item ypotenusa sit .10., et cathetus sit .8.;

* *dimidium alterius et orthogonium*, * (fol. 20 recte, lin. 6, 7-12, pag. 33, lin. 8-15).



* *uero b.d. quod continetur* * (fol. 20 recte, lin. 19-28; pag. 33, lin. 29-30).



fol. 20 ueræ.

et ingnoraueris basem .cd. Ex tetragono quidem .bd., scilicet de .100., extrahe tetragonum .bc., scilicet .64., remanent .36.; quorum radix, scilicet .6., est latus .cd.

Incipit Differentia secunda.

Omnium trigonorum oxigoniorum area colligitur ex multiplicatione catheti in dimidium basis, uel ex multiplicatione basis in dimidium catheti. Ad cuius rei euidentialiter sit trigonum acutiangulum, et equilaterum .abc. habens in singulis lateribus perticas .10.: protrahatur super rectam .bc. cathetus .ad.; quoniam .ad. cathetus est super rectam .bc., equalis est uterque angulorum, qui ad .d.: ergo orthogonia sunt trigona .adb. et .adc.: et quoniam equalis est linea linea (sic) .ab. lineae .ac.; et linea .ad. communis est utrique triangulo; basis ergo .bd. basi .bc. equalis erit; et trigonum .adb. trigono .adc. equale erit. Et quoniam orthogonium est trigonum .adb., area ipsius colligitur ex multiplicatione catheti .ad. in dimidium basis .bd., scilicet in $\frac{1}{2}$ 2. Similiter quoniam orthogonium est trigonum .adc., area ipsius colligitur ex multiplicatione catheti .ad. in dimidium basis .dc.; quare area totius .abc. trigoni colligitur ex multiplicatione catheti .ad. in dimidium basis .bc., ut supra diximus.

Eisdem uero dispositis ostendetur, quod area .abc. trigonj colligitur ex multiplicatione totius basis .bc. in dimidium catheti .ad. Nam si longitudinem catheti .ad. scire desideras, tetragonum lineae .bd., hoc est multiplicationem ipsius, uel potentiam extrahe ex potentia totius lineae .ab., scilicet .25., de .100., remanebunt .75.; cuius numeri radix, scilicet parum minus de perticis $\frac{1}{2}$ 8., est longitudo catheti .ad.: quibus perticis $\frac{1}{2}$ 8. multiplicatis per medietatem basis .bc., scilicet per .5., reddunt parum minus de perticis $\frac{1}{2}$ 43. pro area totius trigoni .abc. Similiter multiplicatio totius basis, scilicet .10., in dimidio catheti, qui est parum minus de perticis $\frac{1}{2}$ 4., facit fere de perticis $\frac{1}{2}$ 43.; uel .bd. per .ad., hoc est .5. per radicem de .75. multiplica, et habebis radicem de .1875. pro embado trianguli .abc.; que radix est secundum propinquitatem $\frac{1}{2}$ 43., minus $\frac{1}{16}$.

Et si embadum suprascripti triangulj aliter inuenire uis ex quadrato unius laterum, scilicet de .100. tertiam et decimam partem accipe; et quod prouenerit, erit embadum secundum propinquitatem. Est enim proportio aree cuiuscumque trianguli equilateris ad quadratum sui lateris parum minus de proportionem, quam habent .12. ad .30. Item sit equicrurum trigonum et acutiangulum .def., habens latera .de. et .df. equalia; quorum unumquodque sit pertice .10.; latus quoque .ef. sit pertice .12.: inter equalia quidem crura ipsius, scilicet super basem .ef. cathetus protrahenda est; ideo quia cadit super dimidium .ef.; et protracte | catheti .dg. studeas longitudinem inuenire; uidelicet extrahere potentiam .eg. ex potentia lateris .de., scilicet .36. de .100., remanent .64.; qui numerus est potentia catheti .dg.: quare .dg. est perticarum .8., scilicet radix de .64.: similiter .s. multiplicatis per dimidium basis .ef., scilicet in .6.; uel tota base in dimidio catheti, scilicet .12. per .4., ueniunt pertice .48. pro area totius trigoni .def. Nam cum multiplicatur cathetus in dimidium basis, tunc constituitur ex ipso triangulo quadrilaterum longum, habens in longitudinem perticas .8., scilicet quantitatem catheti, et in latitudinem perticas .6., scilicet dimidium basis. Verbi gratia : describatur iterum trigonum .def.; et a puncto .d. protrahatur linea .dh., equidistans et equalis lineae .gf., hoc est equalis lineae .ge.; et copuletur recta .hf., que erit equalis catheto .dg.

Quare quadrilaterum .dgfh. equale est trigono .def. Nam quadrilaterum .dgfh.

* protrahatur super area totius .abc. s (fol. 20 verso, lin. 11, 12-13; pag. 24, lin. 7-14).

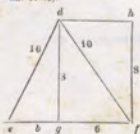


* embadum secundum et protracte s (fol. 20 verso, lin. 24-25; pag. 24, 25-26).



fol. 21 recto.

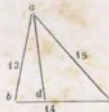
* radix de .64. trigonum .def. s (fol. 21 recto, lin. 2-3) pag. 24, lin. 35-44).



constat ex multiplicatione catheti *dg.* in *gf.* scilicet indimidio *ef.* Irem sit trigonum diuersilaterum et acutiangulum *abc.*; cuius latus *ab.* sit pertice *.13.*; latus *ac.* sit pertice *.15.* basis *bc.* sit pertice *.14.* In hoc enim triangulo cathetus inueniri non potest, donec primum inueniatur casus supra basem, in quo perpendicularis, scilicet cathetus, cadat; qui casus tribus modis inueniri potest. Primus quidem modus est, ut potentia unius lateris cum potentia basis iungas; et ex eorum summa extraheas potentiam alterius lateris; residuique dimidium per longitudinem basis diuide; et quod ex diuisione prouenerit, erit casus ab illa parte, á qua coniungitur potentia lateris cum potentia basis. Vt in trigono suprascripto, cuius potentia basis, scilicet de *.14.* in se ipso, est *.196.*; que addita cum potentia lateris *ab.*, scilicet cum multiplicatione de *.13.* in se, que est *.169.*, faciunt *.365.* de quibus extracta potentia lateris *ac.*, scilicet *.225.*, remanent *.140.*; quorum dimidium, scilicet *.70.*, per basem, scilicet per *.14.*, diuide, exhibunt *.5.*, que sunt casus á latere *ab.*, scilicet quantitas *bd.*; reliquum uero *dc.* erit pertice *.9.*, scilicet differentia, que est a *.5.* usque in *.14.*

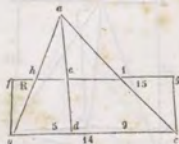
Irem potentia lateris *ac.*, scilicet *.225.*, addita cum potentia basis *cb.*, scilicet cum *.196.*, facient *.421.*; de quibus extracta potentia lateris *ab.*, scilicet *.169.*, remanent *.252.*; quorum dimidium, scilicet *.126.*, diuisum per basem, reddunt *.9.* pro casu *cd.* Modus alius est, ut addas perticas utriusque ypotenusæ, ut in hoc trigono *.13.* cum *.15.* erunt *.28.*; quas diuide per *.2.*, erunt *.14.*; quas multiplica per differentiam, que est ab una ypotenusarum usque in ipsis *.14.*, scilicet per *.1.*, erunt *.14.*; quas diuide per dimidium basis, scilicet per *.7.*, exhibunt *.2.*; quas adde super dimidium basis, erunt *.9.*; que sunt maior casus á latere maioris ypotenusæ *ac.* Similiter extractis ipsis *.2.* ex ipsis *.7.*, relinquetur minor casus *bd.* perticarum *.5.*, ut per primum modum inuentum est. Tertius modus est, ut per potentiam minoris ypotenusæ de potentia maioris extrahe, scilicet *.169.* de *.225.*; residuum uero, scilicet *.56.* per basem, scilicet per *.14.* diuide, exhibunt *.4.* que adde cum base, erunt *.18.* quorum dimidium, scilicet *.9.*, est maior casus: uel *.4.* extrahe de base, remanent *.10.*; quorum dimidium, scilicet *.5.*, est minor casus. Et hic uidetur mihi actior reliquis. Inuenito itaque casu, si perpendicularem *ad.* inuenire uolueris, extrahe potentiam minoris casus, scilicet *.25.*, de potentia lateris *ab.*, scilicet de *.169.*, remanebunt *.144.*; quorum radix, scilicet *.12.*, est cathetus *ad.*: uel potentiam maioris casus, scilicet multiplicationem de *.9.* in se ipso, scilicet *.81.*, extrahe de potentia *ac.*, scilicet de *.225.*, remanebunt similiter *.144.* pro potentia catheti *ad.*: quare cathetus *ad.* est *.12.*, ut prediximus. Multiplicatio quidem catheti in dimidium basis, uel e conuerso, reddit perticas *.84.* pro area totius trigoni *abc.* In suprascripto quidem trigono equecurio ostendimus, ipsum equalem esse ei quadrilatero retriangulo, qui habet in longitudine quantitatem catheti eiusdem trigoni, et in latitudine quantitatem dimidij sup basis. In hoc uero uolumus demonstrare, qualiter trigona equiparantur ipsis quadrilateris retriangulis, qui habent in longitudine quantitatem totius basis trigonorum, et in latitudine quantitatem dimidij catheti: diuidatur cathetus *ad.* in duo equalia supra punctum *e.*, ut in hac alia cernitur formula; et per punctum *e.* linea trahatur *fg.*, que sit equalis, et equidistans linee *bc.*; et copulentur recte *fb.* et *gc.*, que erunt equalis et equidistantes sibi inuicem; propter quod recta *fg.* est equidistans et equalis linee *bc.*: et quoniam cathetus *ad.* in duo equalia diuisus est secundum punctum *e.*; et per punctum

constat ex multiplicatione ... scilicet cathetus (fol. 21 recte, lin. 44-45; pag. 35, lin. 4-5).



fol. 21 recte.

quantitatem dimidij ... erunt equalis (fol. 21 verso, lin. 10-15; pag. 35, lin. 36-41).



est equidistans lineæ *fc.*; paralilogramum ergo est quadrilaterum *kbcf.* Quare opposita latera sibi inuicem sunt equalia: equalis ergo est recta *fk.* recte *bc.*, et recta *bk.* recte *cf.* Ergo *bk.* est 12, remanet *ke.* 2. Nam recta *ih.* equalis est utrique rectorum *fc.* et *kb.*

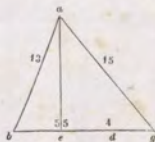
Paralilogramina enim sunt quadrilatera *kbhi.* et *ihcf.* Ergo recta *hi.* est 12. Item quoniam in equidistantibus *eb.* et *gh.* recta incidit *ef.*, exterior angulus, qui sub *fgi.* equalis est opposito interiori, qui sub *gel.* Et angulus quidem qui sub *fig.* equalis est *ei.*, qui sub *gle.*: est enim uterque rectus. Reliquis qui sub *gfi.* reliquo, qui sub *egl.* est equalis; et recta *fg.* recte *ge.* est equalis. Quare reliqua latera reliquis lateribus equalia erunt, que equales angulos subtendunt: latus quippe *gi.* lateri *el.* est equale; et latus *fi.* lateri *gl.* est similiter | equale. Sed recta *gl.* recte *ik.* est equalis; quia paralilogramum est quadrilaterum *lkig.* Ergo recta *fi.* equalis est recte *ik.*; quare recta *ch.* equa est recte *hb.*: diuisa est ergo basis *bc.* in duo equa super punctum *h.*; quare *ch.* est 7. Item quia paralilogramum est quadrilaterum *lkig.*; equalis est recta *lk.* recte *ig.* Sed recta *ig.* demonstrata est esse equalis recte *le.*; quare et *kl.* equa est recte *le.* Sed tota *ke.* est 2.; ergo unaqueque rectorum *kl.* et *le.* et *ig.* est 1.: unde tota *hg.* est 14. Rursus quoniam rectus est angulus *dgh.*, duo quidem angulj qui sunt *dgh.* et *hgf.* uni recto sunt equales. Similiter quoniam orthogonium est trigonum *gif.* habens rectum angulum, qui sub *gif.*; reliqui duo anguli qui sub *igf.* et *gfi.* uni recto sunt equales; ergo anguli *dgh.* et *hgf.* sunt equales angulis *hgf.* et *gfi.* Quare si comuniter auferatur angulus *hgf.*, remanebit angulus *dgh.* equalis angulo *gfi.* Nam et angulus *gif.* angulo *ghd.* est equalis. Reliquis *igf.* reliquo *hdg.* est equalis. Simile ergo est trigonum *fig.* trigono *ghd.*; quare est sicut *fi.* ad *ig.*, scilicet sicut 7. est ad unum, ita *gh.*, scilicet 14., est ad *hd.* Quare multiplicatio *gi.* in *gh.* diuisa per *fi.* reddit *hd.*; et hoc est quod in secundo modo fecimus. Videlicet addidimus latus *ab.* cum latere *ac.*, hoc est *fc.* cum *eb.*, et habuimus 25.; quorum dimidium, scilicet 14., fuit linea *gh.*; que multiplicauimus per *ig.*, quod est id, in quo *gh.* recta superhabundat rectam *fc.*, hoc est *ab.*, uel *gi.* est illud, in quo *ac.*, scilicet *eb.*, superhabundat lineam *gh.*; ex qua multiplicatione habuimus 14.; que diuisimus per dimidium basis *bc.*, scilicet per *ch.*, hoc est per *fi.*; quarum unaqueque est 7., et habuimus 2. pro quantitate *hd.*; que addidimus dimidio basis, scilicet *ch.*, que est 7., et habuimus 9. pro *cd.* recta, que est maior casus; uel extraximus *hd.* ex *hb.*, scilicet 2. de 7., remanserunt nobis 5. pro minore casu *db.*; quod oportebat ostendere.

modus tertius.

Adiaceat iterum supradictum trigonum *abg.* cuius latus *ab.* sit 12.; latus quoque *ag.* sit 15.; basis quidem *bg.* sit 14.; et protrahatur super *bg.* cathetus *ac.*, et quoniam maior est latus *ag.* quam *ab.*, maior est casus *gc.* quam *cb.*: quare ex *cg.* auferatur *cd.*, que sit equalis recte *cb.*, et erit recta *bd.* diuisa in duo equa super punctum *c.*; cui recte *bd.* in directo addita est *dg.* Quare multiplicatio *dg.* in *bg.* cum quadrato lineæ *cd.*, uel *cb.* equatur quadrato lineæ *cg.* Quare quadratus lineæ *cg.*, scilicet maioris casus, superhabundat quadrato lineæ *bc.*, scilicet minoris casus

fol. 22 verso.

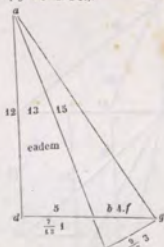
* Adiaceat iterum . . . quantitate multiplicatiois • (fol. 22 verso, lin. 23-29 + 30; pag. 27, lin. 27-43 — pag. 38, lin. 1).



videlicet per eos, quos demonstrationibus superius demonstraui. Et est iste primus modus: adde .12. cum .15., scilicet latus *ab.* cum latere *ag.*, erunt .23.; quorum dimidium, scilicet .14., multiplica per differentiam, que est ab ipsis .14. usque ad unum ex lateribus predictis, scilicet per .1., erunt .14.; que si diuiderimus per .2., scilicet per dimidium basis, egredientur .7.; de quibus demptis .2., scilicet *bf.*, remanebunt .5. pro casu *bd.*: super quibus namque .7., si addiderimus lineam *fg.*, habebimus .9. pro tota linea *dg.* Alius quidem modus est, ut potentiam lineę *ab.* ex potentia lineę *ag.* extrahas, scilicet .169. de .225.; residuumque, scilicet .56., per basem *bg.* diuidas, scilicet per .4.; et que de ipsa diuisione peruenit, .4., scilicet basem extrahas, remanebunt .10.; quorum dimidium, scilicet .5., est casus *bd.* Que euidentissime monstrabuntur, si lineam *gd.* protraxerimus in puncto *h.*: et sit linea *dh.* equalis lineę *db.*; et copuletur *ah.*, ut in hac alia cernitur formula. Est enim in trigono *ahg.*, et infra ipsum trigonum cathetus ducta *ad.*; et quoniam recta *hd.* equalis est rectę *db.*, et in eis est cathetus *ad.*, equalis est recta *ah.* rectę *ab.*: ergo recta *ah.* est 12, et recta *ag.* est 15., et recta *bg.* est 4., et recta *bh.* est ignota; et est diuisa in duo equa supra punctum *d.*, cui iacet in directo linea *bg.*; et est linea *dg.* maior casus; linea quoque *dh.* minor in trigono *ahg.* Quare potentia lineę *dg.* superhabundat potentiam lineę *dh.* in quantitate, in qua superhabundat potentia lineę *ag.* potentiam lineę *ah.*, scilicet in .56. Sed potentia lineę *dg.* superhabundat potentiam lineę *dh.* in multiplicatione *bg.* in lineam *gh.* Quare *bg.* ducta in *gh.* facit .56.; quare diuisis .56. per *bg.* reddent .14. pro tota linea *hg.*; de quibus dempta linea *bg.*, scilicet .4., nimirum .10. remanebunt pro linea *bh.*; quorum dimidium, scilicet .5., est casus *bd.*, ut superius inuentum est. Nam si super rectam *hg.* protraherimus ad rectos angulos lineas *gc.* et *hi.* Quorum *gc.* sit equalis utrique linearum *ab.* et *ah.*; et linea *hi.* equatur lineę *ag.*; et copuletur *ci.*; et expleatur figura, secundum quod fecimus in trigono oxigonio. Inuenies lineam *kl.* esse dimidium laterum *ah.* et *ag.*; et *hl.* esse dimidium basis *hg.* Quare *dl.* est .2, et *dg.* remanet ignota; et *mk.* est 1., scilicet differentia, que est a linea *kl.* ad quamlibet linearum *cg.* uel *hi.*; et est trigonum *dlk.* simile trigono *kmc.* Quare est sicut *dl.* ad *lk.*, ita *km.* ad *mc.* Quare multiplicationem *kl.* in *km.* diuides per .2., scilicet per *dl.*, egredientur .7. pro linea *mc.*, scilicet pro *fg.*; quibus additis .2, scilicet *ld.*, habebis .9. pro linea *gd.*; de qua extracta *gb.*, scilicet .4., remanebunt .5. pro casu *bd.*, ut oportet. Aliter adiaceat rursus trigonum ampligonium *acb.* obtusum habens angulum, qui sub *acb.*; et sit *ac.* 13., et *ab.* 20., et *bc.* 11.; et protrahatur extra ipsum cathetus *ag.* super lineam *bg.*; et a punctis *c.* et *b.* ad rectos protrahatur *bd.* et *cf.*, quarum *bd.* sit equa lineę *ac.* et *cf.* lineę *ab.*, erit *bd.* 12., et *cf.* 20.; et copuletur *df.* et *fg.* et *dg.*; et a puncto *a.* scilicet a medio lineę *df.*, protrahatur cathetus *ch.* super lineam *gb.*; et copuletur recta *eg.*; et per punctum *d.* protrahatur *dk.* equidistans lineę *bh.*; et quoniam orthogonia sunt trigona *agc.*, et *agb.* equatur potentia lineę *ac.* duobus potentijs linearum *ag.* et *gc.*; et potentia lineę *ab.* potentijs linearum *ag.* et *gb.* Quare potentia linearum *ac.* et *gb.* equatur potentie linearum *ab.* et *gc.*, hoc est potentia linearum *fc.* et *gc.* equatur quadratis linearum *db.* et *bg.* quare rectę *dg.* et *gf.* sibi inuicem sunt equales; et recta *ge.* est cathetus super *df.*; et per reliqua supradicta ostendetur, *hk.* esse 12., scilicet

fol. 23 verso.

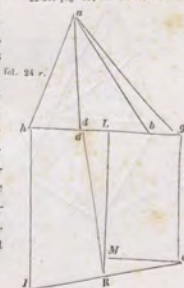
* videlicet per eos, quorum dimidium * (fol. 23 verso, lin. 4-9; pag. 39, lin. 4-10).



* hac alia cernitur superhabundat potentia * (fol. 23 verso, lin. 12-18; pag. 39, lin. 12-18).



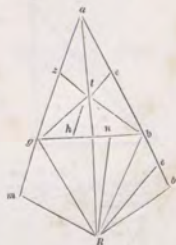
* dempta linea bg., trigonum ampligonium * (fol. 23 verso, lin. 22-33; pag. 39, lin. 21-32).



ctarum $.al.$ et $.am.$, sicut medietas laterum trigoni $.abg.$ Deinde producatur $.at.$ in puncto $k.$; et copulentur recte $.lk.$ et $.km.$; et sit rectus qui sub $.alk.$ Quare rectus erit qui sub $.amk.$; quia due recte $.al.$ et $.ak.$ equales sunt rectis $.ak.$ et $.am.$; et angulus qui sub $.lak.$ angulo, qui sub $.kam.$ est equalis: quare et lateris $.lk.$ lateri $.mk.$ equatur; et reliqui anguli reliquis angulis, qui ab equalibus rectis subtenduntur, equalibuntur: angulus quidem qui sub $.akl.$ ei qui sub $.akm.$, et qui sub $.alk.$ ei qui sub $.amk.$; sed rectus qui sub $.alk.$; ergo rectus qui sub $.amk.$, ut prediximus. Er secetur á linea $.bg.$ equalis linee $.bl.$; et sit $.bn.$; et copulentur $.nk.$ et $.kg.$ et $.kb.$: et quoniam $.gh.$ est superhabundantia dimidij laterum trigoni $.abg.$ á latere $.nb.$, equalis est linee $.bl.$, hoc est $.bn.$ Quare $.ng.$ equatur $.gm.$; cum sit superhabundantia medietatis laterum á latere $.ag.$ Et quoniam trigona $.gm.$ et $.klb.$ orthogonia sunt, potentia linee $.gk.$ equatur duabus potentijs linearum $.gm.$ et $.mk.$, hoc est $.gn.$ et $.mk.$; et potentia linee $.bk.$ equatur duabus potentijs linearum $.kl.$ et $.bl.$, hoc est $.kl.$ et $.bn.$ Sed potentie linee $.lk.$ equa est potentia linee $.km.$ Quare quantum potentia linee $.kg.$ superhabundat potentiam linee $.kb.$, tantum potentia $.ng.$ superhabundat potentiam $.nb.$ Quare linea $.kn.$ cathetus est super lineam $.bg.$, et est equalis linee $.kl.$ Et quia anguli $.knb.$ et $.blk.$ recti sunt, remanent anguli $.nbl.$ et $.lkn.$ duobus rectis equales. Sed anguli $.ebn.$ et $.nbl.$ similiter duobus rectis sunt equales. Quare angulus $.ebn.$ equalis est angulo $.lkn.$; et angulus $.lkb.$ dimidium est anguli $.lkn.$; erit ergo equalis angulo $.ebt.$, qui est medietas anguli $.ebh.$; et angulus qui ad $.l.$ est equalis ei qui ad $.e.$; cum ambo sint recti; et remanet angulus $.etb.$ equalis angulo $.kbl.$: trigonum ergo $.kbl.$ simile est triangulo $.ebt.$: proportio ergo $.kl.$ ad $.lb.$ sicut proportio $.be.$ ad $.et.$: ductus ergo $.kl.$ ad $.et.$ sicut ductus $.lb.$ ad $.be.$ Sed proportio tetragoni $.et.$ ad ductum $.et.$ ad $.lk.$, sicut proportio $.et.$ ad $.lk.$; et proportio $.et.$ ad $.lk.$ sicut $.ae.$ ad $.al.$; cum $.et.$ sit equidistans linee $.lk.$: proportio ergo $.ae.$ ad $.al.$ sicut proportio tetragoni $.et.$ a ductu $.et.$ ad $.lk.$ sicut ductus $.eb.$ ad $.bl.$: proportio ergo $.ae.$ ad $.al.$ sicut proportio tetragoni $.et.$ ad ductum $.eb.$ ad $.bl.$: ductus ergo tetragoni $.et.$ ad $.al.$ sicut ductus $.ae.$ ad ductum $.eb.$ ad $.bl.$ Et ductus tetragoni $.et.$ ad tetragonum $.al.$ est sicut ductus $.ae.$ ad ductum $.eb.$ ad $.bl.$, et producti $.al.$ Sed ductus tetragoni $.et.$ ad tetragonum $.al.$ est sicut tetragonum superficiei trigoni $.abg.$; quod in sequenti demonstrabimus. Quare multiplicatio $.ae.$, que est superhabundantia medietatis laterum trigoni $.abg.$ a latere $.bg.$ in $.eb.$, que est superhabundantia á latere $.ag.$ ducta in $.bl.$, que est superhabundantia á latere $.ab.$, et producti in $.al.$, scilicet in medietate laterum trigonj $.abg.$, reddit tetragonum aree trigoni $.abg.$, ut oportebat ostendere. Sed ostendendum est, qualiter ductus tetragoni $.et.$ ad tetragonum $.al.$ est sicut tetragonum aree trigonj $.abg.$ Quoniam trigonum $.abg.$ in tribus trigonis resolutum est a puncto $.t.$, que sunt $.atb.$ et $.btg.$ et $.gta.$; et catheti uniuscuiusque sunt equales sibi inuicem; et sunt $.te.$ et $.th.$ et $.tz.$; ergo ductus $.et.$ in dimidio basis $.ab.$ reddit aream trigoni $.atb.$: similiter ductus $.th.$, scilicet $.te.$, in dimidio $.bg.$ reddit aream trigoni $.btg.$: propter eandem ergo et ductus $.tz.$, hoc est $.te.$, in dimidio $.ag.$, reddit aream trigoni $.atg.$

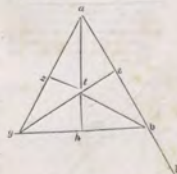
Quare ductus $.et.$ in $.al.$, scilicet in dimidio laterum trigoni $.abg.$, reddit aream trigoni $.abg.$: quare ductus tetragoni $.et.$ ad tetragonum $.al.$ est sicut tetragonum aree

* trigoni $.abg.$ angulus quidem qui * (fol. 24 verso, lin. 12-22); pag. 40, lin. 28-43 — pag. 41, lin. 1-6).



fol. 25 recto.

* reddit tetragonum laterum trigoni $.abg.$... (fol. 25 verso, lin. 45-52); pag. 41, lin. 35-42).

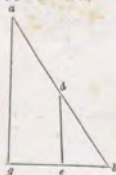


* trigoni abg , est minor recto * (fol. 25 verso, lin. 24, 25-26; pag. 42, lin. 1-8).

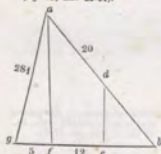


fol. 25 verso.

* erit lateri ag , ergo sicut bd , ad * (fol. 25 verso, lin. 1-6; pag. 42, lin. 12-17).



* ducto per g , b , quadrato linee * (fol. 25 verso, lin. 13-20; pag. 42, lin. 22-31).



* si proportio be , Et si unum * (fol. 25 verso, lin. 22-25; pag. 42, lin. 32-42 — pag. 42, lin. 1).



trigoni abg , ut oportebat ostendere. Et si in trigono aliquo duo tantum latera proponantur nota; et uolueris per ea habere embadi, et alterius lateris notitiam, ut in trigono abg , cuius latera ab . et bg . sint nota; considerandum est primum, utrum angulus contentus à notis lateribus, scilicet angulus abg . sit rectus, uel minor, aut maior recto. Esto primum rectus; quare recta ab . super rectam bg . cathetus est. Ex ductu ergo ab . in bg . dimidium prouenit area trigoni abg .; et si acceperimus in unum quadrata linearum ab . et bg . notarum, proueniet notum quadratum linee ag . cuius radix habebitur pro linea ag . Sed si angulus qui sub abg . est minor recto, tunc accipies in lineam ab . punctum aliquod, quod sit d .; à quo super lineam bg . cathetus trahatur de . et mensurabis latera trianguli deb .; et si proportio be . ad bg . est equalis proportionij bd . ad ba ., angulus qui ad g . erit rectus; quia linea ad . equidistans erit lateri ag .; quare si ex quadrato lateris ab . auferatur quadratum lateris bg ., remanebit quadratum lateris ag . notum: uel quia linea de . equidistans est linee ag ., erit proportionaliter sicut bd . ad ba ., ita ed . ad ga .; quare si multiplicauerimus latus ba . in ed .; et diuiserimus sumam per db ., proueniet utique latus ag . notum. Verbi gratia: sit latus ab . 20., et bg . 12.; et sit angulus qui sub abg . minor recto; et sit bd . peticarum 5., et de . sit 4., et eb . tres: erit ergo sicut bd . ad ba ., scilicet sicut 5. ad 20., ita 3. ad 12., hoc est be . ad bg .: quare recta de . equidistat recte ag .; quare angulus qui sub agb . est rectus, cum rectus est qui sub deb .: quare si ex quadrato lateris ab . auferatur quadratum lateris bg ., scilicet 144 ex 400., remanebunt 256. pro quadrato lateris ag .; quarum radix, scilicet 16., est longitudo lateris ag .: uel si multiplicauerimus ba . in ed ., scilicet 20. per 4.; et diuiserimus per db ., scilicet per 5., proueniet utique 16. pro latere ag .; quorum dimidio ducto per gb ., scilicet 3. per 12., uenient 36. pro embado trianguli. Et si proportio be . ad bg . fuerit minor proportionem bd . ad ba ., ut in hoc alio trigono ceruitur; tunc angulus qui sub agb . erit minor recto: quare oxigonium erit trigonum abg .; et à puncto a . cathetus cadat inter bg .; unde ut habeamus casum ipsius, fiat sicut bd . ad ba ., ita be . ad bf .; et copuletur af ., quia ipsa erit cathetus super bg . rectam. Verbi gratia: sit iterum ab . 20., et bg . 17., et erit bf . 12.; cum sit sicut bd . ad ba ., ita be . ad bf .: quare per ea que dicta sunt, inuenies, cathetum af . esse 16.; cuius quadratum, scilicet 256., si addiderimus cum quadrato linee fg ., scilicet cum 25., habebuntur 281. pro quadrato linee ag .: et si multiplicauerimus dimidium catheti af . in totam gb ., uenient 136. pro embado trianguli abg . ET si proportio be . ad bg . fuerit maior proportionem bd . ad ba ., erit angulus qui sub agb . maior recto; unde cathetus à puncto a . cadet extra trigonum abg . Quare protrahatur linea bg . in puncto h .; et sit be . ad bh . sicut bd . ad ba .; et copuletur ah ., qui erit cathetus, super lineam hb . Verbi gratia: sit latus ab . 20., et bg . sit 7., et bd . 5., et be . sit 3., et de . sit 4.; quare bh . erit 12.: que reperies si multiplicationem ex be . in ba . diuiserimus per db .; cum sit be . ad bh . sicut bd . ad ba .: et erit iterum ed . ad ah ., sicut bd . ad ba . Quare diuisa multiplicatione ex de . in ba . per db . proueniet 16. pro catheto ah .: et si ex bh ., scilicet ex 12, auferatur bg ., scilicet 7, remanebunt 5 pro casu gh .; cuius quadratum, scilicet 25., si addatur quadrato linee ah ., habebuntur 281. pro quadrato linee ag .: quare latus ag . est radix de 281.; et ex ducto dimidio ah . in gb . proueniunt 56. pro embado tri-

goni abg . Et si unum tantum latus alicuius trigoni proponatur notum; et uolueris per ipsum reliquorum laterum, et ipsius embadi habere notitiam. Vt trigoni dez ; cuius latus dz sit notum, accipiam in rectam dz partem aliquam, que sit az ; et a puncto a super rectam az protraham lineam ab equidistantem linee de ; et mensurabo lineas ab et bz , ut sint nota latera trigoni abz ; et quia recta ab equidistat recte de , proportionaliter est sicut za ad zd , ita recta zb ad ze , nec non et recta ab ad de . Sed proportio za ad zd est nota; quare latera de et ez erunt nota. Verbi gratia: sit dz 18., et az 6., et ab sit 7., et bz sit 5.; et sic zd ex za est tripla; quare de erit tripla ex ab , et ez ex bz similiter est tripla: ergo latus de est 21., et latus ez est 15.; et cum latera trigoni dez sint nota, erit notum embadum ipsius per ea que dicta sunt superius. Vel habeatur embadum trigoni abz per modum predictum, scilicet accipiat dimidium laterum ipsius, quod est 9.; et accipiamus differentiam laterum, que est usque in 9., scilicet 2., et 3., et 4.; et multiplicemus 2. per 3.; quod totum per 4.; quod totum per 9., erunt 216.; quorum radix est embadum trianguli abz .

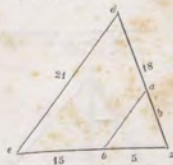
Et quoniam simile est trigonum abz trigono dez , erit embadum trigoni abz ad trigonum dez , sicut quadratum lateris za ad quadratum lateris zd , ut euclides ostendit: et quia latus dz est triplum ex az , erit quadratum linee dz nonuplum quadrati linee az ; quare embadum trigoni dez est nonuplum trigoni abz . Quare si multiplicaueris 216. per quadratum nonenarij, scilicet per 81., habebis 17496. pro quadrato embadi trigoni dez ; quorum radix, que est parum plus de $\frac{1}{4}$ 132., habebitur pro embado ipsius. Diximus autem, simile esse trigonum abz trigono dez ; cum ad inuicem habeant angulos equales: est enim recta ab equidistans recte de ; quare angulus zab equalis est angulo zde , exterior interiori: propter eadem et angulus zba equalis est angulo zed ; et habent enim angulum qui sub dze communem; quare equiangulum est trigonum abz trigono dez ; et sic ipsa trigona sunt similia.

*Modus vulgaris quo uti debent agrimensores, et est sufficiens
in mensuratione omnium trigonorum.*

STEY mensor super maiorem trigoni angulum, et aspiciat super latus maius, ubi ab ipso angulo cathetus cadere debeat; et si hoc ad oculum perfecte comprehendere nequiverit, habeat lensam fili, et figat unum caput in ipso angulo; et extendat ipsum filum in partes, in quibus cathetus cadere ei uidebitur; et producat ipsum aliquantulum extra maius latus trigoni; et tunc ducat eam lensam circiter, donec in utraque parte cum manu tanget ipsum maius latus; et signet utrumque contactum, et diuidat spatium quod fuerit inter utrumque in duo equalia, et ibi erit casus catheti: tunc mensuret cum pertica cathetum, et multiplicet eam per longitudinem dimidij basis, scilicet per medietatem maioris lateris; et habebit aream trigoni. Ad cuius evidentiam esto trigonum abc habens latus bc maius quam ab , uel quam ac . Quare ab angulo a cathetus dirigendus est super latus bc ; et si latus ab equalis est lateri ac ; cadet cathetus in medio lateris bc ; si minus cadet uersus b ; et si maius cadet uersus c . Vnde statim mensor super punctum a ; et considerabit ubi ab ipso puncto a cadere debeat super lineam bc : quo facto figet lensam in puncto a ; et extendet eam super lineam bc uersus ab latus, cum sit minor lateri ac : sitque lensa illa ad ;

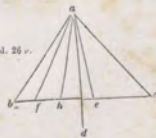
fol. 26 recto.

* gratia sit dz 18., ... trianguli abz . s. (fol. 26 recto, lin. 6-14; pag. 43, lin. 8-16).



* abz ; et si ... lensam abz . s. (fol. 26 verso, lin. 1-3; pag. 43, lin. 39-42).

fol. 26 v.



tenebit cum manu lensam super punctum d , scilicet aliquantulum extra trigonum ducet ipsam lensam versus c , donec d punctus tangat lineam bc ; sitque contactus eius punctus e ; quare lensa ac erit lensa ad ; deinde ducet lensam versus b , donec punctus d tangat lineam bc , ubi sors dederit; sitque contactus ipsius punctus f , hoc est cum lensa af sit lensa ad ; et diuidat lineam ef in duo equalia supra punctum h ; et a puncto a in punctum h protrahet lineam ah . Dico quoniam ah cathetus est super lineam bc ; ideo quia equalis est linea af lineae ac , et linea fh lineae he ; quare mensurabit cum pertica cathetum ah , nec non et latus bc ; et multiplicabit dimidium catheti per totam basem bc , uel econuerso, et habebit aream trigoni abc . Nam si trigonum superscriptum abc tam magnum fuerit, uel lensa quam habuerit, fiat minor catheto, aut area trigoni uineata, uel arborata fuerit, aut plena segetibus, ita quod cathetus ordine superscripto habere non possit; tunc quot sunt pertice in latere ab , tot pedes sint in linea ai ; similiter et quod pertice fuerint in latere ac , tot pedes sint in linea ak ; et copuletur linea ik , et inueniat cathetum cum lensa, superscripto modo, in trigono aik ; sitque al , et protrahet cathetum al in directo supra punctum m ; linea uero am est cathetus trigoni abc , ut in geometria aperte declaratur.

De proportionibus et accidentijs, que sunt in trigonis per protractionem linearum in ipsis.

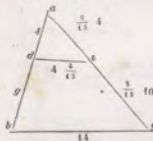
Cum duo sint nota latera trigoni, et in eis recta protrahatur equidistans reliquo lateri; et sectiones unius lateris note fuerint; tunc sectiones alterius note erunt, et linea protracta nota erit. Sit trigonum abg , et in ipso protracta sit linea de , equidistans basi bg , secansque latera ab et ag ; et sit ad 4, et bd 9, et ag 15, et bg 14. Dico quod sectiones ae et eg note erunt.

Quoniam equidistans est linea de lineae bg , proportionaliter secta sunt trigoni latera, ut Euclides in sexto libro ostendit. Est enim ut ad ad db , ita ae ad eg . Ergo sicut 4. est ad 9, ita ae est ad eg . Similiter erunt coniuncte proportionales sicut ad ad ab , ita ae est ad ag , scilicet sicut 4. ad 15, ita ae ad ag , scilicet ad 15. Quare multiplicatio de 4. in 15. est sicut multiplicatio de 15. in lineam ae ; ergo diuisis .60. per 15, ueniunt $\frac{4}{3}$ 4. pro linea ae ; quibus extractis ex ag ; scilicet de 15, remanent $\frac{11}{3}$ 10. pro linea eg . Vel aliter, quia permutatum est sicut ab , scilicet 15, ad db , scilicet 9, ita ag , scilicet 15, est ad eg . Quare si diuiserimus nouies 15, scilicet 135, per 15, nimirum ad eadem $\frac{10}{15}$ 10. ueniemus pro linea eg ; uel quia est sicut 4. ad 9, ita ae est ad eg ; diuidenda est | linea ag in 4. et 9, scilicet in 12. partes, et erunt pro linea ae $\frac{4}{12}$ ex tota ag ; et pro linea eg erunt $\frac{9}{12}$, similiter ex ag ; quare acceptis $\frac{4}{12}$, et $\frac{9}{12}$, de 15, habebimus supradicta $\frac{4}{3}$ 4. et $\frac{10}{3}$ 10. Sed sit ad 4, et db 9, et ae $\frac{4}{3}$ 4; et eg sit ignota. Quoniam est sicut 4. ad 9, ita $\frac{4}{3}$ 4. sunt ad eg ; multiplicabis itaque 9. per $\frac{4}{3}$ 4; et diuides per 4, exibunt $\frac{10}{3}$ 10. pro linea eg ; et si ignouerimus lineam ae tantum, multiplicandum erit 4. per $\frac{10}{3}$ 10, et diuidendum per 9; quia sicut bd ad da , ita ge ad ea . Similiter demonstrabimus, lineam de esse notam; cum ipsa sit equidistans lineae bg , erit simile trigonum ade ei quod est abg . Quare circa equales angulos latera sunt proportionalia: est ergo sicut ad ad de , ita ab ad bg . Quare si multiplicatio ex ad in bg , scilicet de 4. in 14, diuisa fuerit per ab , egredientur $\frac{14}{4}$ 4. pro linea de , que oportebat ostendere.

* lensa quam et protrahet *
(fol. 26 verso, lin. 14, 15-19;
pag. 44, lin. 15-15).



* et in ipso 60. per 15. *
(fol. 26 verso, lin. 25-31; pag.
44, lin. 21-29).

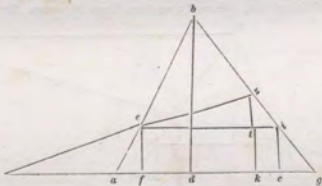


fol. 27 recto.

Volumus inuenire quantitatem linee protractae, et terminate in notis terminis duorum laterum trigoni, que non sit equidistans reliquo lateri. Sit idem trigonum *bag*; et protracta sit linea *ez*. et sit *eb*. due tertie linee *ba*. et *z*. sit in medio *bg*.: ergo *be*. est $\frac{2}{3}$ s., remanet *ea*. $\frac{1}{3}$ 4.: nolumus ergo scire quantitatem *ez*.: protrahatur cathetus *bd*., quam esse .12. superius demonstrauius; et est minor casus *ad*. 5.; maior quoque *dg*. est .9.; et per punctum *e*. basi *ag*. equidistans ducatur *ei*.; et per punctum *z*. equidistans catheto *bd*. protrahatur *ztk*. Et quoniam linea *zk*. equidistans est linee *bd*., est sicut *zg*. ad *gb*., ita *gk*. ad *gd*., et *zk*. ad *bd*.: sed *gz*. ex *gb*. est medietas. Quare *gk*. ex *gd*. et *zk*. ex *bd*. sunt medietas.

Ergo *gk*. est $\frac{1}{2}$ 4., et remanet *kd*. totidem, et *zk*. est .6. Rursus protrahatur *ef*. equidistans catheto *bd*.; eritque sicut *ac*. ad *ab*., ita *af*. ad *ad*., et *ef*. ad *bd*. Quare *af*. est $\frac{2}{3}$ 1., remanet *fd*. $\frac{1}{3}$ 3., et *ef*. est .4., scilicet tertia pars ex *bd*. Et quoniam equidistantes sunt linee *ef*. et *tk*. catheto *bd*.; et sibi inuicem equidistantes sunt, et copulant equidistantes *et*. et *fk*.; quare *tk*. est equalis *ef*., et *et*. linee *fk*. Sed *fk*. equatur duabus, que sunt *kd*. et *df*., hoc est $\frac{1}{2}$ 4. et $\frac{1}{3}$ 3. Quare tota *kf*. est $\frac{5}{6}$ 7. Ergo *te*. est $\frac{1}{6}$ 7. Similiter *tk*. est 4, cum sit equa *ef*., remanet *tz*. 2. Et quoniam in duabus equidistantibus *ei*. et *ag*. recta incidit *zk*.; exterior angulus *zte*. equalis est opposito, et interiori *zkf*. Sed rectus *zkf*., cum rectus sit qui sub *bdk*., rectus quoque qui sub *zte*. Orthogonum ergo est trigonum *zte*.; et sunt duo latera nota, illa uidelicet que continent angulum rectum. Quare tertium latus, scilicet *ez*., notum erit, ut prediximus; cum quadratus eius equetur duobus quadratis linearum *zt*. et *te*. Nam quadratus ex *zt*. est .4., et ex *te*. est .61., et tertia, et trigesima sexta pars unius; quibus additis cum .4., reddent $\frac{119}{12}$ 65. pro quadrato linee *ez*.; quorum radix, que est parum amplius ex $\frac{1}{12}$ 8., est quantitas linee *ez*.; quod oportebat ostendere. Possumus autem aliter ad notitiam

* aliter ad notitiam * (fol. 27 recto, margine inferiore verso Angulo externo; pag. 48, lin. 24).



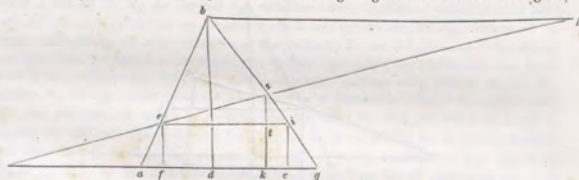
linearum *zt*. et *te*. deuenire. Est enim trigonum *zti*. simile trigono *bdg*. propter rectam *ti*., que est equidistans linee *dg*. et *zt*. linee *bd*.: est enim latus *zi*. lateri *bg*. simile; et *it*. lateri *gd*.; reliquum *zt*. reliquo *bd*. est simile: est ergo sicut *zi*. ad *bg*., ita *it*. ad *gd*., et *zt*. ad *bd*.; est enim *gi*. tertia pars ex *gb*.; et *gz*. est medietas ex *gb*. Quare *iz*. est sexta pars ex *gb*., scilicet $\frac{1}{6}$. Ergo *zt*. est sexta ex *bd*., scilicet .2.; et *it*. est sexta ex *gd*., scilicet $\frac{1}{6}$ 1.; quo extracto ex *ie*., que est $\frac{1}{12}$ 9., remanet *te*. $\frac{1}{12}$ 7, ut prediximus.

(fol. 27 verso.

Aliter protrahatur *ic*. equidistans linee *bd*.; et erit trigonum *icg*. simile trigonis

.bdg. et *.zti.* : est ergo sicut *.gi.* ad *.gb.*, ita *.gc.* ad *.gd.*, et *.ic.* ad *.bd.* Est enim *.gi.* tertia pars ex *.gb.*; et *.gc.* est tertia ex *.gd.*; et *.ic.* est tertia similiter ex *.bd.*: ergo *.gi.* est $\frac{1}{3}$, et *.gc.* $\frac{2}{3}$, et *.ic.* $\frac{1}{3}$. Et quoniam trigonum *.zti.* simile est trigono *.icg.*, est sicut *.zi.* ad *.ig.*, ita *.ti.* ad *.cg.*: est enim *.gi.* medietas ex *.ig.*; quare *.ti.* est medietas ex *.gc.* et *.zt.* est medietas ex *.ic.*; que oportebat ostendere.

Verum si lineas *.ze.* et *.ga.* extra trigonum in puncto *.h.* protraherimus; et uoluimus scire quantitatem linearum *.ah.* et *.eh.*; ducemus lineam *.te.* in *.ef.*; et diuidemus summam in *.zt.*, et habebimus lineam *.fh.*; et hoc faciemus, quia trigonum *.zte.* simile est trigono *.efh.*: est enim *.te.* equidistans recte *.gh.*; et in eis incidit recta *.zh.* exterior angulus, qui sub *.zet.* equalis est interiori et opposito, qui sub *.ehf.*; et angulus *.zte.* equalis angulo, qui sub *.efh.*; cum ambo sint recti. Reliquis autem qui sub *.tze.* reliquo, qui sub *.feh.* est equalis. Quare est sicut *.zt.* ad *.te.*, ita *.ef.* ad *.fh.* Quare multiplicatio *.te.* in *.ef.* diuisa per *.zt.*, reddit lineam *.fh.* Vel quia permutatim est sicut *.zt.* ad *.ef.*, ita *.te.* ad *.fh.* Est enim *.zt.* medietas ex *.ef.*; quare *.te.* est medietas ex *.fh.*, hoc est *.fh.* est duplum ex *.te.* Sed *.te.* est $\frac{2}{3}$; quare *.fh.* est $\frac{4}{3}$ $\frac{1}{3}$; de quibus extractis *.fa.*, remanet *.ah.* $\frac{1}{3}$. Item enim est sicut *.zt.* ad *.ef.*, ita *.ze.* est ad *.eh.* Quare est duplum ex *.ez.* Sed quia *.ez.* est surda, accipiemus proportionem in quadratis earum, uidelicet est sicut quadratus lineae *.zt.* ad quadratum lineae *.ef.*, hoc est sicut 4 est ad 16, ita quadratum lineae *.ze.* est ad quadratum lineae *.eh.* Quare quadratum lineae *.eh.* est quadruplum quadrati lineae *.ez.* Vel adde in unum quadrata linearum *.af.* et *.fh.*; et ueniet quadratum lineae *.eh.* Aliter protrahatur linea *.hz.* extra trigonum, donec concurrat lineae *.bl.* in puncto *.l.*; et sit *.bl.* equidistans lineae *.hg.* Et quoniam equidistantes inter *.bl.* et *.hg.* incidit linea *.hl.*, angulus qui sub *.elb.* equalis est *.eli.*, qui sub *.zhg.*; et angulus qui sub *.lbz.* ei qui sub *.zgh.* est equalis; reliqui qui ad *.z.* equales sibi inuicem, qui sunt a vertice. Ergo trigonum *.lbz.* simile est trigono



fol. 28 recto.

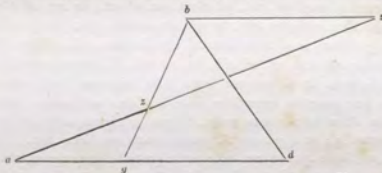
.hgz. Quare est sicut *.gz.* ad *.zb.*, ita *.hg.* ad *.bl.*: est enim *.gz.* equalis *.zb.*; et *.hg.* equatur *.bl.* Rursus quia similia sunt trigona *.leb.* et *.eha.*, erit quidem sicut *.ae.* ad *.eb.*, ita *.ah.* ad *.bl.*, hoc est ad *.hg.*: est enim *.ae.* ex *.ab.* tertia pars. Quare *.ae.* est medietas ex *.eb.*; et *.ha.* erit medietas ex *.bl.*, hoc est ex *.hg.*; remanet *.ag.* medietas ex *.hg.* Quare *.ha.* equatur *.ag.* Sed *.ag.* est $\frac{1}{3}$; quare *.ah.* erit similiter $\frac{1}{3}$; et quelibet rectarum *.hg.* et *.bt.* erit $\frac{2}{3}$. Nam si coniunctionem linearum *.ze.* et *.eh.* habere uolumus; quia est sicut *.zt.* ad *.ef.*, ita *.ze.* ad *.eh.* Sed *.zt.* est ad *.ef.* sicut medietas *.zt.* ad medietatem ex *.ef.*, hoc est sicut 1 est ad 2. Adiaceat quidem quidam recta *.mno.*;

* sibi inuicem, . . . est trigono *
(fol. 27 verso, marginis inferiore,
pag. 46, lin. 25).

et sit *nni*, et non sit .2. Et quia est sicut *mn*. ad *no*., ita *ze*. ad *eh*.; et coniuncte proportionales erunt; eruntque sicut *mn*. ad *mo*., ita *ez*. ad *zh*. Quare est sicut quadratum linee *mn*. ad quadratum linee *mo*., hoc est sicut .1. est ad .9., ita quadratum linee *ze*. est ad quadratum linee *zh*. Quare quadratum linee *zh*. erit nonnuplum ex quadrato linee *ze*. Quare si per .9. multiplicauerimus $\frac{45}{20}$ 63., que sunt quadratum linee *ze*., habebimus $\frac{1}{4}$ 588. pro quadrato linee *zh*.

Aliter quia trigonum *zkh*. orthogonium est habens angulum qui ad *k*.; iungantur quidem quadrata linearum *zk*. et *kh*.; et habebimus quadratum linee *zh*. Nam *kd*. inuenta est superius esse $\frac{1}{2}$ 4., et *da*. 5., et *ah*. 14.: quare tota *kh*. est $\frac{1}{2}$ 23.; cuius quadratum est $\frac{1}{4}$ 532.; et quadratum linee *zk*. est .36.; et sic habemus pro quadrato linee *zh*. $\frac{1}{4}$ 588., ut prediximus. Rursus sit trigonum *bgd*. cuius *bg*. latus, ut diximus, sit .13., *gd*. 14., et *bd*. 15.; et emictatur *gd*. in punctum *a*., et sit *ga*. 10.; et super *gb*. accipiatur punctus *z*.; et sit *gz*. 5., remanebit *zb*. 8. Queritur; si protrahatur *az*., et emictatur usque in *e*., quanta erit quantitas sectionum *de*. et *eb*. Ducatur quidem per *b*. punctum linea *bi*. equidistans linee *gd*.; et emictatur linea *ae*. in punctum *i*., eruntque duo trigona *bzi*. et *azg*. sibi inuicem similia. Quare est sicut *ag*. ad *gz*., ita *ib*. est ad *bz*. Sed *ag*. est duplum ex *gz*.; quare *ib*. erit .16., scilicet duplum ex *bz*. Item quia trigonum *aed*. simile est trigono *eib*., est sicut *ad*. ad *bi*., ita *de*. ad *eb*. Nam *ad*. ad *bi*. est sicut octaua pars ex *ad*. ad octauam partem ex *bi*.: est enim .3. octaua ex *ad*., et .2. est octaua ex *bi*.; ergo est sicut .3. ad .2., ita *de*. ad *eb*.; et coniunctim proportionales erunt.

Quare sicut .3. est ad .5., ita *de*. ad *db*. Quare *de*. est $\frac{1}{2}$. ex *db*., scilicet .9., et *eb*. .6.; que oportebat ostendere. Sint itaque note portiones *bz*. et *zg*. et *be*. et *ed*.; et sint eodem superscripte; et trigonum sit idem; et ignorantur *ag*. et *bi*.: primum quidem quia est sicut *de*. ad *eb*., scilicet sicut .3. est ad .2., ita |



ad. ad *bi*. Ergo *ad*. est semel *bi*., et dimidium eius. Rursus quia est sicut *gz*. ad *zb*., scilicet sicut .5. est ad .8., ita *ag*. ad *bi*. Ergo *ag*. est $\frac{5}{8}$. ex *bi*.: tota quidem *ab*. inuenta est esse duodecim octauae ex *bi*.; cum tota *ad*. sit semel *bi*., et dimidium eius. Quare extractis $\frac{5}{8}$. ex $\frac{12}{8}$., remanet *gd*. $\frac{1}{2}$. ex *bi*. Ergo est sicut .7. ad .8., ita *gd*. ad *bi*. Quare multiplicatis .8. per .14., scilicet per *gd*.; et diuisa summa per .7. Vel septimam de .14., scilicet .2., multiplica per .8., egredientur .16. pro linea *bi*.; ex quibus .16. acceptis $\frac{5}{8}$., egredientur .10. pro linea *ag*. Item sit idem trigonum *abg*.; et extra ipsum summatur *d*. punctus, qui non sit indirecto linee *bg*.; et per *d*. punctum protrahatur linea *de*.

* est .14. quare *ab*. pro quadrato linee *z* (fol. 28 verso, lin. 6-15; pag. 46, lin. 31-33 — pag. 47, lin. 1-6).

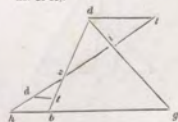


o

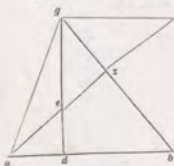
* ad .2. ita * (fol. 28 recto, ad margine inferiore, angulo exteriori; pag. 47, lin. 25).

fol. 28 verso.

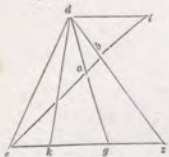
* *ad*. ad *bi*. egredientur .16. * (fol. 28 verso, lin. 1-6; pag. 47, lin. 26-31).



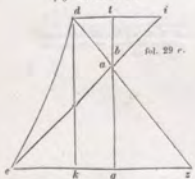
* Et sumatur ita gi . s. f. l. 28 verso, lin. 11-17; pag. 48, lin. 2-8).



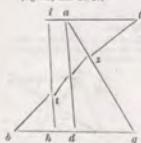
* sit trigonum transierit linea * (fol. 28 verso, lin. 19-25; pag. 48, lin. 9-14).



* ostendere. Et si sit trigonum * (fol. 28 verso, lin. 4 ab inf.; pag. 48, lin. 22-27).



* hd . nota est, equidistans catheto * (fol. 29 recte, lin. 5-10; pag. 48, lin. 29-35).



equidistans basi bg ; et sint de . et bg . note, remanebit ea . nota; cum tota ab . sit nota. Et sumatur in ab . punctus z . notus; et copuletur dz ; et emicatur in punctum i . Dico, quod proportio gi . ad ia . erit nota; compleatur figura. Et quoniam trigonum dze . simile est trigono zat , est sicut ez . ad za ; quorum proportio est nota, ita nota de . est ad ad . Quare at . erit nota. Rursus quoniam similia sunt trigona hzb . et zat , est sicut az . ad zb , que sunt note, ita at . nota est ad bh . Quare bh . erit nota posita est bg ; ergo nota est tota hg . Et quoniam similia sunt trigona hig . et iat . est sicut hg . nota ad notam at , ita gi . ad ia : ergo proportio gi . ad ia . est nota, ut oportebat ostendere. Rursus sit trigonum notum gab , cuius cathetus sit gd ; et sumatur in ipso punctus notus e ; et per puncta quidem ae . protrahatur linea aez . Dico quidem, quod proportio bz . ad zg . erit nota: protrahatur itaque linea gi . equidistans linee ab ; et producatur az . in i , et erunt trigona aed . et ieg . sibi inuicem similia. Quare est sicut de . ad eg , ita ad . ad gi ; erit itaque nota gi , cum nota sit ad ; ad quam gi . proportionem habet recta ab , sicut bz . ad zg : ergo proportio bz . ad zg . est nota; quod oportebat ostendere.

Et si punctus, per quem transierit linea ab angulo nequaquam in catheto fuerit, ut in trigono dez , in quo datus est punctus a . in lineam dg , que non est cathetus, per quem punctus transit linea eab ; et sit nota proportio ga . ad ad , nec non et sit nota ge . Dico quidem, proportionem zb . ad bd . notam esse: eisdem dispositis. Compleatur quidem figura; et quoniam est sicut ga . nota ad ad . notam, ita eg . nota ad di . Quare di . nota erit; et est sicut ez . nota ad notam di , ita zb . ad bd : ergo proportio zb . ad bd . nota est, ut oportebat ostendere. Et si proportio sectionum linee transeunctis per punctum a . datum, que sit equidistans catheto, nota fuerit que linea terminata sit ab una parte super basem in puncto g , et ab alia super lineam di . in puncto t , ut in hac alia cernitur figura. Dico iterum, proportionem zb . ad bd . notam esse. Quoniam simile est trigonum $ieag$. ei quod est ait , est sicut ga . ad at , ita eg . ad ti : protrahatur quidem in trigono dez . cathetus dk , et erit dt . equalis gk ; quia parallogramum est quadrilaterum dg . Quare si addatur linee ti . equalis linee gk , scilicet td , erit nota tota di : et quoniam est sicut ez . ad di , ita zb . ad bd . Quare proportio zb . ad bd . nota est, ut prediximus. Et si punctus datus infra trigonum fuerit inter cathetum, et angulum, a quo per punctum extenditur linea ad latus subtendens ipsum angulum; similiter sectiones illius lateris note erunt. Sitque in trigono abg , cuius cathetus est ad . datus, punctus e ; et a puncto b . per e . ducta est linea bez .

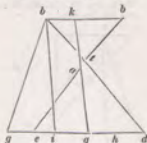
Dico iterum, sectiones gz . et za . note erunt: protrahatur per punctum a . linea it . equidistans linee bg ; et expleatur linea bt , et per punctum e . equidistans catheto ad . protrahatur hi ; et sit nota proportio he . ad ei ; et sint nota latera trigoni abg , nec non et linea bh . sit nota: et quoniam nota sunt latera trigoni abg , notus erit et casus bd ; de quo si extrahatur bh . nota, reliqua hd . nota erit. Quare et ia . nota est, cum sit equalis hd . propter id . parallogramum; et quia trigona beh . et eit . similia sunt, est sicut he . ad ei , ita bh . ad it ; ergo nota erit it ; de qua si aufertur ia , remanebit at . nota. Et quoniam est sicut bg . ad at , ita gz . ad za . Ergo sectiones gz . ad za . nota erunt, ut prediximus. Similiter si per punctum datum infra trigonum a puncto dato in uno laterum trigoni linea protrahatur usque ad unum. Ex

lateribus trigoni inuenietur proportio sectionis illius lateris. Exempli causa: in trigono *bdg*. sit datus punctus, punctus notus *e*. in base *gd*; et infra trigonum sit datus punctus *a*. Similiter notus in linea *zk*, que est equidistans catheto *bi*; et per punctum *ea* linea protrahatur *et*. Dico, proportionem *dt*. ad *tb*. notam esse: compleatur figura. Et quoniam linea *zk*. equidistans est catheto *bi*. et *bk*. est equidistans *ix*; ergo equalis est *bk*. recte *ix*. et *zk*. catheto *bi*.: que cum sit nota, eritque nota *zk*. et *za*. nota est, remanet *ak*. nota: et quoniam est sicut *za*. ad *ak*., ita *ez*. ad *kh*. Ergo *kh*. est nota: cui si addatur *kb*., scilicet *zi*., que nota esse ponitur, erit *bh*. nota. Et quoniam similia sunt trigona *etd*. et *tbb*., est sicut *ed*. ad *bh*., ita *dt*. ad *tb*; quod oportebat ostendere. Item sit trigonum *abg*., cuius *ab*. sit *12*., et *bg*. *14*., et *ag*. *15*.; cuius cathetus *ad*. est *12*.; et summatur punctus *d*. extra trigonum, a quo ducatur recta *az*. equidistans catheto *ad*.; et sit *ez*. *2*., et *zb*. *1*.; quare *zd*. erit *4*.: et summatur iterum infra trigonum punctus *i*.; et sit *it*. *3*.; et sit equidistans catheto *ad*.; et sit *iz*. *9*.; et per puncta *ei*. protrahatur linea *eik*. Dico quod proportio *gk*. ad *ka*. est nota: protrahatur linea *al*. equidistans basi *bg*.; et emittetur *eh*. in puncto *l*., et *i*. in punctis *h*. et *m*.; et sit *tm*. equalis *ez*.; et copuletur *em*.; et quoniam recte *ez*. et *it*. equidistantes sunt catheto *ad*., erit recta *tm*. equidistans recte *ze*., et sunt equales sibi inuicem, erit recta *em*. equalis et equidistans recte *zt*.; ergo *em*. est *9*.; et est equidistans recte *al*.; et *th*. est *12*., cum sit equalis *zt*.: tota ergo *mh*. est *14*.; est enim *mi*. *5*., remanet *ih*. *9*.; est ergo sicut *mi*. ad *ih*., ita *em*. ad *hl*.; hoc est sicut *5*. est ad *9*., ita *9*. est ad *hl*.; ergo *hl*. est $\frac{5}{9} \cdot 16$. Quare tota *al*. est $\frac{5}{9} \cdot 21$. Item quia equidistans est *ez*. recte *ti*., similia sunt trigona *enz*. et *int*. Quare est sicut *ti*. ad *ez*., ita *tn*. ad *nz*. Quare *tn*. est $\frac{2}{5} \cdot 5$. Vel aliter: quia trigona *nit*. et *lih*. sunt similia sibi inuicem, est sicut *ti*. ad *ih*., hoc est sicut *3*. est ad *9*., ita *nt*. est ad *hl*.; ergo *nt*. est tertia ex *hl*., scilicet $\frac{2}{5} \cdot 5$.: cui si addatur *tg*., erit *ng*. $\frac{2}{5} \cdot 9$.; et est sicut *ng*. ad *al*., ita *gk*. ad *ka*.: est enim *al*. $\frac{5}{9} \cdot 21$, que sunt quinte *106*., et in *gn*. sunt quinte *47*.; ergo sicut *47*. est ad coniunctum de *47*. et de *106*., scilicet ad *153*., ita *gk*. est ad *ga*., scilicet ad *15*.; quare est sicut *47*. ad tertiam de *153*., scilicet ad *51*., ita *gk*. est ad tertiam de *15*., scilicet ad *5*. Quare si multiplicauerimus *5*. per *47*., et summam diuiderimus per *51*., exhibunt $\frac{1}{5} \cdot \frac{13}{17} \cdot 4$. pro linea *gk*. Reliquum quidem est usque in *15*., scilicet $\frac{2}{5} \cdot \frac{6}{17} \cdot 10$. remanebit pro *ka*. Aliter emittantur linee *em*. et *ag*. in *o*., erit sicut *eo*. ad *al*., ita *ek*. ad *ka*.: per hanc quidem proportionem inueniemus *ak*., et tunc habebimus *kg*.; quod oportebat ostendere.

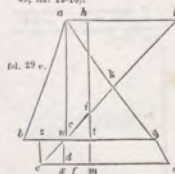
Nam notitiam ex *go*. et ex *oe*. habebitur pro premissa; quia trigonum *agd*. simile est trigono *afo*. Item si notitiam puncti *c*., per quem linea *el*. secat, cathetum *ad*. habere uolumus; quia trigonum *ncd*. est simile trigono *jca*., est sicut *nd*. ad *al*., scilicet sicut due quinte sunt ad se, et ad quintas *106*., scilicet sicut *2* sunt ad *106*., ita *dc*. est ad *da*. Quare *dc*. est $\frac{2}{5}$. unius integri, remanet *ca*. $\frac{3}{5} \cdot 11$. Vel si protraxerimus cathetum *nx*., erit sicut *ex*. ad *xn*., ita *nd*. ad *dc*.: est enim *ef*. equalis *dz*., et *dn*. equalis *fx*. Quare *ex*. nota est.

Rursus sit *ge*. uice *ez*. in hac alia figura, et sit *2*; Latera uero trigonj et cathetus, nec non et linea *ti*. sint ubi prediximus, et sit angulus *egt*. rectus. Quare equidistans erit rectis *it*. et *ad*.: et protrahatur per puncta *ei*. linea *ef*. Volumus ergo

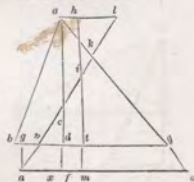
* *gz*. ad *ea*.... *et*. Dico * (fol. 29 recto, lin. 17-22; pag. 48, lin. 41-42 — pag. 49, lin. 1-4).



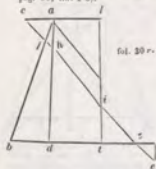
* catheto *ad*., ... et copuletur *em*.; * (fol. 29 recto, lin. 33-35 et marginis inferiore asteris; pag. 49, lin. 13-16).



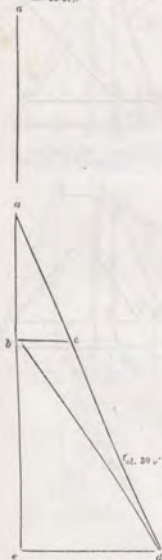
* Ita *9*. est *47*. ad tertium * (fol. 29 verso, lin. 6-12 et 14; pag. 49, lin. 21-28).



* Quare equidistant . . . remanet
 $.ha. \frac{1}{2} 2.$ * (fol. 29 verso, lin.
 28-35; pag. 49, lin. 42, 43 —
 pag. 50, lin. 1-6).



* ad punctum . . . Sol propo-
 sitio * (fol. 30 recto, lin. 8-25 e
 marginis inferiore exteriori, pag. 50,
 lin. 13-37).



scire sectiones linearum $gb.$ et $ad.$, nec non et $ab.$ Emittatur quidem linea $ef.$ in puncto $c.$, et linea $ti.$ in puncto $i.$; et copuletur $cal.$; et sit equidistans linee $bg.$; eritque ut $eg.$ ad $ti.$, ita $gz.$ ad $zt.$ Quare erit sicut $eg.$ et $ti.$ ad $ti.$, hoc est sicut $.5.$ ad $.3.$, ita $gt.$ ad $zt.$: ergo $zt.$ erit $\frac{2}{3} 2.$, cum $gt.$ sit $4.$ Item est sicut $ti.$ ad $il.$, ita $zt.$ ad $tc.$ Quare $tc.$ est $\frac{1}{3} 7$; de qua dempta $la.$, remanet $ac.$ $\frac{1}{2} 2.$ Item est sicut $td.$ ad se et ad $ac.$, ita $dh.$ ad $da.$ Quare $dh.$ est $\frac{1}{3} 9$, remanet $ha.$ $\frac{1}{2} 2.$ | Rursus quia est sicut $.2b.$ ad se et ad $ac.$, ita $bf.$ ad $ba.$; erit ergo $bf.$ $\frac{5}{12} 11$; reliqua $fa.$ erit $\frac{7}{12} 1.$

Is triangulo orthogonio notorum laterum protrahatur extra trigonum latus subtendens angulum rectum per longitudinem notam; et á termino ipsius lineae ad angulum rectum recta producatur, erit etiam ipsa linea nota. Exempli causa : sit trigonum orthogonium $abc.$ notorum laterum, habens angulum $abc.$ rectum; et emittatur latus $ac.$ extra trigonum in puncto $d.$; et sit tota $ad.$ nota; et á puncto $d.$ ad punctum $b.$ protrahatur recta $bd.$ Dico, lineam $db.$ notam esse; quod sic probatur. Protraham rectam $ab.$ secundum rectitudinem in infinitum per punctum $c.$; et per punctum $d.$ protraham rectam $de.$ equidistantem lineae $bc.$; et erit angulus $aed.$ rectus; cum sit equalis angulo $abc.$: quia cum in duabus rectis equidistantibus recta incidit, erit interior angulus equalis exteriori et opposito. Nam in equidistantibus $bc.$ et $ed.$ recta incidit $ae.$; quare angulus $aed.$ equalis est angulo $abc.$. propter eadem ergo et angulus $ade.$ equalis angulo $acb.$; et angulus qui ad $a.$ est communis. Quare trigona $abc.$ et $aed.$ equiangula sunt, et sibi invicem similia.

Similia uero trigona circa equales angulos latera habent proportionalia. Quare est sicut $ac.$ ad $cb.$, ita $ad.$ ad $de.$: permutatim ergo erit sicut $ad.$ nota ad $ac.$ notam, ita $ed.$ ad $bc.$ notam. Quare recta $ae.$ erit nota. Similiter est sicut $ad.$ ad $ac.$, ita $ae.$ ad $ab.$ notam. Quare recta $ae.$ erit nota: de qua si auferatur recta $ab.$ nota, remanebit recta $be.$ nota; cuius quadratum si addatur cum quadrato lineae $de.$, egredietur quadratum lineae $bd.$ notum: et sic ostenditur, lineam $bd.$ esse notam, ut predixi. Ex hac quidem figura egreditur solutio subscriptae questionis mihi proposita á quodam ueronense. qui proposuit, arborem quandam erectam esse prope ripam cuiusdam fluminis; et fuit longitudo arboris pedum $.40.$: quam longitudinem pono lineam $bg.$; et spatium, quod erat á pede arboris usque ad flumen, posuit esse pedum $.3.$; quod spatium posui lineam $bc.$; et fuit in arbore $bg.$ acceptus punctus quidam $a.$; et fuit $ba.$ $40.$ pedum; et in puncto $a.$ secta fuit arbor, et cecidit superior pars $ag.$, que erat $.30.$ pedum super lineam $ad.$ dicens punctum $c.$; et fuit linea $ad.$ $.20.$: petijt quanta esset quantitas lineae $db.$ egredientis á puncto summitatis arboris usque ad punctum pedis ipsius. Vnde cum uellem hanc questionem soluere, intellexi figuram superscriptam; et aggregaui quadrata linearum $ba.$ et $bc.$, hoc est $.100.$ et $.25.$, et habui $.125.$ pro quadrato lineae $ac.$: et quia erat sicut $ad.$ ad $ac.$, ita $ed.$ ad $bc.$, fuit sicut quadratum lineae $ad.$ ad quadratum lineae $ac.$, hoc est sicut $.900.$ ad $.125.$, ita quadratum lineae $ed.$ ad quadratum lineae $bc.$, quod est $.25.$ Sed proportio | de $.900.$ ad $.125.$ est in minimis numeris sicut $.36.$ ad $.5.$; ergo est sicut $.36.$ ad $.5.$, ita quadratum lineae $ed.$ ad $.25.$: permutatim ergo fuit $.36.$ ad quadratum lineae $ed.$, sicut $.5.$ ad $.25.$ Sed $.5.$ de $.25.$ est quinta pars; quare $.36.$ fuit $\frac{1}{5}$ quadrati lineae $ed.$ Quare multiplicaui $.36.$ per $.5.$, et habui $.180.$ pro quadrato lineae $ed.$: quod quadratum extraxi ex quadrato lineae $ad.$, scilicet de

.900., remanserunt .720. pro quadrato linee .*ae.*: vel aliter quia est sicut .*ad.* ad .*ac.*, ita .*ae.* ad .*ab.*: fuit ergo sicut .36. ad .5., ita quadratum linee .*ea.* ad quadratum linee .*ba.*, hoc est ad .100.: quare permutatim est sicut .5. ad .100., ita .36. ad quadratum linee .*ae.* Quare multiplicanda sunt .36. per .20.; quia .5. sunt $\frac{1}{20}$ de .100.; et habentur similiter .720. pro quadrato linee .*ae.*; ergo .*ae.* fuit radix de .720.: de qua extraxi lineam .*ab.*, que est .10., remansit mihi radix de .720. minus .10. pro linea .*eb.*: quam multiplicavi in se, et habui .820. minus radice de .288000. pro quadrato linee .*eb.*; cui addidi quadratum linee .*ed.*, quod est .180., et habui .1000. minus radice de .288000. pro quadrato linee .*bd.* Quare .*bd.* est radix de .1000. minus radice de .288000. Et ut hec reducerem ad numerum ratiocinatum, accepi radicem de .288000., quam inveni esse $\frac{2}{3}$ 536. minus $\frac{1}{36}$; quam etiam extraxi de .1000., remanserunt $\frac{11}{12}$ 463.: de quibus etiam accepi radicem, et habui $\frac{1}{2}$ 21., et unam quadragesimam unius pedis pro quantitate linee .*bd.* Nec etiam pretermittendum est demonstrare viam habendi quadratum linee .*eb.*, que recisum vel abscisio, seu residuum nuncupatur; cum sit differentia, que est inter duas lineas potentia solum commensurabiles, scilicet inter .*ae.* et .*ab.* rectas; quarum .*ae.* est radix numeri ratiocinati, scilicet de .720., et .*ab.*, que est .10., est numerus. Et quoniam recta .*ae.* diuisa est in duo in puncto .*b.* Quadrata linearum .*ae.* et .*ab.* equantur duplo multiplicationis .*ab.* in .*ae.*, et quadrato linee .*eb.*, ut superius demonstratum est: ergo si ex quadratis linearum .*ae.* et .*ab.*, scilicet ex .720. et ex .100., hoc est de .820. auferatur duplum multiplicationis ex .*ab.* in .*ae.*; quod duplum est equale .20. radicibus de .720.; que etiam equantur uni radici numeri prouenientis ex multiplicatione quadrati de .20., hoc est de .400. in .720.; et qui numerus est .288000., remanebunt .820. minus radice de .288000., ut superius demonstraui. Rursus si in trigono .*abg.* ab angulis .*gb.* egrediantur recte .*be.* et .*gd.* se inuicem secantes super punctum .*z.*; et sit nota proportio ex .*ge.* ad .*ea.*, et ex .*bd.* ad .*da.*, erunt utique note proportionibus .*bz.* ad .*ze.* et .*gz.* ad .*zd.* Sed antequam hec demonstrare possimus, oportet nos tractare de compositione proportionum ex duabus, uel pluribus proportionibus. Nam illa proportio composita dicitur, que prouenit ex multiplicatione omnium antecedentium ad multiplicatum omnium consequentium duarum, uel plurium proportionum. Verbi gratia: ex proportione, quam habent .2. ad .3., et ex ea quam habent .4. ad 5 componitur proportio ex .8. ad .15.; cum ex multiplicatione de .2. in .4. prouenient .8.; ex .3. in .5. uenient .15. Item ex proportione quam habent .2. ad .3. et .4. ad .5. et .6. ad .7. componitur | proportio quam habent .48. ad .105.: cum ex multiplicato omnium antecedentium prouenient .48., scilicet ex 2. in .4. productam in .6.; et ex multiplicato consequentium, scilicet ex .3. in .5. ducto in .7., ueniant .105.; sed proportio de .48. ad .105. est illa in minimis numeris, quam habent .16. ad .35. Et est intellectus talis compositionis, quod inter .16. et .35. cadunt tres numeri in proportionibus superscriptis, uidelicet sicut .2. ad .3., ita .16. ad .24.; et sicut .4. ad .5., ita .24. ad .30.; et sicut .6. ad .7., ita .30. ad .35. Ex his enim procedit compositio proportionis duarum quantitatum, uel duorum numerorum: cum inter ipsas quantitates eiciatur quantitas aliqua, erit tunc proportio prime quantitatis ad secundam composita ex proportionibus, quam habet prima quantitas ad eiectam, et ex ea quam habet quantitas eiecta ad secundam. Cuius exemplum ponamus in numeris: sint .7. eiecta inter .3. et .10. Dico quod proportio de .3. ad .10. componitur ex ea quam habet .3. ad .7., et ea quam

* uni radici . . . prouenient .8.*
[fol. 29 verso, lin. 23-24; pag. 51,
lin. 24-25].



fol. 81 recto.

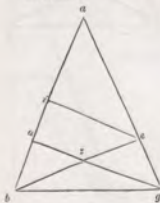
habent .7. ad .10. Nam multiplicatio ex antecedentibus ad multiplicatum ex consequentibus fit sicut .3. ad .10.; quam si multiplicauerimus insimul antecedentes, scilicet .3. per .7., prouenient .21.: et si multiplicauerimus insimul consequentes, scilicet .7. per .10., proueniant .70.: proportio quidem de .21. ad .70. est proportio septime partis de .21. ad septimam partem de .70.; et est illa quam habent .3. ad .10., ut diximus. Similiter inter duas quantitates possunt eici due, uel plures quantitates; et erit proportio ipsarum duarum quantitarum composita ex ipsis proportionibus: ut si inter .3. et .10. eiciantur .5. et .6. et .7., erit proportio de .3. ad .10. composita ex proportionibus, quam habent .3. ad .5., et ex eis quam habent .5. ad .6., et .6. ad .7., et .7. ad .10.

His optime intellectis, oportet nos etiam demonstrare, quomodo et ex proportionibus data extrahatur proportio aliqua: ut si uolueris ex proportionibus quam habent .7. ad .8., extrahere proportionem quam habent .6. ad .5.; multiplicabis antecedens proportionis, de qua extrahenda est proportio, per consequens proportionis extrahende, scilicet .7. per .5., prouenient .35. pro antecedente proportionis residuo: et multiplicabis antecedens extrahende proportionis per consequens, de qua extrahitur proportio, scilicet .6. per .8., erunt pro consequente residuo questionis: ergo si ex proportionibus quam habent .7. ad .8. auferatur proportio de .6. ad .5., remanet utique proportio de .35. ad .48. Vnde si addiderimus proportionibus quam habent 6 ad 5, et 25 ad 48, proueniet proportio quam habent .210. ad .240.; et est ipsa eadem quam habet trigesima pars unius ad trigesimam partem alterius, scilicet .7. ad .8. His itaque intellectis, oportet nos ostendere, antequam redeamus ad propositum, quomodo proportio quam habet in suprascripto trigono .*abg*. recta .*ga*. ad .*ea*. componatur ex proportionibus, quam habet tota reflexa .*gd*. ad partem suam .*zd*., et ex proportionibus quam habet .*bz*. ad .*be*.; et est ista demonstratio, que uocatur cata coniunctum: a puncto quidem .*e*. protrahatur recta .*ei*. equidistans linee .*gd*., ut in hac alia ostenditur figura; et erit trigonum .*aie*. simile trigono .*adg*. Quare | erit sicut .*ga*. ad .*ae*., ita .*gd*. ad .*ei*.: eiciatur itaque recta .*zd*. inter .*gd*. et .*ei*.; et erit per ea, que supra diximus, proportio .*gd*. ad .*ei*. composita ex proportionibus .*gd*. ad .*dz*. et ex .*dz*. ad .*ei*. Sed proportio .*zd*. ad .*ei*. est sicut proportio .*bz*. ad .*be*., cum simile sit trigonum .*bzd*. trigono .*bei*., cum .*zd*. equidistet recte .*ei*.: ergo proportio .*gd*. ad .*ei*. componitur ex proportionibus .*gd*. ad .*dz*. et .*bz*. ad .*be*. Sed proportio .*gd*. ad .*ei*. est sicut proportio .*ga*. ad .*ae*.; ergo proportio .*ga*. ad .*ae*. componitur, ut diximus, ex proportionibus .*gd*. ad .*dz*. et .*bz*. ad .*be*. Dico iterum quod proportio .*ga*. ad .*ae*. componitur ex proportionibus .*gd*. reflexa ad reflexam .*be*., et ex ea quam habet .*bz*. ad .*zd*.; quoniam equalis est proportio .*gd*. ad .*ei*. proportioni .*ga*. ad .*ae*. Si inter proportionem quam habet .*gd*. ad .*ei*. eiciatur recta .*be*., erit proportio recte .*ga*. ad .*ae*. composita ex proportionibus quam habet .*gd*. ad .*be*., et .*be*. ad .*ei*. Sed proportio .*be*. ad .*ei*. est sicut proportio .*bz*. ad .*zd*.; ergo proportio .*ga*. ad .*ae*. componitur ex proportionibus .*gd*. ad .*be*., et ex .*bz*. ad .*zd*.; quod oportebat ostendere.

Nam semper contingit, cum aliqua proportio composita fuerit ex duabus proportionibus, erit etiam ipsa eadem proportio composita ex proportionibus antecedentibus ad permutatos consequentes. Verbi gratia: proportio de .8. ad .15. est composita ex proportionibus quam habet .2. ad .3., et .4. ad .5.; erit etiam proportio de .8. ad .15. composita ex permutatis proportionibus, sicut ex ea quam habet .2. ad .5., et ex ea quam habet

fol. 31 verso.

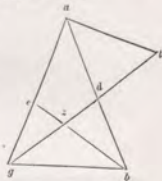
et .*gd*. ad .*dz*. ad .*ei*. Sed et
(fol. 31 verso, lin. 3-42, pag. 52,
lin. 27-36).



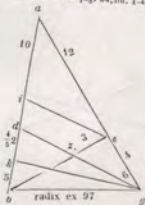
.4. ad .3.; quia multiplicatio de .3. in .5. equa est multiplicationi de .3. in .3.; et sunt .3. et .5. in utraque compositione consequentes; et .2. et .4. sunt antecedentes. Simili quoque modo ostendetur, quod proportio .ba. ad .ad. componitur ex proportione .be. ad .ez.; et ex ea quam habet .gz. ad .gd.: si protraxerimus infra trigonum a puncto .d. lineam equidistantem lineae .be.; et sic ex proportione quam habet .ga. ad .ae. ostensa est una concubinatio compositarum proportionum. Rursus dico, quod proportio .bd. ad .da. componitur ex proportione .bz. ad .ze., et ex proportione .ge. ad .ga.; quod sic probatur: a puncto quidem .a. protrahatur recta .at. equidistans lineae .be., ut in hac alia cernitur figura, quae cata dicitur disiunctum; et emittatur recta .gd. usque ad punctum .t.; et quia equidistantes sunt recte .at. et .zb.; et in eis incidit recta .ab., equalis est angulus, qui sub .tad. angulo, qui sub .dbz.: propter eadem et angulus qui sub .atd. equalis est angulo, qui sub .dzb.; et anguli qui ad .d. cum sint a vertice sibi inuicem sunt equales: ergo equiangulara sunt trigona .atd. et .dbz., et circa equales angulos habent latera proportionalia: quare erit sicut .db. ad .bz., ita .da. ad .at.: permutatim ergo erit sicut .bd. ad .da., ita .bz. ad .at.: eiciamus ergo rectam .ze. inter .zb. et .at.; erit tunc proportio .bz. ad .at., hoc est proportio .bd. ad .da. composita ex proportione, quam habet .bz. ad .ze., et ex ea quam habet .ze. ad .at., hoc est .ge. ad .ga.; cum simile sit trigonum .gez. trigono .gat.: ergo proportio .bd. ad .da. componitur ex proportione .bz. ad .ze., et .ge. ad .ga. Vel proportio .bd. ad .da. componitur ex proportione .bz. ad .ga., et ex proportione .ge. ad .ez.; quod sic ostenditur: inter .bz. et .at. eiciatur recta .ga., erit proportio quidem .bz. ad .at. composita ex proportione .bz. ad .ga., et ex proportione .ga. ad .at. Sed proportio .ga. ad .at. est sicut proportio .ge. ad .ez.; ergo proportio .bz. ad .at., hoc est proportio .bd. ad .da. componitur ex proportione .bz. ad .ga., et ex proportione .ge. ad .ez.; quod oportebat ostendere. Et sic ostensa est una combinatio compositionis proportionis .bd. ad .da. Similiter ostendetur, quod proportio .ge. ad .ea. componitur ex proportione .gz. ad .zd., et ex proportione .bd. ad .ba.: si protraxerimus a puncto .a. equidistantem lineae .gd., et copulauerimus eam cum linea .be. NVNC reuertamur ad propositum; et ostendam, quod si proportionem .ge. ad .ea., et .bd. ad .da. fuerint note; et cruntque utique proportionem .bz. ad .ze. et .gz. ad .zd. note. Cum itaque proportio quam habet .ge. ad .ea. nota componatur ex proportione quam habet .gz. ad .zd., et ex proportione quam habet .bd. ad .ba. Si ex proportione quam habet .ge. ad .ea. auferatur proportio .bd. ad .ba., quae est nota, remanebit nota proportio .gz. ad .zd. Similiter si ex proportione quam habet .bd. ad .da. auferatur proportio .ge. ad .ga., remanebit nota proportio .bz. ad .ze.: quae omnia ut clarius uideantur, ponamus lineam .ag. esse 16, et lineam .ab. esse 15; et sit .ge. tertia pars ex .ea.; et .bd. sit dimidium ex .da.; erit ergo proportio .ge. ad .ea. sicut 1 ad 3: de qua si extrahatur proportio .bd. ad .ba., scilicet ea quam habet 1 ad 3, remanebit proportio .gz. ad .zd., sicut 3 ad 3; quare equalis est recta .gz. recte .zd.; et sic proportio .gz. ad .zd. inuenta est nota. Similiter si ex proportione quam habet .1. ad .2., scilicet .bd. ad .da., extraxerimus proportionem quam habet .1. ad .4., scilicet .ge. ad .ga., remanebit proportio, quam habet .2. ad .1., proportio .bz. ad .ze. Et quoniam proportionem sectionum reflexarum sint note, tamen longitudines ipsarum reflexarum habere non possumus nisi per basis notitiam; quam ponamus esse radicem de .97.; et studeamus super latus

fol. 32 recto.

v ad .72., ... et ex proportione +
(fol. 32 recto, lin. 3-4) et 11;
pag. 53, lin. 19-20.



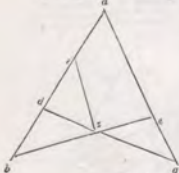
+ inuenta est ... quod est .16.
(fol. 32 recto, lin. 24-32) et
53, lin. 37-42—pag. 54, lin. 1-4).



fol. 22 verso.

ag. inuenire casum perpendicularis cadentis super eam ab angulo *b.*; et inueniemus ipsum esse, per ea que demonstrata sunt inuentione casuum, punctum *e.*; quare recta *be.* cathetus est super rectam *ag.* Orthogonia ergo sunt trigona *beg.* et *eba.*: quare si quadratum lateris *eg.*, quod est $16.$, auferatur ex quadrato linee *bg.*, scilicet de $27.$, remanebunt $11.$ pro quadrato linee *be.*; quare recta *be.* est $3.$; et quia *bz.* ad *ze.* est sicut $2.$ ad $1.$; si coniungerimus proportionem *bz.* ad *ze.*, inueniemus ipsam sicut $3.$ ad $1.$ Quare | recta *be.* tripla est recte *ze.*: quare cum *be.* sit $9.$, erit *ze.* $3.$, et *zb.* erit $6.$ Item ut inueniamus longitudinem recte *gd.*, faciemus cadere cathetum a puncto *g.* super lineam *ab.*, que sit linea *gk.*; et erit notus casus *bk.* per ea que demonstraui in inuentione casuum: quare *kd.* remanebit nota, et erit $\frac{1}{2} 2.$: unde si ex quadrato linee *gb.* extraxerimus quadratum linee *bk.*, que est $\frac{1}{2} 2.$, remanebunt pro quadrato linee *gk.* $\frac{1}{2} 22.$; quibus si addiderimus quadratum linee *dk.*, scilicet $s.$ minus $\frac{1}{2} 2.$, uenient $100.$ pro quadrato linee *gd.*; ergo linea *gd.* est $10.$: quare quilibet rectarum *gz.* *zd.* est $5.$, cum ambe sibi inuicem inuente sint equales. Iterum sine base reiteretur figura trigoni supradicti, dico quod proportio *gd.* ad *dz.* componitur ex duabus proportionibus linearum *ga.* ad *ae.*, et *be.* ad *zb.*; quod sic probatur. In puncto quidem *ae.* protraham lineam *zi.* equidistantem linee *ga.*; et erit trigonum *dzi.* simile trigono *dga.*; quare proportionaliter est sicut *gd.* ad *dz.*, ita *ga.* ad *zi.*: et eiciatur *ae.* inter *ga.* et *zi.*; et erit proportio *ga.* ad *zi.* composita ex proportionem *ga.* ad *ae.*, et ex *ae.* ad *zi.* Sed proportio *ea.* ad *zi.* est sicut proportio *eb.* ad *bz.*, cum simile sit trigonum *bzi.* trigono *bea.*; ergo proportio *ga.* ad *zi.*, hoc est proportio *gd.* ad *dz.*, componitur ex proportionem *ga.* ad *ae.*, et ex proportionem *eb.* ad *bz.*; quod oportebat ostendere. Ex hoc ergo manifestum est, quod quando proportio duarum quantitatum componatur ex proportionem tertie quantitatis ad quartam, et ex proportionem quinte quantitatis ad sextam; tunc proportio tertie quantitatis ad quartam erit composita ex proportionem prime quantitatis ad secundam, et sexte ad quintam: fuit enim proportio prime quantitatis *ag.* ad secundam *ae.* composita ex duabus proportionibus, scilicet ex ea quam habet tertia quantitas *gd.* ad quartam *zd.*, et ex proportionem quinte *bz.* ad sextam *be.*: modo inuenimus, proportionem tertie quantitatis *gd.* ad quartam *zd.* compositam esse ex proportionem prime quantitatis *ga.* ad secundam *ae.*, et ex proportionem sexte quantitatis *be.* ad quintam *bz.* Ostendamus rursus in eadem figura, quod proportio *gd.* ad *dz.* componitur ex proportionem *ga.* ad *zb.*, et ex proportionem quam habet *be.* ad *ae.*; quod sic probatur: est enim sicut *gd.* ad *dz.*, ita *ga.* ad *zi.*: adiaceat quidem recta *zb.* inter *ea.* et *zi.*; et erit proportio *ga.* ad *zi.* composita ex *ga.* ad *zb.*, et ex *zb.* ad *zi.*: si proportio *bz.* ad *zi.* est sicut proportio *be.* ad *ea.*; ergo proportio *ga.* ad *zi.*, scilicet proportio *gd.* ad *dz.* componitur ex proportionem *ga.* ad *bz.*, et ex proportionem *be.* ad *ea.*, ut prediximus: et sic in hac figura ostensa est alia combinatio proportionum. Sunt enim decem et octo combinationes proportionum, que ostendi possunt in hac figura cata, et quas etiam in libro meo in regula *haracti* demonstraui. Sed quia ex his colligitur tantum notitiam habendi notitiam alicuius ignote quantitatis per notitiam quinque quantitatum notarum; ex quibus sex quantitibus proportio unius ad aliam componatur ex duabus proportionibus reliquarum quatuor quantitatum, non curo reliquis combinationes osten-

* *ga.* ad secundam ... hoc figura *
(fol. 22 verso, lin. 26-34; pag.
54, lin. 39-39).



fol. 28 recto.

dere. Sed qualiter ad notitiam quantitatis ignote per quinque quantitates notas venire debeamus, ex ordine cum superscriptis numeris demonstrare curavi. Sit itaque proportio prime quantitatis *a.* ad secundam *b.* composita ex proportionibus tertie quantitatis *g.* ad quartam *d.*, et ex proportione quinte quantitatis *e.* ad sextam *z.*; et sit ignota quantitas *a.*: et quia proportio *a.* ad *b.* provenit ex proportione multiplicati antecedentium duarum reliquarum proportionum ad multiplicatum duarum consequentium earundem, erit multiplicatio multiplicati ipsarum antecedentium in quantitate *b.* equalis multiplicationi ipsarum consequentium in quantitate *a.* Quare si multiplicaverimus multiplicationem ex *e.* in *g.*, que sunt quantitates antecedentes, per quantitate *b.*; et diuiderimus summam per factum ex multiplicatione *d.* in *z.*, que sunt consequentes, provenit utique quantitas *a.* nota. Verbi gratia: sit *a.* 16., et *b.* sit 12., et *g.* sit 10., et *d.* sit 5., et *e.* sit 6., et *z.* sit 9.; et multiplicetur 6. per 10., scilicet 60. in *g.*, venient 60.; quibus ductis in 12., scilicet in 12., provenient 720. Similiter si multiplicaverimus 9. per 5.; quod totum per 16., provenient 720. ergo cum equalis sit multiplicatio ex *e.* in *g.* ducta *b.* multiplicationi *z.* in *d.* ducta in *a.*; si multiplicationem ex *z.* in *d.* diuiderimus factum ex multiplicatione ex *e.* in *g.* ducta in *b.*, scilicet 720. per 45., provenient utique 16. pro quantitate *a.* Sed si quantitas *b.* ignota; et relique quinque quantitates sint note; diuiderimus 720., que proveniunt ex 9. multiplicatis in 5.; quod totum in 16. per 60., que proveniunt ex 6. multiplicatis in 10., provenient 12. pro quantitate *b.* Sed sit ignota quantitas 9.; diuidemus iterum 720., que proveniunt ex *a.* in *d.* et in *z.* per factum ex *b.* in *e.*, scilicet per 72., provenient 10. pro quantitate *g.* Sed sit ignota tantum quantitas *d.*; diuidemus iterum 720., que proveniunt ex *e.* ducta in *g.*; quod totum in *b.* per factum ex *a.* in *z.*, scilicet 144., provenient 5. pro quantitate *d.*

Rursus sit tantum ignota quantitas *e.*; diuidemus iterum 720. que proveniunt ex *z.* in *d.* et in *a.* per factum ex quantitatibus *bg.*, scilicet per 120., provenient *b.* pro quantitate *e.* Ad ultimum sit ignota quantitas *z.*; et relique quantitates sint note; diuidetur iterum 720., que proveniunt ex *e.* in *g.* ducta in *b.* per factum ex *a.* in *d.*, scilicet per 80., provenient 9. pro quantitate *z.* Et notandum, quod quantitates *adz.* uocantur societates prime. Relique uero tres quantitates, scilicet *bge.*, uocantur societates secunde. Componitur quidem proportio unius cuiuscumque quantitatis prime societatis ad unamquamque secunde ex duabus | proportionibus reliquarum quatuor quantitarum, secundum unam combinationem, uidelicet proportio quantitatis *a.*, que est ex societate quantitatis prime ad quantitate *b.*, que est ex societate secunde componitur ex duabus proportionibus reliquarum quatuor quantitarum, scilicet ex proportionibus *b.* ad *d.*, et ex ea quam habet *e.* ad *z.*, secundum quod demonstratum est: uel componitur proportio *a.* ad *b.* ex proportione quam habet *g.* ad *z.*, et *e.* ad *d.* Item componitur proportio quantitatis *a.* ad quantitate *z.* ex proportionibus *b.* ad *d.*, et *e.* ad *z.* Vel ex proportione quam habet *b.* ad *z.* et *e.* ad *d.* Componitur etiam proportio quantitatis *a.* ad quantitate *e.* ex proportionibus *b.* ad *z.* et *g.* ad *d.*, uel ex proportionibus *b.* ad *d.* et *g.* ad *z.* Simili quoque modo componitur proportio quantitatum *dz.*, que sunt ex societate prime ad tres quantitates reliquas ex proportionibus quatuor reliquarum quantitarum; et sic sunt nouem

* ad quartam *d.* ... sit *z.*, et *e.* *
(fol. 23 recto, lin. 8-15; pag. 55,
lin. 4-12).

prima. tertia. quinta		
16.	10.	6
a	g	e
secta quarta sexta		
12.	5.	9
b	d	z

fol. 23 verso.

proportiones composite ex tribus quantitibus societatis primæ ad tres quantitates societatis secundæ: eodemque modo egredientur alie nouem compositiones proportionis ex quantitibus societatis secundæ ad tres societates quantitatis primæ; et quelibet ipsarum compositionum proveniet combinata; et sic erunt inter omnes decem et octo combinationes proportionum in ipsis sex quantitibus: et quannis mutantur proportiones, tantum non uocantur societates predictæ: quare multiplicatum unius cuiusque societatis erit 720, ut superius inuenimus; et est illud quod procedit ex antecedente composite proportionis in consequentes compositionum. Non enim aliqua ex sex quantitibus predictis proportionem compositam habere poterit ad aliquam ex sua societate ex proportionem reliquarum quatuor quantitatum, uidelicet proportio quantitatis .a. ad quantitatem .d., uel ad quantitatem .z. componi non potest ex proportionibus reliquarum quatuor quantitatum; nec etiam proportio quantitatis .d. ad quantitatem .z.; uel ad quantitatem .z. componitur; neque proportio quantitatis .z. ad quantitatem .d. componi poterunt ex reliquis quatuor quantitibus.

Similiter non componetur proportio quantitatum .b.g.e. inter se, cum sint unius societatis; et sic erunt duodecim proportiones in his sex quantitibus, que non componuntur ex duabus proportionibus reliquarum quatuor quantitatum. His itaque explicatis, ueniamus ad mentionem quadrilaterorum camporum.

*Incipit pars secunda tertie distinctionis
de mensuratione quadrilaterorum.*

fol. 34 recto.

AREÆ quidem camporum quadrilaterorum rectos angulos habentium colliguntur, secundum quod superius in alia distinctione docuimus. Qui cum habent latera equalia, multiplicatur unum ex lateribus in se; et cum habent latera inequalia, multiplicantur | longitudines ipsorum per latitudines; et sic habemus embadum ipsorum. Reliqua uero quadrilatera in quatuor differentias diuiduntur; in prima quarum sunt rumbi, in secunda rumboides, in tertiâ capita abscissa, que duo tantum latera habent equidistantia; in quarta sunt diuersilatera, quorum nullum laterum reliquis equidistat; quorum omnium mensurationes aperte in suo loco monstrabuntur. Sed antequam ad dimensiones ipsorum quadrilaterorum ueniamus, quedam super prescriptis quadrilateribus, que ad notitiam huius artis animum introducunt, proposui demonstrare. Que pertinent ad solutionem sex regularum, que ueniunt ex tribus essentijs, que sunt in numeris. Sunt enim numeri et fractiones eorum, aut radices quadratorum, aut quadrati, aut numeri simplices. Quando numeri in se multiplicantur radices dicuntur facti ex multiplicatione quadrati, seu census appellantur. Cum autem numeri non habent respectum ad radices uel ad quadratos numeros, tunc simpliciter numeri uocantur. Quare secundum hanc distinctionem omnis numerus est quandoque radix, uel quadratus, uel simplex. Nam ex his tribus essentijs tres regule simplices, totidemque composite proveniunt. Simples enim sunt quando in questionibus arithmeticis uel geometricis inueniuntur, radices equari quadratis, uel numero quadrati, uel partes unius quadrati equari radicibus, uel numero. Vel cum numerus equatur radicibus, uel quadratis et econuerso. Compositæ quidem sunt quando inueniuntur, radices equari quadratis et numero, uel quadrati radicibus et numero, aut numerus radicibus et censibus. Quadratum autem quod radicibus equatur est ac si dicas. Quadratum equatur quatuor radicibus; radix ergo

quadrati est .4.; et quadratum est .16., hoc est latus superficiei quadrate et equilaterae et equiangule est .4.; et eius embadum est .16. Nam quot unitates sunt in unoquoque laterum ipsius, tot radices in eius embado continentur, ut in hoc quadrilatero *abcd*. ostenditur, quod habet in unoquoque laterum perticas .4. Quare embadum eius equatur quatuor radicibus, quarum una est quadrilaterum *ac*.; secunda *zt*.; tertia *ik*.; quarta quadrilaterum *lk.cd*.: et si latus quadrati fuerit .5., equaliter radicibus; et erit quadratum .25. Et cum dicitur: quatuor quadrati equantur .24. radicibus, tunc unum quadratum equatur sex radicibus; et unaquæque radix est .6., et quadratus est .36.: et cum dicitur: medietas quadrati, siue census equatur quatuor radicibus, tunc census equabitur .8. radicibus; et erit census .64., et radix eius erit .8. Item quinta pars quadrati equatur tribus radicibus; ergo quadratum, scilicet embadum eius, equatur .15. radicibus. Quare embadum est .225., et latus quadrati est .15. Similiter quoque quod fuerit maius quadrato |



* quadrato x (fol. 34 recte, lin. ult. margine inferiore interno ad exteriorem pag. 57, lin. 42).

aut minus, ad unum reducendum est quadratum. Et eodem modo fit quando radices equantur censibus, inueniende sunt radices, quæ equantur uni censui. Item quando dicitur: quadratum equatur numero, ut dicamus perticis .36.; tunc embadum est .36., et eius latus est .6.: et cum quinque quadrata equantur .125., tunc quadratum est .25., et eius radix est .5.: uel cum quarta pars quadrati equetur secundum arithmetricam dragmis .16.; tunc census, scilicet quadratum, erit .64., et eius radix est .8.

Similiter omnis census augmentatus et diminutus ad unum reducendus est census. Et eodem modo fit quando numerus equatur censibus. Radices uero quæ numeris equantur, est sicut si dicas: radix equatur quatuor; ergo radix est .4.; et census qui est ex ea est .16.: et sicut si dicas: sex radices equantur .30.; una igitur radix equatur .5.: et similiter si dicas: medietas radicis equatur .9.; ergo radix est .18.; et census qui est ex ea est .324. Radices siquidem, quæ equantur quadratis et numero sunt ac si dicas: .36. radices equantur tribus censibus et .109. dragmis; hoc .12. radices equantur uni censui, et dragmis .35.: et si dicas: .8. radices equantur dimidio censui, et dragmis .12.; hoc radices .16. equantur uni censui et .24. dragmis. Quadrata autem quæ equantur radicibus et numero sunt ac si dicas: tria quadrata equantur .12. radicibus et dragmis .36.; hoc unus census equatur .4. radicibus et .12. dragmis; et si dicas: quarta census equatur duabus radicibus et .12. dragmis; hoc est quadratus equatur octo radicibus et dragmis .48. Numerus quoque qui equatur quadratis et radicibus est ac si dicas: .78. dragme equantur duobus quadratis et .10. radicibus; hoc est unum quadratum et .5. radices equantur 39. Et si dicas: .32 equantur dimidio quadrati et sex radicibus; hoc est unum

fol. 34 verso.

quadratum, et duodecim radices equantur .64. dragmis: et sic semper debemus questiones redigere ad unum censum; et secundum illud quod proportionaliter ceciderit reductio plurium quadratorum, uel partes unius quadrati ad unum quadratum in eadem proportionem reducende sunt radices et numeri, qui cum quadratis, uel contra eos proponuntur, ut ueniamus ad notitiam quadratorum et radicum eorum, ut in sequentibus ostendemus. Si ix quadrato quidem $abgd.$, quod in singulis lateribus habet perticas .10., dyametrum eius $ag.$, uel $bd.$ habere desideras, ipsius embadum, scilicet .100., duplica, erunt .200.; quorum radicem accipe, et habebis longitudinem unius dyametrorum. Verbi gratia: quoniam rectus est angulus, qui sub $abg.$ orthogonium est, trigonum $abg.$; quare multiplicatio lateris $ag.$ in se, quod recto sub tenditur angulo, equatur duobus quadratis linearum $ab.$ et $bg.$ Sed quadratum lateris $bg.$ est embadum tetragoni $abgd.$; et quadratum lateris $ab.$ equatur quadrato lateris $bg.$; quare duo quadrata linearum $ab.$ et $bg.$ dupla sunt quadrato |

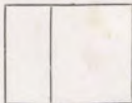
* quadrato lateris a (fol. 24 verso, lin. ultima, margine inferiore interno ad externo; pag. 58, lin. 12-13).



fol. 25 recto.

lateris $bg.$ Sed quadratum dyametri $ag.$ equum est quadratis linearum $ab.$ et $bg.$; ergo quadratum dyametri $ag.$ duplum est quadrati lateris $bg.$; sed quadratum lateris $bg.$ est area tetragoni $abgd.$; ergo quadratum lateris $ag.$ duplum est embado tetragoni $abgd.$; quod oportebat ostendere.

* dyametro $bd.$ sunt recte * (fol. 25 recto, lin. 7-11; pag. 58, lin. 20-25).



Et est id in quo census equatur numero, scilicet embadum equatur 100. Quare duplum embadi, scilicet quadratum dyametri, erit 200. Dico iterum, dyametrum $ag.$ equum esse dyametro $bd.$; quoniam recta $bg.$ equa est recte $ad.$ Si comuniter accipiat recta $ad.$, erunt due recte $ab.$ et $bg.$ equales duabus rectis $ba.$ et $ad.$; et angulus $abg.$ equalis est angulo $bad.$; quare dyametrum $ag.$ equum est dyametro $bd.$ Dico iterum quod dyametri $ag.$ et $bd.$ se se inuicem secant per equalia super punctum $e.$ Quoniam sibi inuicem equales sunt recte $ad.$ et $bg.$; et in eorum terminis copulate sunt recte $ab.$ et $gd.$, que sibi inuicem equantur; erunt siquidem equidistantes recte $ad.$ et $bg.$; et quoniam in eis recte incident $bd.$ et $ag.$, equatur quidem angulus $adb.$ angulo $dbg.$; et angulus $dag.$ angulo $agb.$; reliquus $aed.$ reliquo $beg.$ est equalis. Quare trigonum $aed.$ trigono $beg.$ equatur; et recta $be.$ recte $ed.$ est equalis. Similiter et recta $ge.$ recte $ae.$ est equalis; ergo per equalia sese secant dyametri $ag.$ et $bd.$; que oportebat ostendere. Nam si dyameter tetragoni dati fuerit radix ducentorum; et ignoraueris embadum, nec non et eius latus, accipe dimidium de .200., erunt .100., que habeas pro embado; et earum radicem, scilicet .10., habebis pro

latere; hoc est duo quadrati equantur .200.; quare unum quadratum, scilicet embadum tetragonj, erit .100. Et si quadratum dyametri cum embado tetragonj fiant .300.; ergo tres quadrati equantur .300.; quare tertia pars eorum, scilicet .100., erit embadum. Relique quidem .cc. habebantur pro quadrato dyametri; et radix embadi erit latus tetragoni. Et si embadum et quatuor eius latera faciunt .cxl.; et uis separare latera ab embado. Adiaceat tetragonum .ezit., et addatur ei superficies .ae. rectangula; et sit .ai. indirecto recte .it., et .be. indirecto .ez.; et sit unaqueque rectarum .be. et .ai. 4. propter numerum laterum tetragonj; quare superficies .ae. equatur quatuor lateribus tetragonj .et., cum latus ipsius .ei. sit unum ex lateribus superficiei .ae.; et superficies quidem .et. continet embadum tetragonj .zt., nec non et quatuor eius latera; ergo superficies .za. est .140.; et hoc est illud quod diximus, uidelicet census cum quatuor radicibus equantur .140.; et est census tetragonum .et., quatuor eius radices sunt superficies .ae. Diuidatur quidem recta .ai. in duo equa super punctum .g.; et quoniam linea .ti. addita est lineae .ai., erit superficies rectangula .it. in .at. cum quadrato lineae .gi. equa tetragono lineae .gt. Sed superficies .it. in .at. est sicut superficies .zt. in .at., cum .it. equa sit ex .tz. Ergo superficies .zt. in .at. cum quadrato lineae .gi. equatur quadrato lineae .gt. Sed .zt. in .at. est superficies .za., que est .140.; quibus addito quadrato lineae .gi., scilicet .4., reddunt .144. pro quadrato lineae .gt.; quare .gt. est .12., scilicet radix de .144. Quare si ex .gt. relinquantur .gi., scilicet .2., remanebit .it. 10., quod est latus tetragoni .et.; cui embado, scilicet .100., si addatur quatuor eius latera, que sunt .40., erunt .140., ut oportet. Et sic fiat in omnibus questionibus, in quibus numerus equatur uni quadrato et radicibus, uidelicet super ipsum numerum addatur quadratum medietatis radicum, et summe radix inueniatur; ex qua tollatur medietas positatum radicum, remanebit radix quesiti census; que in se multiplicata faciet censum. Verbi gratia: dragma .133. equantur uni censui et duodecim radicibus. Quare si quadratum medietatis radicum, scilicet .36., addiderimus super .133., facient .169.; de quorum radice, scilicet de .13. extractis 6., scilicet medietas radicum, remanebunt .7. pro radice quesiti census; et census erit .40.

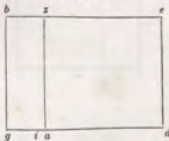
Item est tetragonum, ex cuius embado si tollantur quatuor eius latera, remanent .77. Adiaceat tetragonum .bd., et sumatur punctum .a. in .gd. rectam; et sit .ga. 4. peritricum; et per punctum .a. producatur recta .az. equidistans ubilibet rectarum .gb. et .de.; et quoniam .ga. est 4. superficies .ba.; quatuor latera, scilicet 4. radices ex tetragono .bd. continere necesse est. Quare si de tetragono .bd. extrahatur quadrilaterum .ba., scilicet quatuor eius latera, remanebit superficies .zd. 77. Et quoniam due superficies .ba. et .zd. equantur tetragono .bd.; ergo census equatur radicibus et numero, hoc est quadratus .bd. equatur 4. suis radicibus et 77. Diuidaturque .ga. in duo equa. Et quoniam recta .ga. diuisa est in duo equa super punctum .i., et ei adiuncta est in directo recta .ad., erit multiplicatio .ad. in .gd. cum quadrato lineae .ai. equalis quadrato lineae .di. Sed multiplicatio .ad. in .dg. sicut multiplicatio .da. in .de.; cum .de. equa sit lineae .dg. Sed .da. in .de. est superficies .zd., que est .77.; ergo .da. in .de. facit .77.: quibus si addatur quadratum lineae .ai., quod est .4., erunt .81. pro quadrato lineae .di., cuius radix, scilicet .9., est linea .di.: cui si addatur linea .ig., habebitur .11. pro latere .dg. Quare embadum quadrati .bd. est undecies undecim, sci-

* tetragonj .zt. superficies .zt. *
(fol. 33 recta, lin. 20-25; pag. 59, lin. 10-15).



fol. 35 verso.

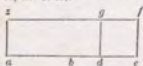
* .77. Et quoniam due est superficies .zd. * (fol. 35 verso, lin. 20-25; pag. 59, lin. 34-40).



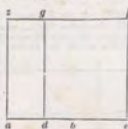
licet .121.; et quatuor eius latera, scilicet superficies *ba.*, est *ba.* est .44., remanet superficies *ad.* 7., ut oportebat. Et sic faciendum est in omnibus questionibus, in quibus quadratum equatur radicibus et numero; uidelicet super numerum addatur quadratum medietatis radicum; et de summa collecta accipiat radix, eique addatur medietas radicum; et sic habebitur radix quadrati, que in se multiplicata faciet quesitum quadratum: ut si proponatur quod census equatur decem radicibus et .39. dragmis, addatur quadratum quinque radicum, scilicet .25. super .39., erunt .64.; super quorum radice, scilicet super .8., addatur medietas radicum, scilicet .5., et habebis .13. pro radice census; et census erit .169.; et eius decem radices sunt .150., que procreantur ex multiplicatione de .10 in 15. Item est tetragonum, cuius embadum si tollatur ex summa quatuor laterum ipsius, scilicet ex quatuor suis radicibus, remanebunt pertice .3. Adiaceat tetragonum *ge.* habens in singulis lateribus minus de perticis .4.; et adiaceat *de.* linea *da.*; et sit tota *ae.* 4; et diuidatur *ae.* in duo equa super punctum *b.*; et protrahatur recta *az.* equidistans et equalis *dg.*; et protrahatur *fg.* in punctum *z.*; et quoniam recta *ae.* est 4, et *ef.* est latus tetragoni *ge.*; erit itaque *fe.* in *ea.*, scilicet superficies *ze.*, equalis quatuor radicibus, scilicet lateribus tetragoni *ge.*: ex quibus si tollatur tetragonum *ge.*, remanet superficies *ga.* 3. perticarum. Sed tetragonum *ge.*, et superficies *ga.* equantur superficiei *ze.*; ergo quatuor radices equantur censui, et perticis tribus: oportet itaque ut inueniamus censum et eius radicem. Quoniam linea *ae.*, que est 4., diuisa est in duo equalia super punctum *b.*, et in duo inequalia super punctum *d.*, erit multiplicatio *ed.* in *da.* cum quadrato linee *bd.* equalis quadrato linee *be.*, quod describitur a medietate linee *ae.* Sed ex multiplicatione *ed.* in *da.* oritur superficies *ga.*, que est 3.; cum *dg.* equalis sit *de.*; ergo superficies *gd.* in *da.* cum quadrato linee *bd.* equatur quadrato linee *be.*, qui est 4.; ergo quadratum *bd.* est .4.; cuius radix, scilicet .2., si tollatur ex linea *be.*, remanebit de .4., que est latus tetragoni *ge.*; cuius embadum, scilicet quesitus census, erit similiter .1. Et si medietas linee *ag.* fuerit inter *de.* super punctum *b.*, ut hac alia cernitur figura; adde super *eb.*, scilicet super .2., lineam *bd.*, et erit tota *de.* 3., que est radix quadrati *ge.* quesiti; et quadratum erit .9.; et superficies *ga.* erit similiter 3., ut prediximus. Et sic fiat semper in omnibus questionibus, in quibus radices equantur quadrato et numero. Videlicet ex quadrato medietatis radicum tollatur numerus, et residuo inueniatur radix, que tollatur ex medietate dicta, uel addatur super eam, et habebis radicem quesiti quadrati. Vt in hac in qua proponitur, duodecim radices equari uni quadrato et .27. dragmis: medietas itaque radicum est .6., quorum quadratus est .36.; de quibus extractis .27., remaneant .9.; quorum radix, scilicet .3., si extrahatur ex medietate radicum, remanebunt .3. pro radice quesita; et census erit .9.: uel si .3. addantur super .6., habebis pro radice quesita .9.; et quadratum erit 81: et sic semper, cum radices equantur censui et numero, soluantur questiones dupliciter. Vnde in quibusdam questionibus quandoque cadet una solutio, quandoque alia. Item quadratum dyametri et embadum, nec non et quatuor dati tetragoni latera equantur perticis 279; et queritur quantitas lateris tetragoni. Quoniam quadratus dyametri est duplum tetragoni; ergo quadratus dyametri cum tetragono tripla erunt tetragoni; et tria quadrata et quatuor radices equantur 297. Quare ut reducas hec ad censum unum, accipe tertiam

fol. 35 recto.

equalis quatuor equantur censui (fol. 35 recto, lin. 9-11; pag. 60, lin. 16-18).



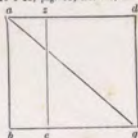
radicum, tollitur 3. pro 27 dice quesita * (fol. 35 recto, lin. 25-30; pag. 60, lin. 31-36).



fol. 35 verso.

ex omnibus predictis, et inuenies, censum et radicem $\frac{1}{2}$ 1 equari perticis 93. Accipe ergo medietatem radicem, scilicet $\frac{2}{3}$, et multiplica eas in se, erunt $\frac{4}{9}$; que adde cum 93, erunt $\frac{1}{9}$ 93; de quorum radice tolle $\frac{2}{3}$, scilicet medietatem radicem, remanent 9 pro latere tetragoni; ergo embadum est 82, et quadratus dyametri est 162. Rursus quatuor tetragoni latera equantur $\frac{2}{3}$ totius tetragoni. Adiaceat tetragonum *abgd*; et in *bg*, et *ad*, rectis accipiantur puncta *ez*; et sit unaqueque rectarum *be*, et *az*, perticarum 4; et copulentur recte *ez*, eruntque paralilogramina *ae*, et *zg*, sub equidistantibus *ad*, et *bg*; quare erit sicut paralilogramum *ae*, est ad paralilogramum *zg*, ita basis *be*, est ad basem *eg*. Sed paralilogramum *ae*, equatur quatuor radicibus tetragoni *ag*; ergo paralilogramum *ae*, est $\frac{2}{3}$, ex tetragono *ag*; remanet itaque paralilogramum *zg*, $\frac{1}{3}$, ex tetragono *ag*; ergo superficies *ae*, ad superficiem *ze*, est sicut 2 ad 7. Quare est sicut 2 ad 7, ita *be*, scilicet 4, est ad *eg*. Quare multiplica 4 per 7, et diuide per 2, exhibunt 14. pro linea *eg*; uel aliter quoniam dupla sunt 4 ex 2, ita dupla est recta *eg*, ex 7; ergo *eg*, est 14; quibus additis 4, scilicet *eb*, habebis pro *bg*, 18, scilicet pro latere tetragoni *ag*; quod oportebat ostendere. Vel aliter secundum computationem algebre, quoniam superficies *ae*, equatur quatuor radicibus, uel $\frac{2}{3}$, tetragoni *ag*; ergo quatuor radices equantur $\frac{2}{3}$, census. Vnde ut reintegretur census, multiplica 9 per 4, et diuide per 2; uel medietatem de 9, multiplica per 4. Quia quotiens due none sunt in 9, nonis, scilicet in censu, totiens 4, erit in radice tetragoni *ag*. Quare quadratum *ag*, equatur 18, radicibus, ut prediximus; et continentur in eius embado pertice 324. Rursus 4, latera et $\frac{2}{3}$, embadi tetragoni equantur $\frac{1}{3}$ 77. Quare redige $\frac{1}{3}$, census ad census unum, et habebis quod census et radices $\frac{2}{3}$ 10, equantur $\frac{2}{3}$ 206; et hoc inueniemus multiplicando radices 4, et $\frac{1}{3}$ 77, per 8, et diuidendo utramque multiplicationem per 3. Dimidia itaque radices, erunt $\frac{1}{3}$ 5; que adde super 40, erunt $\frac{1}{3}$ 42; super quorum radicem, scilicet super $\frac{1}{3}$ 6, adde medietatem radicem, erunt 8, que sunt latus tetragoni. Item diuisi aream quadrati per dyametrum eius, et prouenit 10, quanta est dyameter et latus eius. Quoniam ex diuisione embadi per dyametrum proueniunt 10; ergo ex multiplicatione dyametri in 10, prouenit embadum. Quare ex multiplicatione dyametri in duplo de 10, prouenient duplum embadi. Sed duplum embadi equatur quadrato dyametri; ergo ex multiplicatione dyametri in 20, prouenit quadratum dyametri. Sed ex multiplicatione dyametri in se prouenit idem quadratum. Quare dyameter est 20, et eius quadratum 400; et embadum est dimidium eius, scilicet 200; latus quoque est radix de 200, que est parum minus de $\frac{1}{2}$ 14. Item demptis quatuor lateribus ex area remaneant 4; quantum est ergo eius latus. Adiaceat tetragonum *abgd*; et sumantur puncta *ez*; et sit unaqueque rectarum *az*, et *de*, 4; et copuletur *ze*.

ergo medietatem ... ad paralilogramum * (fol. 36 verso, lin. 4-10 et 11; pag. 61, lin. 2-8).

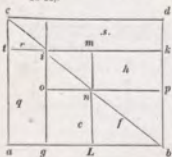


fol. 37 recto.

* *ars. et ad. 4. ... si addatur **
 (fol. 37 recto, lin. 13-15; pag. 61,
 lin. 42 — pag. 62, lin. 1-7).

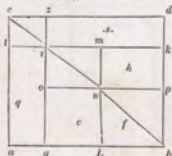


* *tetragon. gk. punctum om. **
 (fol. 37 recto, lin. 31-35 e marginis inferiore exteriori; pag. 62, lin. 18-22).



fol. 37 verso.

* *superficies .gn. ai. i. ergo **
 (fol. 37 verso, lin. 11-15; pag. 62,
 lin. 31-35).



Erit itaque superficies *.dz.* equalis quatuor lateribus tetragoni *.db.*, remanet itaque superficies *.eb.* 4.; ergo quatuor radices et 4. equantur tetragono *.db.*: diuidatur itaque recta *.az.* in duo equalia super 1.; eritque multiplicatio *.zb.* in *.ab.* cum quadrato linee *.iz.* sicut tetragonum linee *.ib.* Sed *.zb.* in *.ab.* est sicut *.zb.* in *.ze.* Sed *.zb.* in *.ze.* facit superficiem *.eb.*, scilicet 4.; ergo ex *.zb.* in *.ab.* proueniunt 4.; quibus addito trigono linee *.iz.*, erunt 8. pro quadrato linee *.ib.*; ergo recta *.ib.* est radix de 8.: cui si addatur recta *.ia.*, scilicet 2., habebimus 2. et radicem de 8. pro tota linea *.ab.*, que est latus tetragoni *.db.*

Ex si dyametri quadrati supra unumquodque latus eiusdem quadrilateri addatur 6.; quantum erit latus eius. Multiplica itaque 6. in se, erunt 36.; que duplica, erunt 72.; supra radicem quorum adde 6., et habebis latus; ergo latus est 6. et radix septuaginta duorum. Verbi gratia. Adiaceat quedam recta *.ab.*, et sit equalis diametro dati quadrilateri; et latus eius sit *.bg.*, remanet *.ga.* 6., in quibus dyameter superhabundat latus; et constituatur super rectam *.ab.* tetragonum *.ad.*; et protrahatur in ipso dyameter *.eb.*; et per punctum *.g.*; protrahatur recta *.gz.* equidistans rectis *.ae.* et *.bd.*; et per punctum *.i.* protrahatur recta *.tk.* equidistans rectis *.ad.* et *.ab.*: deinde summatur in *.bg.* recta punctus *.l.*; et sit *.gl.* equalis *.ga.*; et compleatur figura eadem in tetragono *.gk.*: et quoniam tetragonum est quadrilaterum *.ad.*, tetragona sunt ea que sunt circa dyametrum ipsius, scilicet *.tz.* et *.gk.*: est enim latus tetragoni *.tz.* recta *.ti.*, que est equalis recte *.ag.*; ergo *.ti.* est 6; et tetragonum *.tz.* est 36. Item tetragona sunt quadrilatera *.om.* et *.lp.*; sunt enim circa dyametrum tetragoni *.gk.*; et est tetragonum *.om.* equalis tetragono *.tz.* propter rectam *.on.*, que est equalis recte *.gl.*, et *.gl.* recte *.ga.*, et *.ga.* recte *.ti.* ostensa est equalis. Et quoniam recta *.bg.* est latus tetragoni, cuius *.ba.* est dyameter; quod a recta *.ba.* describitur tetragonum duplum est eius, quod describitur a recta *.bg.*; ergo tetragonum *.ad.* duplum est tetragoni *.gk.* Quare gnomon *.qrs.* equatur tetragono *.gk.*: auferatur itaque ex gnomone *.qrs.* tetragonum *.tz.*; et ex tetragono *.gk.* tetragonum *.om.*, que sunt equalia, remanent supplementa *.ai.* et *.id.* equalia gnomoni *.cfh.* Sed supplementum *.ai.* equalis est superficiei *.il.*; habet enim unum latus commune, quod est *.ig.*; et recta quidem *.lg.* recte *.ga.* est equalis. Similiter et supplementum *.id.* equalis est superficiei *.ip.*; ergo due superficies *.il.* et *.ip.* equalis sunt gnomoni *.cfh.* Quare si comuniter auferatur superficies *.gn.* et *.nk.*, remanebit duplum tetragoni *.om.* equalis tetragono *.lp.* Sed tetragonum *.om.* est 36. Quare tetragonum *.lp.* est 72; cuius latus, scilicet *.bl.*, est radix septuaginta duorum: cui si addatur *.lg.*, que est 6., habebimus pro tota 6. et radicem septuaginta duorum, ut oportebat ostendere. Cui si addatur *.ga.*, erit tota *.ag.*, scilicet dyameter dati quadrilateri 12. et radix septuaginta duorum. Vel aliter quoniam recta *.ag.* est 6.; et *.gi.* est latus tetragoni, cuius dyameter est equalis linee *.ab.*, erit propter hoc quadrilaterum *.ai.* equalis sex radicibus tetragoni *.gk.*; et est quadrilaterum *.id.* equalis quadrilatero *.ai.*; ergo quadrilaterum *.id.* est sex radices quadrati *.gk.*; et quadratum *.tz.* est 36.; quare totum gnomon *.qrs.* est 36. et 12. radices tetragoni *.gk.* Et est gnomon *.qrs.* equalis tetragono *.gk.*, ut ostensum est. Vnde si ponamus rectam *.bg.* rem, erit tetragonum *.gk.* census, qui equatur 12. suis radicibus et 36. dragma: operare ergo in hoc secundum quod dictum est quando census equatur radicibus et numero.

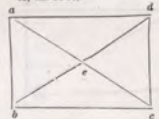
Rursus multiplicauit dyametrum per latus, et prouenit .100.; quanta est ergo dyameter et latus tetragonj. Quoniam multiplicato dyametro per latus proueniunt .100. Si multiplicauerimus quadratum dyametri per quadratum lateris, scilicet per aream tetragonj, prouenit quadratum de .100., scilicet decem milia. Quare si multiplicauerimus quadratum dyametri per duplum embadi, scilicet per quadratum dyametri, proueniet duplum eius, scilicet uiginti milia. Ergo dyameter est radix radicis uiginti milium. Quare embadum, cum sit medietas ex quadrato dyametri, erit radix quinque milium; quare latus erit radix radicis quinque milium. Item multiplicauit dyametrum per aream tetragonj, et prouenit .500.; quanta est ergo dyameter et latus eius. Quoniam multiplicatio dyametri per embadum facit .500.; erit itaque multiplicatio dyametri per duplum embadi, scilicet per quadratum dyametri, .1000.; ergo dyameter est radix cubica de .1000. Nam radix cubica de .1000 est 10.; | ergo dyameter est .10.; et quadratum eius est .100.; et area est dimidium eius, scilicet .50.; et latus est radix de .50.

Explicit de quadrilatero: incipit de parte altera longiori.

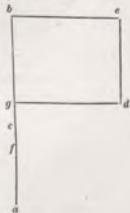
ADIACEAT quadrilaterum parte altera longius *abcd.*, habens in singulis lateribus breuioribus, que sunt *ab.* et *dc.*, perticas .6.: in longioribus quoque *ad.* et *bc.* perticas .8.; eiusque embadum colligitur ex multiplicatione lateris *ab.* in *bc.*; quare area ipsius est .48. Nam si eius dyametrum *ac.* habere desideras, adde quadrata linearum *ab.* et *bc.* in unum, scilicet .36 et 64., erunt .100.; quorum radix, scilicet .10., est dyameter *ac.* Item sit dyameter .10., et latus *cb.* sit .8.; quantum est ergo latus *ab.*: de quadrato linee *ac.* extrahe quadratum linee *bc.*, et remanebit quadratum linee *ab.*, et econuerso, ut in trigono orthogonio superius diximus. Simili quoque modo inueniemus dyametrum *bd.* esse .10. propter equalitatem trigonorum *abc.* et *bad.* Dico quidem quod ipsa dyametra sese per equalia secant super punctum *e.*; sunt enim equidistantes recte *ad.* et *bc.*; quare angulus *ade.* angulo *ebc.* est equalis: propter eadem ergo et angulus *dae.* angulo *ecb.* est equalis: reliquus *aed.* reliquo *bec.* est equalis: equiangularia enim sunt trigona *aed.* et *bec.*, et habent latera *ad.* et *bc.* sibi inuicem equalia; quare reliqua latera reliquis lateribus, que equalibus angulis subtenduntur, sibi inuicem equalia erunt; latus quoque *be.* lateri *ed.* Et latus *ce.* lateri *ea.* Et quoniam dyametrum *ao.* equale est dyametro *bd.*, et sunt secta per equalia super *i.* punctum. Quantum enim recte, que sunt *ia.* et *ib.* et *ic.* et *id.* sibi inuicem equales sunt: est enim unaqueque earum .8., scilicet dimidium sui dyametri; que oportebat ostendere. Nam si area fuerit .48.; et latus breue aggregatum fuerit cum longiore sint .14.; et uis scire quantum sit longius, uel breuius latus; medietatem itaque de .14., scilicet .7., in se multiplica, erunt .49.; de quibus tolle aream, remanet .1.; cuius radicem adde super .7., erunt .8. pro latere longiori; a quibus usque in .14. desunt .6. pro breuiore latere. Verbi gratia: adiaceat quadrilaterum *b.g.d.e.* parte altera longius; et sit *bg.* breuius latus, et *gd.* sit longius; et protrahatur recta *bg.* in puncto *a.*; et sit recta *ga.* equalis recte *gd.*; et diuidatur recta *ab.* in duo equa super punctum *c.*; erit ergo tota linea *ba.* 14.; quare *bc.*, uel *ac.* est .7.: et quoniam recta *ba.* diuisa est in duo equalia et totidem inaequalia super punctis *gc.*, erit *bg.* in *ga.* cum quadrato linee *gc.* equalis quadrato linee *ca.* Sed *bg.* in *ga.* est sicut *bg.* in *gd.*; et ex *bg.* in *gd.* prouenit area; ergo *bg.* in *ga.* est .48.: cui si addatur quadratum linee *ge.*,

fol. 38 recto.

* est equalis *ab.* et *dc.* et *
(*fol. 28 recto.* lin. 15-19; pag. 62, lin. 26-31).



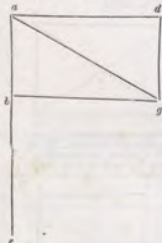
* longius; et protrahatur addat
super * (*fol. 38 recto.* lin. 26-35 e margine inferiore notatum;
pag. 63, lin. 38-42 — pag. 64, lin. 1-3).



fol. 28 verso.

faciet .49.: ergo quadratus linee .gc. est .1.; cuius radix, scilicet .1., est linea .gc. quadrata super .ac. erit tota .ag., scilicet .gd. 8., quod est maius latus; remanet ergo .gb. 6., ut prediximus. Item sit area 48 et latus longius addat super breuius secundum quantitatem duorum. Accipe medietatem ipsorum duorum, erit .1.; cuius quadratum adde super .48., erunt .49.; de quibus accipe radicem, que est .7., et adde super eam .1., quod fuit medietas duorum supradictorum, erunt .8., quod est latus longius; de quo tolle .2., in quo longius latus superhabundat breuius, remanent .6.; quod etiam possumus comprehendere in figura superscripta. Sit longius latus ut prediximus .gd., cui iacet equalis recta .ga.; et auferatur a recta .ga. recta .gf., que sit .2.; erit ergo recta .af. equalis recte .gb. Diuidatur itaque recta .gf. in duo equalia super punctum .c., erit recta .ac. equalis recte .cb.; ergo recta .ab. diuisa est in duo equalia super punctum .c., et in duo unequalia super punctum .g.; et est recta .gc. .1., que inter iacet sectionibus. Est ergo multiplicatio .ag. in .gb. cum quadrato linee .gc. equalis quadrato linee .ac. Sed .bg. in .ga. est .48.; et quadratum ex .cg. est .1.; ergo .bg. in .ga. cum quadrato linee .gc. est .49.; quorum radix, scilicet .7., est linea .ac.: cui si addatur .cg., que est .1., erit tota .ag. 8., quod est maius latus. Item si ex .cb., que est .7., cum sit equalis .ca., auferatur .cg., remanet .gb. 6., ut prediximus. Vel aliter: pone latus breuius radicem; eritque tunc latus longius radix et .2. Et quoniam ex multiplicatione breuioris lateris in longius provenit .48.; ergo ex multiplicatione radicis in radicem et in .2. proveniunt similiter 48. Nam ex multiplicatione radicis in radicem provenit census; et ex multiplicatione radicis in .2. proveniunt due radices; ergo census et due radices equantur .48.: fac ergo ut supra diximus in his in quibus census et radices equantur numero, et habebis optatum. Item dyameter sit .10., et embadum sit .48.; quantum est ergo unumquodque latus: super quadratum dyametri adde duplum embadi, erunt .196.; cuius radix, scilicet .14., est longitudo utriusque lateris. Verbi gratia: adiaceat quadrilaterum .abgd.; cuius dyameter .ag. sit .10.: protrahatur quidem recta .ab. in punctum .e.; et sit .be. equalis .bg. Et quoniam recta .ae. diuisa est ubilibet in duo super punctum .b., erunt duo quadrata portionum .ab. et .be. cum duplo .ab. in .be. equales quadrato totius linee .ae. Sed portio .be. equa est lateri .bg.; ergo quadrata linearum .ab. et .bg. cum duplo .ab. in .bg. equantur quadrato linee .ae. Sed quadrata laterum .ab. et .bg. faciunt quadratum dyametri .ag.; et duplum .ab. in .bg. facit duplum aree, scilicet .96.; quibus iunctis cum .100. faciunt .196. pro quadrato linee .ae.; ergo .ae. est radix ipsorum, scilicet .14., ut prediximus: post hec, ut separet .ab. ex .bc., scilicet ex .bg., procedas, ut superius dictum est ubi diximus, embadum erunt .48., et duo latera coniuncta .14. Rvassus dyameter sit .10., et duo latera coniuncta sint .14.; et uolo scire embadum, nec non et unumquodque latus: multiplica igitur .14. in se, erunt .196.; de quo tolle quadratum dyametri, scilicet .100., remanet .96.; quorum dimidium, scilicet .48., est embadum: post hec per supradicta studeas latera segregare. Que inueniuntur in supradicta figura hoc ordine: quadratum dyametri .ag. equatur duobus quadratis laterum .ab. et .bg., hoc est quadratis portionum .ab. et .be. Sed quadrata portionum .ab. et .be. cum duplo .ab. in .be. equantur quadrato linee .ae.; ergo quadratum dyametri .ag. cum duplo .ab. in .be. equatur quadrato linee .ae. Quare si auferatur quadratum dyametri, scilicet .100., ex quadrato linee .ae., scilicet de .196., re-

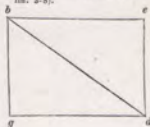
dyameter sit .10. ut prediximus • (fol. 28 verso, lin. 22-23; pag. 64, lin. 22-23).



fol. 29 recto.

manebunt .56. pro duplo .ab. in .be., hoc est pro duplo .ab. in .bg.: ergo .ab. in .bg. facit 48., scilicet dimidium de .56. Sed .ab. in .bg. facit embadum est .48., ut prediximus: cum quo predicto modo separabis latera; et erit breuius latus .6., longius uero .8. Iterum coniunxi dyametrum cum uno latere, et prouenerunt inde .16.; et aliud latus est .8. Quanta est ergo dyameter, et quantum est latus ei coniunctum. Multiplica .16. in se, erunt .256.; de quibus tolle quadratum dati lateris, scilicet .64., remanent .192.; que diuide per duplum de .16., exhibunt .6., que sunt latus coniunctum dyametro; quod latus tolle de .16., remanent .10. pro dyametro. Verbi gratia: adiaceat quadrilaterum .bg.d.e; et sit dyameter .bd. cum latere .bg. perticarum .16.; et latus .dg. sit .8.: pone itaque latus .bg. radicem, remanet dyameter .db. 16 minus radice; que multiplica in se, habebis .256. et unum quadratum minus radicibus .32. pro quadrato dyametri .bd. Sed quadrato dyametri .bd. equantur duo quadrata laterum .bg. et .gd.; ergo quadrata laterum .bg. et .gd. equantur 256. et uni quadrato lateris .bg., detractis inde radicibus .32.: restaura ergo ipsas radices et erunt quadrata linearum .bg. et .gd. cum radicibus .32. equales .256. et uni quadrato lateris .bg.: communiter auferatur quadratum lateris .bg., remanebit quadratum lateris .gd. cum radicibus .32. equale .256.: communiter auferatur quadratum linee .gd., scilicet .64., remanebunt radices 32. equales .192. Ecce raduximus (sic) hanc questionem ad unam ex sex regulis supradictis, ad eam uidelicet in qua radices equantur numero. Quare diuide .192. per .32. exhibunt .6. pro radice, hoc est pro latere .bg.; quibus extractis de .16., remanent .10. pro dyametro .bd., ut predixi. Et si dyameter addat .4. super latus breuius; et longius latus sit .8., quanta est ergo dyameter. Multiplica .8. in se, erunt .64.; quibus adde multiplicationem quaternarij in se, erunt .80.: et dupla ipsa .4., erunt .8.; in quibus diuide .80., erunt .10. pro quantitate dyametri; de quibus tolle .4., que dyameter addit super latus breuius, remanebunt .6. pro ipso latere. Producitur enim hec questio ad unam ex sex regulis supradictis hoc modo: primo quidem manifestum est | quod duo quadrata, breuioris uidelicet et longioris lateris equantur quadrato dyametri. Quare pone dyametrum radicem, quam in se multiplica, facit quadratum dyametri. Item pro latere breuiori pone radicem dyametri minus .4.; que multiplica in se, ueniet quadratum dyametri et .16. minus .8. radicibus dyametri pro quadrato lateris breuioris; cum quibus adde quadratum lateris longioris, habebis quadratum dyametri et 80. minus .8. radicibus dyametri, que equantur quadrato dyametri. Restaura ergo ipsas radices ab utraque parte, remanebit quadratum dyametri et .80., que equantur quadrato dyametri et .8. radicibus: tolle ergo ab utraque parte quadratum dyametri, remanent 80., que equantur .8. radicibus dyametri. Quare diuisis 80 per 8 uenient .10. pro dyametro, ut predixi. Et Si ex multiplicatione longioris lateris in area proueniet 384.; et breuius latus sit .6.; et uis scire quanta sit area. Quia ex multiplicatione breuioris lateris in longius prouenit area; et ex multiplicatione aree in latus longius prouenit .384.; ergo ex multiplicatione breuioris lateris in quadratum longioris idem prouenit. Quare si diuiserimus 384. per .6., scilicet per breuius latus, prouenient .64. pro quadrato longioris. Quorum radix, scilicet .8., est latus longius. Et Si proponatur, embadum esse .48.; et diuiso latere maiore per minus proueniat $\frac{1}{2}$ 1.; et uis scire unum quodque latus, pone breuius latus .3. propter $\frac{1}{2}$., quod denominatur ab ipso; et multiplica .3. per $\frac{1}{2}$ 1., erunt .4., quod pone pro maiori

* latus .6. pro dyametro. s (fol. 39 recto, lin. 12-16; pag. 65, lin. 2-8).



fol. 39 verso.

latere. Ergo in qua proportionem est .3. ad .4., in eadem est breuius latus ad maius: multiplica itaque .3. per 4., erunt .12.; in quibus diuide 48., uenient .4.; de quibus accipe radicem, que est .2.; et multiplica in eam posita .3. et 4., et habebis .6. pro breuiori latere, et .8. pro maiori. uel aliter: multiplica 3 per 48, et diuide per 4, exibunt .36.; quorum radix est breuius latus. Item multiplica .4. per 48, et diuide per .3., exibunt .64., quorum radix est latus longius. Et si latus minus diuidatur per maius, et prouenient $\frac{2}{3}$; pone pro maiori latere .4. propter $\frac{2}{3}$, que denominantur ab ipso; et accipe $\frac{2}{3}$. de .4., erunt .3.; que pone pro minore, et fac ut supra, et habebis .6. pro minori latere, et .8. pro maiori.

ITEM latus breuius cum dyametro sit .16.; et latus maius addat .2. super latus minus; et uis scire quantum sit dyameter et unum quodque latus. Quoniam maius latus excidit minus latus in .2.; Ergo si addiderimus maius latus cum dyametro, uenient .18.; multiplica itaque .18. in se, et .16. in se; et aggrega multiplicationes eorum, erunt .580.; de quibus tolle quadratum duorum predictorum, remanent .576.; quorum radix, scilicet .24., est summa duorum laterum et dyametri: de quibus tolle dyametrum et latus breuius, scilicet .16., remanebunt .8., que sunt latus | maius; de quo tolle .2., remanent .6. pro latere breuiori uel .18., scilicet maius latus; et dyametrum tolle de .24. QVe si ad computationem algebre reducere uis, pone latus breuius rem, remanebit dyameter .16., excepta re: multiplica ergo rem in re, proueniet census; quem aggregabis cum quadrato maioris lateris; quod quadratum inuenies sic: quia maius latus excidit minus in .2.; pones ipsum maius latus rem et duas dragmas; que multiplica in se, egredientur census et .4. radices et .4. dragme pro quadrato longioris lateris: que adde cum quadrato breuioris, scilicet cum censu, erunt duo census, scilicet duo quadrata breuioris lateris et .4. radices et .4. dragme, que equantur quadrato dyametri, scilicet multiplicationi de 16., excepta re in se. Que multiplicatio est 256 et census, exceptis triginta duabus radicibus. Restaura ergo radices, remanebunt 256 et census, que equantur duobus censibus et 26 radicibus et .4. dragmis: tolle itaque ab utraque parte censum et .4. dragmas, remanebunt census et radices 36, que equantur 252: media ergo radices et censum, secundum quod superius diximus, ubi census et radices equantur numero. Et si maius latus cum dyametro sit 18.; et maius excedat minus in .2.; tunc minus latus cum dyametro esset .16.; cum quibus operaberis ut supra. Rursus duo latera cum embado surgunt in 62.; et maius latus addit super minus .2.; quantum est igitur unumquodque latus: modus inueniendi hoc erit ut minuas .2. ex 62., et remanebunt .60. Duo igitur adiunge medietati laterum, et prouenient .4.; ipsum itaque adiunge .60., et prouenient .64.: horum ergo radicem, que est .8., assume; ipsum namque est latus longius: quod si uis breuius, minue .2. ex .8., remanebunt 6, quod est latus breuius. Exempli causa: pone latus minus rem, erit tunc latus maius res et due dragme. Ex multiplicatione quidem breuioris lateris in longius prouenit embadum. Quare multiplica rem, scilicet minus latus, in rem et in duas dragmas, et habebis censum et duas radices pro embado: quibus si addantur duo latera, scilicet 2 radices et .2. dragme, erunt census et 4 radices et 2 dragme, que equantur dragmis .62.: tolle ergo ab utraque parte dragmas .2., et remanent census et 4 radices, que equantur .60. et cetera.

ET si multiplicatio maioris lateris in dyametrum sit 80., et latus breuius .6., multiplica 80 in se et 6 in se, erunt .6400. et 36: accipe ergo quadratum medietatis de

.36., scilicet .324.; et adde cum .6400., erunt .6724.; super quorum radicem, que est .82., adde medietatem de 36., erunt .400.; quorum radix, scilicet .20., est dyameter; in quo diuide 80., ueniet .8., que sunt latus longius : uel de .80 deme .18., remanent .64., quorum radix est latus longius. Quod si hec ad computationem algebre reducere uis; quia ex multiplicatione longioris lateris in dyametrum proueniunt 80; ergo ex multiplicatione quadratorum ipsorum prouenit quadratum de 80., scilicet .6400. Sed quadratus dyametri equatur duobus quadratis, longioris uidelicet et breuioris lateris; et est quadratum breuioris lateris .36. Ergo ex multiplicatione quadrati maioris lateris in se et in 36 proueniunt 6400. Quare pone quadratum maioris lateris rem, que in se multiplicata et in .36. facit censum et 36 radices, que equantur sex milibus et quadringentis et cetera. Similiter secundum hanc regulam facies si ex multiplicatione breuioris lateris in dyametrum proueniet 60; et maius latus sit .8.; tunc census et 64. radices equabuntur 3600. Item latus breuius cum area faciunt 54.; et latus maius addit super minus 2. Quantum est ergo quodque latus. Quia ex multiplicatione breuioris lateris in longius prouenit embadum; si ponamus breuius latus rem, est latus longius res et duo; que si multiplicauerimus per rem, scilicet per breuius latus, egredietur census et due radices pro area: quibus si addamus breuius latus, scilicet radicem, erunt census et tres radices, que equantur 54.: multiplica ergo $\frac{1}{2}$ 1., scilicet medietatem radicem in se, erunt $\frac{1}{4}$ 2.; que adde cum 54, erunt $\frac{1}{4}$ 56; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{4}$ 7, tolle $\frac{1}{2}$ 1., remanent .6., quod est breuius latus; maius ergo erit .8.: et si longius latus surgat in 56 cum embado. et minus latus sit .2. minus maiore; pone maius latus rem, erit minus latus res, exceptis duobus: multiplica ergo maius latus per minus, ueniet census minus duabus radicibus; cui superadde radicem, scilicet latus longius, erit census, una radice excepta, que equantur .56. Restaura ergo radicem, et oppone eam, remanebit census, qui equatur uni radici et 56: accipe quidem medietatem radicis; et multiplica eam in se, erit $\frac{1}{4}$; quod adde super 56, erunt $\frac{1}{4}$ 56; super quorum radicem, scilicet $\frac{1}{2}$ 7., adde medietatem radicis, erunt .8., quod est latus longius. Si autem ex aggregatione 4 laterum cum area parte altera longioris proueniant 76; et maius latus addat super minus .2.; tunc pone latus breuius rem, et latus longius rem et duo: multiplica ergo rem in re et duo, erit census et due radices, que equantur embado; cum quibus adde duas radices pro duobus breuioribus lateribus, et duas alias pro duobus lateribus longioribus et .4., in quibus maiora latera superhabundant minora, erunt census et sex radices et 4. dragme, que equantur 76.: tolle ergo .4. ab utraque parte, remanebit census et sex radices, que equantur 72.: pone itaque quadratum medietatis radicem super 72, erunt 81.; de quorum radice, scilicet de .9., tolle medietatem radicem, remanebunt .6. pro breuiori latere. Si uero ex area diminuat latus breuius, et remaneant .42.; et latus maius addat super minus .2.; pone ergo latus minus rem, quam multiplica per rem et duo, scilicet per latus longius, egredietur census | et due radices, que equantur are; de quibus tolle unam radicem, scilicet breuius latus, remanet census et radix, que equantur 42.: pone ergo super 42 quadratum medie radicis, scilicet $\frac{1}{4}$, erunt $\frac{1}{4}$ 42; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{2}$ 6, tolle $\frac{1}{2}$, remanebunt .6., quod est latus breuius. Et si ex area tollatur maius latus, et remanent autem .40.; et maius sit duo plus minore. tunc erit manifestum: quod si minus latus tollatur ex

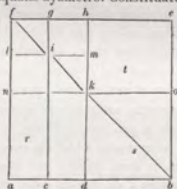
fol. 40 verso.

fol. 41 recto.

area, remanebunt duo plus ex eo quod remanet, cum ex area tollitur maius latus; ergo dempto minore latere ex area, remanent 42: fac ergo ut supra, et habebis propositum, si deus uoluerit.

Vel aliter: pone maius latus rem, et multiplica eam per latus breuius, scilicet per rem, exceptis duobus, erit census, minus duabus radicibus, que equantur aree: deme ergo inde unam radicem, scilicet latus maius, remanebit census, exceptis tribus radicibus, que equantur quadraginta. Restaura ergo radices, et oppone eas, et habebis censum, qui equatur tribus radicibus et 40. et cetera. Item diminutis .4. lateribus ex embado, remanent .20.; et maius latus addit super minus .2. Quantum est ergo quodque latus: pone latus breuius rem, et maius rem et duo. Quare .4. latera erunt .4. res et 4 dragme. Ex multiplicatione quidem rei in rem et duo proueniunt census et due res, que equantur embado. De quibus tolle 4 latera, scilicet 4 res et 4 dragmas, remanebit census minus duabus rebus et 4 dragmis, que equantur 20. Restaura ergo duas, scilicet res, scilicet .2. radices, et 4 dragmas, ueniet census, qui equatur duabus radicibus et 24 dragmis. Media siquidem radices, erit .1.; cuius quadratum adde super .24., erunt .25.; super cuius radicem adde ipsum .1., erunt .6., quod est breuius latus et cetera. Item si maius latus et minus addantur cum diametro, et sint sicut medietas aree; et area sit .48.; et uis scire quantum sit dyameter, nec non et quodque latus. Accipe ergo dimidium aree, scilicet .24., que sunt summa duorum laterum et dyametri; et multiplica ea in se, erunt 576.: de quibus tolle duplum embadj, remanent 480; dimidium quorum diuide per 24., scilicet per summam coniunctionis duorum laterum cum diametro, exhibunt .10. pro diametro. Vel aliter: duplica embadum, erunt 96.; que diuide per 24., uenient .4.; que extrahe de .24., remanent .20.; quorum dimidium habeas pro diametro; quibus extractis de 24., remanent .14. pro quantitate duorum laterum. Ex hoc ergo talis oritur questio. Aggregatio duorum laterum est 14., et area est .48.: fac ergo ut superius dictum est: et habebis propositum. Nam si unde ista procedant noscere uis; adiaceat quedam recta .ab. .24. ulnarum, in qua continetur summa coniunctionis duorum laterum et dyametri; et sit .ac. equalis maiori lateri dati quadrilateri parte altera longioris, et .cd. minori; remanebit ergo .bd. equalis diametro. Constituatur siquidem super rectam .ab.].

* maiori lateri rectam .ab. *
(fol. 41 recta, lin. 33-35 a margine laterale externo ad inferiorem; pag. 68, lin. 28 e 29).



fol. 41 verso.

tetragonum .ae.; et protrahatur dyameter .fb.; et per puncta .cd. protrahantur recte .cpig. et .dkmh. equidistantes ut libet rectorum .af. et .be.; et per puncta quidem .ik. protrahantur recte .lim. et .nko. Quoniam tetragonum est .ae., tetragona sunt que describuntur circa dyameter ipsius; ergo tetragonum est .kdbc. et .knfh. Rursus quia

tetragonum est quadrilaterum *nh.*, tetragona quidem sunt *pink.* et *ilfg.*; et est latus tetragoni *do.* recta *db.* Quare *do.* tetragonum equale est quadrato dyametri; et tetragonum quidem *pm.* est latus; recta *pk.*, que est equalis recte *cd.*, et *cd.* est equalis minori lateri. Ergo tetragonum *pm.* equale est tetragono minoris lateris. Similiter ostenditur, tetragonum *fg.* equale esse quadrato maioris lateris propter rectas *fg.* et *li.*, que sunt equales recte *ac.*; et *ac.* iacet equalis maiori lateri dati parte altera longioris. Et quoniam tetragonum est *pm.*, equalis est recta *kp.* recte *pi.*; ergo *pi.* est equalis minori lateri, et *il.* est equalis maiori. ergo supplementum *ni.* est equale aree dati quadrilateri; et supplementum *ih.*, ut euclides ostendit, est equale supplemento *ni.* Ergo supplementa *ni.* et *ih.* dupla sunt embado dati parte altera longioris; que supplementa sunt 96.: si tollantur ex area tetragoni *ae.*, scilicet ex 576, remanebunt tetragona *fg.* et *pm.*, et gnomon *rst.* 480. Sed tetragona *fg.* et *pm.* equalia sunt tetragono *do.*, scilicet dyametri; ergo *do.* tetragonum cum gnomone *rst.* sunt 480. Sed ex *do.* tetragono et gnomone *rst.* dimidium est superficies *ao.*; ergo superficies *ao.* est 240., que constat ex ductu *ab.* in *bo.*: ergo si 240. diuiserimus per *ab.*, scilicet per 24., uenient 10. pro linea *ob.*, scilicet pro linea *bd.*, que est equalis dyametro; ergo dyameter est 10. Vel secundum aliam supradictam regulam cum de quadrato linee *ab.*, scilicet de 24. uicibus 24. tollitur duplum embadi, scilicet supplementa *ni.* et *ih.*; et embadum est duplum quantitatis linee *ab.*; ergo duplum embadi est quadruplum de 24.; ergo si ex 24. uicibus 24. tollatur quadruplum de 24., remanebunt 20. uicibus 24. pro area tetragonorum *fg.* et *pm.*, et ignomoni *rst.*; ex quibus superficies *ao.* dimidium continet, ut ostensum est. Quare superficies *ao.* constat ex 10. uicibus 24.: ergo cum *ab.* sit 24., sequitur necessario, *bo.* esse 10.; que oportebat ostendere. Item aggregatio duorum laterum cum dyametro est 24.; et maius latus addit supra minus 2. Quantum est ergo quodque latus: duplica itaque quadratum de 24., scilicet 576, erunt 1152.; super que adde quadratum superhabundantie, in qua maius latus superhabundat minus, scilicet duorum, erunt 1156.; de quorum radice, scilicet de 34., tolle 24. predicta, remanent 10., que sunt dyameter; a quibus usque in 24. desunt 14., que sunt duo latera: de quibus 14. tolle 2., remanent 12.; quorum medietas, scilicet 6., est breuius latus. Ad cuius regule demonstrationem adiaceat tetragonum *abcd.* habens in singulis lateribus quantitatem duorum laterum et dyametri; et sit *be.* equalis maiori lateri, et *ef.* minorj. Remanebit *fc.* equalis dyametro: et protrahatur dyameter *ac.*; et per punctum *f.* protrahatur linea *fgh.* equidistans utrique linearum *ba.* et *cd.*; et per punctum *g.* protrahatur recta *igk.*; et erit recta *ig.* equalis recte *bf.* et auferatur a recta *gi.* recta *gl.*, que sit equalis recte *fe.*; remanet ergo *li.* equalis recte *ab.*; ergo *gl.* est equalis minori lateri, et *li.* maiori: auferatur itaque ab *li.* recta *im.*, scilicet id in quo maius latus superaddit minus, remanebit *ml.* equalis *fg.*, scilicet maiori lateri: et educatur *ad.* in puncto *n.*; et sit *dn.* equalis *fc.*, scilicet dyametro; et constituatur super *an.* tetragonum *nopa.*; et quoniam tetragona sunt *bd.* et *pn.*, et sunt circa unum angulum, qui ad *a.* circa eundem dyametrum sunt; ergo si protrahatur dyameter *ac.* in punctum *o.*, ueniet ergo recta *ao.* dyameter. Protrahatur quidem recta *dc.* in *q.*, et recta *bc.* in *r.*; tetragonum ergo est *qr.* continens in se quadratum dyametri dati parte altera longioris: totum igitur tetragonum *pn.* equatur tetragono *bd.* et ignomini *stu.* De-

tetragono *ae.* ... duplum quantitatis *a.* i. sed. 41. verso, lin. 19-26; pag. 69, lin. 12-19.

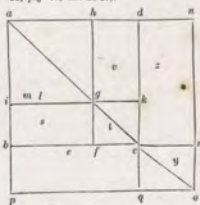


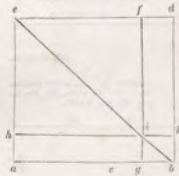
Fig. 42 recto.

monstrabo siquidem, ignomon *stu.* equale esse tetragono *bd.*, et tetragono lineæ *im.*, que est superhabundantia, in qua maius latus superhabundat minus. Sunt enim supplementa *pc.* et *cn.* equalia superficiebus *bk.* et *fd.* Sed due superficies *bk.* et *fd.* equantur ignomonij *xyz.* et tetragono *fk.* Quibus superaddatur equale tetragono *qr.*, quod est equale tetragono *fk.*, erit duplum tetragoni *fk.* cum ignomone *xyz.* equale ignomoni *stu.* Restat siquidem demonstrandum, duplum tetragoni *fk.* equale esse tetragono *ih.* et *ei.*, quod describitur á recta *im.*; est enim recta *gm.* in duo equa diuisa in puncto *l.*, cui in directo adiuncta est recta *mi.*; erit itaque tetragonum, quod describitur a recta *gi.*, scilicet tetragonum *ih.* cum eo quod describitur á recta *im.*, duplum eorum, que describuntur á rectis *gl.* et *li.* Sed tetragona que describuntur á rectis *gl.* et *li.* equantur tetragono *fk.*; quare duplum tetragonj *fk.* equatur tetragono *ih.* et *ei.*, quod describitur á recta *im.*; ergo ignomon *stu.* equatur tetragono *bd.*, et quadrato superhabundantie maioris lateris, ut prediximus. Nunc ueniamus ad causam. Multiplicauimus superius *24.* per *24.*, et habuimus quadratum *bd.*; que duplauimus, hoc est addidimus super eum equale illius; et superaddimus postea *4.*; hoc est super quadratum *bd.* superaddimus ignomon *stu.*; et sic habuimus *1156.* pro quadrato *pn.*, cuius latus est radix illius: ergo *po.* est *34.*; de qua extracta *pq.*, scilicet *bc.*, remanet *qo.* *10.*, cui equalis est recta *cf.*; ergo *cf* est *10.*, ut predixi. Possumus etiam aliter ad notitiam supradictorum laterum deuenire. Videlicet ut ponas latus minus rem. Eritque latus longius res et duo; quibus extractis de *24.*, remanent pro diametro *22.*, exceptis duabus rebus. multiplica rem in se, erit census et rem. et duo in se, erit census et *4.* res et *100.* dragme: quibus in unum coniunctis, erunt duo census et *4.* res et *4.* dragme, que equantur quadrato dyametri, scilicet multiplicationi de *22.* exceptis duabus rebus in se; que multiplicatio est *4* census et *484.* exceptis *88.* radicibus. Restaura ergo radices, et oppone duos census et *4* dragmas, et inuenies, *92* radices equari duobus censibus et *480.* Redige ergo hec ad censum unum, et erit census et *240.* que equantur *46* radicibus et cetera. Vel pone latus longius rem, eritque latus breuius res minus duo; que extrahe de *24.*, remanent *26.*, exceptis duabus rebus: et operare de inde ut supra; et inuenies, census et *336* equari *50* radicibus. Si autem dyametrum addiderit super latus maius *3.*, et maius super minus totidem; et uis scire dyametrum et quodque latus. Semper cum superhabundantie laterum erunt equales, multiplicabis ipsam superhabundantiam per *5.*, et habebis dyametrum; et ipsam per *4.*, et habebis longius latus; et ipsam per *3.*, et habebis breuius. Verbi gratia: superhabundantia quidem laterum est *2.*; quibus multiplicatis per *5.* et per *4.* et per *3.*, egrediuntur *10.* pro diametro, et *8* pro latere longiori et *6* pro breuiori: et hec contingunt propter quadrilaterum parte altera longius; cuius latus longius est *4.*, breuius *3.*, dyametrum quoque *5.*: horum quidem laterum superhabundantia est unum. Quare sicut *4.* erit ad quam uolueris superhabundantiam, ita hec tria latera erunt ad latera illius parte altera longioris, de quo superhabundantia aliqua data fuerit. Verbi gratia: si superhabundantia erit *3.*; quia *3* tripla sunt de uno, ideo tripla erunt latera ex lateribus predictis, scilicet dyametrum erit *15.*; latus quoque maius *12.*, minus autem *9.* Vnde si proponatur, dyametrum esse *20.*; et uis scire superhabundantiam laterum, diuide *20.* per *5.*, exhibunt *4.*, que sunt superhabundantia laterum: quam multiplica per

4, et per .3., erunt .16. et 12, que sunt latera. Item latus longius sit .20.; diuide ergo ipsum per .4., quia quaternarius est similis lateribus longioribus et 3 breuioribus et 5 dyametris. Diuisis ergo .20. per .4., ueniunt .5. pro superhabundantia; quam multiplica per .3. et per .5., uenient .15. pro latere breuiori et 25 pro diametro. Rursus latus breuius sit .18.; diuide ergo ipsum per .3., exhibunt .6. pro superhabundantia laterum; quam multiplica per 4. et per 5., uenient 24 pro latere longiori, et 30 pro diametro. Nam si superhabundantie inequales fuerint ut in quadrato, in quo proponitur, dyametrum addere .1. super latus maius, et maius supra minus .7.; tunc operabimur per algebram: ponemus siquidem latus breuius rem, eritque latus longius res et 7; et dyameter erit res et .3.: multiplica itaque rem in rem, facit censum. Et rem, et .7. in se, facit censum et 14 res et 49 dragmas; quibus insimul iunctis, erunt duo census et 14 res et .49., que equantur quadrato dyametri, scilicet multiplicationi unius rei et 8 in se; que multiplicatio est census et 16 res et 64.: tolle ergo ab utraque parte censum et 14 res et .49., remanebit census, qui equatur duobus radicibus et 13. Quare media radices, ueniet .1.; quod multiplica in se, erit .1.; quod adde cum .13., erunt .16.: super quorum radicem, scilicet super .4., adde medietatem radicum, erunt .5., que sunt minus latus: super que adde .7., erunt 12, que sunt maius latus: super que adde .1., erunt .13. que sunt dyameter. Item maius latus addit super minus .7.; et dyameter est .12.; quantum est ergo quoque latus: quadratum itaque superhabundantie ex quadrato dyametri abice, scilicet 49 de 169., remanebunt .120.; cuius dimidium, scilicet 60., est area. Exempli causa: adiaceat recta .ab. equalis duobus lateribus; et sit .bg. equalis minori lateri, remanet .ga. equalis maiori; et sit .ac. 7., in quo maius latus .ag. superhabundat minus .bg.; ergo .gc. equalis est recte .gb. Constituatur itaque super rectam .ab. tetragonum .ad., et expleatur figura; erit quidem latus tetragoni .gk. recta .gb., hoc est .gi.; latus quoque tetragoni .hf. est recta .hi. uel .if., que sunt equales recte .ag.: supplementum ergo .ai. est equale quadrilatero dato, quia constat ex rectis .ag. et .gi., que sunt equales duobus lateribus dati quadrilateri. Et supplementum .id. est equale suplemento .ai.; ergo suplementa .ai. et .id. dupla sunt aree dati quadrilateri; ergo duplum aree cum tetragonis .hf. et .gk. est equale tetragono .ad. Sed duo tetragona .hf. et .gk. sunt equalia quadrato dyametri; ergo suplementa .ai. et .id. cum quadrato dyametri dati parte altera longioris equalia sunt tetragono .ad. Sed tetragonum .ad. cum eo quod á recta .ac. describitur ductum est tetragonis, que describuntur á rectis .ag. et .gb. Sed ea que describuntur á rectis .ag. et .gb. equalia sunt tetragono dyametri. Ergo duplum tetragoni dyametri equale est tetragono .ad., et ei quod á recta .ac. describitur. Sed semel tetragonum dyametri equale est tetragonis .hf. et .gk.; remanet ergo tetragonum dyametri equale supplementis .ai. et .id., et tetragono quod á recta .ac. Quare extraximus tetragonum, quod est á recta .ac., scilicet .49., ex quadrato dyametri, et remanserunt nobis .120. pro supplementis .ai. et .id.: quorum dimidium, scilicet .60., est area .ai. quadrilateri, quod est equale dati quadrilateri. ergo area dati quadrilateri est .60.] ut predixi. Sed ut habeas latera, dices: aream est 60; et maius latus addit .7. super minus; fac ergo ut supra docuimus. Aliter pone latus minus rem; eritque latus maius res et .7.: multiplica ergo rem in re, et rem et 7 in se; et adde ea, et erunt duo census et 14 radices et 49 dragmas; que oppone quadrato dyametri, et habebis quod queris.

fol. 43 recto.

* dupla sunt ... dyametri equale =
[fol. 43 recto, lin. 23-30; pag. 71.
lin. 23-34].



fol. 43 verso.

ITEM est pars altera longior, cuius dyameter est .20.; et id quod addit dyameter super latus maius non est equale ei quod addit maius super minus. Quantum est ergo quodque latus. Inuenias quidem aliquod quadrilaterum, cuius latera et dyameter sit rationalia; et augmentum ipsius non sit equale. Sitque supradictum quadrilaterum, cui latus minus est .5.; maius quoque est .12.; dyameter quidem est .13.; que .13 habes pro antecedente, cum ponatur dyametrum esse .20. Quare multiplicabis 20 per 12, et 20 per 5; et diuide utramque multiplicationem per 12, et habebis maius latus $\frac{5}{12}$ 18., minus quoque $\frac{2}{12}$ 7. Et si maius latus fuerit .20.; et uis inuenire minus latus seu dyametrum; tunc multiplicabis .20 per 5, et 20 per 12; et diuides utramque multiplicationem per 12; et habebis minus latus $\frac{1}{2}$ 8.; dyametrum quoque $\frac{5}{2}$ 21. Rursus minus latus sit .20.; tunc multiplicabis .20 per 12, et 20 per 12, et diuides utramque multiplicationem per 5.; uel quintam de .20., scilicet .4., multiplica per 12 et per 12; et inuenies, maius latus esse 48., et dyametrum .52. Sed ut in similibus sanius procedere ualeamus, quedam adiaceant demonstranda. Videlicet ut super quemlibet datum numerum doceamus addere quadratum numerum, et proveniat numerus quadratus. Esto datus numerus .a., oportet super numerum .a. quadratum numerum addere, et earum summa fiat quadrata, hoc est quod habeat radicem. Inuenias quidem duos numeros inaequales, qui insimul multiplicati faciant numerum .a.: sintque .bg. gd.; et diuidatur .bd. in duo equalia super punctum .e.; et quoniam numerus .bd. diuisus in duo equalia super punctum .e. et inequalia super punctum .g.; erit multiplicatio .dg. in .gb. cum quadrato numeri .ge. equalis quadrato .de. Sed multiplicatio .dg. in .gb. numerum .a. facit; ergo numerus .a. cum quadrato numeri .ge. equatur quadrato numeri .de.; quod oportebat facere. Si autem unum ex lateribus quadrilateri continentibus angulum rectum datum fuerit; et uis aliud latus, nec non et dyametrum in numeris inuenire; et sit datum latus .12., multiplica itaque 12. in se, erunt .169., que sint linea .ab.; et inueniantur duo numeri, qui insimul multiplicati faciant numerum .ab. Sintque .ab., et unitas .bg. Nam ducta unitate in quo uis numero, idem provenit numerus; ergo multiplicatio .bg. in .ba. numerum facit, scilicet .169.: diuidaturque numerus .ag. in duo equalia super punctum .d., eritque .gd. dimidium ex .ag., scilicet .ss., que est dyameter; remanebit .bd. st., quod est aliud latus. Et quoniam infinitos duos inaequales numeros tamen cum fractionibus inuenire possumus, quorum superficies contineret numerum .ab. Infinita quidem latera et dyametri inueniri possunt conuenientia dato lateri. Verum si proponatur, dyametrum esse 34; et uis latera inuenire. Duplica quidem 34, et egrediatur inde numerus .ef., scilicet .68.: et diuidatur .ef. in duo equalia super punctum .g., eritque .gf. 34.; et sumatur super numerum .ef. punctum .d., et sit proportio .fd. ad .de sicut aliquis quadratus numerus ad aliquem quadratum numerum. Sit itaque .fd. 4., remanebit .de. 64.: et quoniam .fd. et .de. habent proportionem quadratorum ex .fd. in .de., egrediatur quadratus numerus, scilicet .256., quorum radix, scilicet .16., erit unum latus; reliquum erit .dg., quod est .30.; dyameter autem .gf., scilicet .34. Item si dictum fuerit: augmentum dyametri super latus longius est equale augmento longioris super breuius; et multiplicatio augmenti in dyametrum faciat .20. Supradicta ratione diuide .20 per 5, egrediuntur .4., quorum radix, scilicet .2., est augmentum; multiplica ergo augmentum in .5. et in .4. et in .3, et habebis dyametrum .10.; latus quoque maius .8., minus uero .6.

* Videlicet ut super et proveniat
... (fol. 42 verso, lin. 49 e 20;
pag. 72, lin. 14-15).

a

* quadratum numerum radicem,
inuenias ... (fol. 43 verso, lin.
20, 21 e 22; pag. 72, lin. 16 e
17).

b e d g.

* facit, scilicet .169., punctum
d., eritque ... (fol. 43 verso, lin.
23; pag. 72, lin. 28 e 29).

a d b g.

fol. 44 recto.

* punctum g. et sit proportio
... (fol. 44 recto, lin. 5 e 6;
pag. 72, lin. 34-35).

e g d f.

Et si proponatur: est quadrilaterum longius altera parte, cuius dyametri proportio ad ipsius longitudinem est sicut proportio longitudinis eius ad eius latitudinem, etiam dyameter est 10. In hac autem diuidende sunt .10. secundum mediam et extremam proportionem; et quod medie proportioni ceciderit, erit minus latus; ipsumque per .10. multiplicandum est; et ipsius multiplicationis radix erit latus longius: verbi gratia: adiaceat trigonum orthogonium abg , scilicet dimidium quadrilateri parte altera longioris, cuius dyameter est ag , latus longius ab , breuius quoque bg ; et protrahatur super ag cathetus bd ; et sit sicut ga ad ab , ita ab ad bg . Et quoniam recta bd cathetus est super rectam ag , trigona bdg et bda sibi inuicem similia sunt, et toti trigono abg . Quare est sicut ga ad ab , ita ba ad ad . Sed sicut ga ad ab , ita ab est ad bg ; ergo recta ab ad rectas bg et ad eandem habet proportionem. Quare recta ad recte bg est equalis. Item quia trigona abg et bdg sibi inuicem similia sunt, est sicut ag ad gb , ita bg ad gd ; nam bg equalis est recte ad : est ergo sicut ag ad ad , ita ad est ad ag . Ergo ag , scilicet .10., diuisa est secundum mediam et extremam proportionem; et est media, scilicet maior pars eius ad , cuius minus latus quesiti parte altera longioris, scilicet gb , iacet equalis. Nam ut inuenias quantitatem eius, secundum Euclidis regulam, dimidium de .10., scilicet .5., in se multiplicat; et quod prouenerit adde cum quadrato linee ag , scilicet cum .100., erunt .125.; de cuius radice abice .5., scilicet dimidium linee ag ; et sic habebis pro minori latere, scilicet pro linea gb , radicem de .125. minus .5. Nam ut habeamus maius latus ab . Quoniam est sicut ga ad ab , ita ab ad bg ; erit quidem superficies bg in ga equalis quadrato linee ab . Quare multiplica ag in gb , scilicet 10., in radice de .125. minus .5. et egredietur radix de 12500 minus .50. pro latere ab . Procedunt multe et diuersae questiones ex lateribus etiam et ex dyametro, seu ex area supradictorum duorum quadrilaterorum, quarum solutiones, per ea que dicta sunt, poteris inuenire.

Incipit pars secunda tertie differentie.

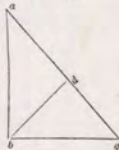
RELIQVI quidem quadrilateri in III^{or} partes diuiduntur: in prima quorum sunt rumbi, qui omnia III^{or} latera sibi inuicem equalia habent, sed angulos minime rectos habent. In secunda quidem sunt rumbi, idest qui tantum habent latera opposita sibi inuicem equalia et equidistantia, nec non et angulos oppositos equales habent. In tertia sunt campi, qui duo latera habent equidistantia, sed non equalia: qui diuiduntur in III^{or} genera, secundum quod inferius demonstrabimus. In quarta uero sunt diuersilateri campi, qui nullam equidistantiam in eorum lateribus habent.

Incipit de rumbo.

SIT Rumbus $ab.c.d.$ habens in singulis lateribus perticas 12.; cumque hunc mensurare uolumus, oportet nos habere notitiam unius dyametrorum. Esto itaque dyameter eius breuius bd . perticarum .10. Erit itaque rumbus $ab.c.d.$ ab ipso dyametro in duo trigona equalia diuisus, quorum unumquodque est equicurium. Nam duo latera, que sunt ab et ad , duobus lateribus cb et cd equantur; et comunis eorum est bd .

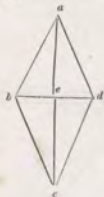
Quare angulus, qui sub bad , angulo, qui sub bcd est equalis; et totum trigonum abd toti trigono cbd equatur. Ergo si aream huius rumbi habere uolumus, duplicabimus aream trigoni abd uel bcd ; et sic habebimus propositum. Nam area trigoni abd colligitur ex ducto catheto ae in dimidium basis bd , ut in trigonis de-

ita ab ad ag , ... Nam ut inuenias • (fol. 44 recto, lin. 23-31; pag. 72, lin. 8-16).



fol. 44 verso.

* duplum aree linee .ac. s. (fol. 44 verso, lin. 24-25; pag. 74, lin. 1-11).

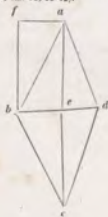


(fol. 45 recto,

monstratum est. Quare si multiplicauerimus cathetum *ae*. in totam *bd*., ueniet duplum aree trigoni *abd*., hoc est area rumbi *abcd*.: cadit itaque cathetus *ae*. in medio *bd*., cum equicurium sit trigonum *abd*. Quare si notitiam eius habere uis, extrahe quadratum linee *eb*. ex quadrato linee *ab*., scilicet .25 de 169, remanebunt 144.; quorum radix, scilicet .12., est cathetus *ae*.: propter eadem ergo et cathetus *ce*. est similiter .12.; et est *ce*. recta in directo recte *ea*. Cum anguli *aed*. et *dec*. sint recti. Quare dyameter est recta *ac*., et est .24. Ergo area rumbi *abcd*. colligitur ex multiplicatione dimidij dyametri *ac*. in toto dyametro *bd*.; que multiplicatio est .120.: similiter si data fuerit dyameter *ac*. 24 perticarum, inuenimus siquidem per ipsum supradicto modo dyametrum *bd*. Quia equicuria sunt trigona *bac*. et *dac*., et sunt sibi inuicem equalia. Quare si ex potentia lateris *ba*. extraxerimus potentiam linee *ae*., scilicet .144 de 169, remanebunt .25. pro potentia catheti *be*.; ergo *be*. est .5. Quare tota dyameter *bd*. est .10. Et quoniam si multiplicauerimus cathetum *be*. per dimidium basis *ac*., egredietur nobis area trigoni *abc*. Quare si multiplicauerimus cathetum *be*., scilicet dimidium dyametri *bd*., in totum dyametrum *ac*., reddetur nobis area totius rumbi *abcd*. Nam multiplicatio *be*. in *ac*., scilicet .5. in .24, facit .120., quod est area rumbi *abcd*. Ergo area omnium rumborum colligitur ex multiplicatione unius dyametri in dimidio alterius; et hec est regula uniuersalis in ipsis.

Nam si proponatur quod maior dyameter sit 24., minor quoque .10.; et uis scire latera rumbi. Quadrata medietatis dyametrorum, scilicet linearum *ae*. et *eb*. in unum coniunge; quorum radicem, scilicet .13., habeas pro uno quoque latere. Possumus quidem multas questiones ex dyametris et ex area, etiam et ex lateribus rumbi proponere; que omnes reduci possunt ad questiones illius parte altera longiores, cuius latus longius est medietas longioris dyametri rumbi: breuius quoque est medietas breuioris. Quod quadrilaterum dimidium rumbi aree continere probabimus: protrahatur itaque, ut in hac alia cernitur figura, *af*. equalis et equidistans linee *eb*.; et copuletur *fb*. Dico quidem, quadrilaterum *ef*. dimidium esse rumbi *abcd*.; et sunt latera eius equalia medietatis dyametrorum *ac*. et *bd*. Nam *ae*. dimidium continet ex *ac*., et *be*. ex *bd*.: est enim trigonum *abd*. dimidium rumbi *abcd*. Sed trigonum *abd*. equale est quadrilatero *ef*.; constat enim utrumque ex ductu *ac*. in *eb*.; ergo quadrilaterum *ef*. dimidium est rumbi *abcd*., ut predixi. Nam qualiter questiones rumbi ad quadrilaterum perducantur, quedam de multis uolumus proponere. Si dictum tibi fuerit: aggregaui duos dyametros, et fuit .34.; et rumbi area est .120. Quantum est ergo queque dyameter. Cum itaque dyametri sint .34.; dimidium ipsarum, scilicet *ae*. et *eb*., sunt .17.; et area quadrilateri *ef*. est .60.: ergo perduxisti hanc questionem ad unam ex questionibus parte altera longioris; ad eam uidelicet, in qua proponitur aream esse .60., et aggregationem laterum .17.: ex quadrato quidem medietatis .17, scilicet ex $\frac{1}{4}$ 72, tolle 60, remanet $\frac{1}{4}$ 12.; quorum radicem tolle ex medietate .17., remanebunt 5. pro linea *be*.; reliquum quod est usque in .17., est linea *ae*.; ergo duplum eorum, scilicet .24. et .10., sunt dyametri. Item aggregatio dyametrorum sunt .24.; et maius addit super minus .14. Quantum est ergo area: tolle .14 et 24., remanebunt .20.; quorum dimidium, scilicet .10., est dyameter breuior. Reliquum, scilicet .24., est longior; multiplica quidem dimidium unius dyametrorum per alium, et habebis aream.

* aggregaui duos scilicet .24. (fol. 46 recto, lin. 20, 21-20; pag. 74, lin. 32, 33-42).

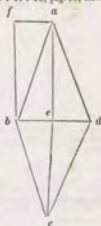


Rursus aggregaui duos dyametros cum area rumbi, et prouenerunt .154.; et maior dyameter addit super minorem .14. Quoniam duo dyametri rumbi equantur .*im.*⁶⁶ lateribus quadrilateri .*ef.*: pone latus breuius rem; eritque latus longius res et 7.: multiplica ergo rem in re et in 7., proueniet census et 7. radices, que sunt area | quadrilateri .*ef.* Et quoniam quadrilaterum .*ef.* dimidium continet rumbi. Duplica ergo census et 7 radices, erunt duo census et .14 res, que equantur rumbo: super que adde .4 res et .14., scilicet quatuor latera, erunt duo census et 18. radices et .14., que equantur .154.: tolle ergo ab utraque parte .14.; et redige ea ad censum unum, ueniet census et 9. radices, que equantur .70.: media ergo radices, erunt $\frac{1}{2}$ 4.; que multiplica in se, erunt $\frac{1}{4}$ 20.; que adde cum .70., erunt $\frac{1}{2}$ 90.; de quorum radice abice $\frac{1}{2}$ 4., remanebunt .5. pro .*be.*; quorum duplum, scilicet .10., est dyameter .*bd.*: quibus additis .14., erunt .24. pro dyametro longiori; a quibus dyametris usque in .154. remanet .120. pro area. Adhuc aggregaui dyametrum breuiorem, et latus rumbi, et fuerunt .23.; et dyameter maior addit super minorem .14. Quantum est ergo latus, nec non et queque dyameter. Quoniam dyameter maior addit .14. super minorem; ergo medietas dyametri longioris addit 7. super medietatem breuioris, scilicet latus .*ae.* super latus .*eb.* Ergo .*be.* cum .*ae.* addit 7. super dyametrum .*bd.* Sed .*bd.* cum latere .*ab.* sunt 23; ergo .*be.* et .*ae.* cum .*ab.* sunt .30. Vnde talis est hec questio. Aggregaui duo latera quadrilateri cum dyametro ipsius, et fuit .30.; et maius latus addit super minus 7.: fac ergo ut supra dictum est, et cetera. Item multiplicasti unam quamque dyametrum in se, et aggregasti eas: et quod prouenerit fuit .676.; et area est .120. Queque igitur dyameter quanta est. Accipe itaque quartum de .676.; quia quadrata linearum .*ae.* et .*eb.* quarta pars sunt ex quadratis dyametrorum; cum ipsarum latera sint dimidium ipsorum, exhibunt .169., quorum radix, scilicet 13., est dyameter quadrilateri .*ef.*, scilicet latus rumbi. Et quoniam ostensum est superius, quod quadratum dyametri parte altera longioris addit super duplum embadi quadratum superhabundantie laterum ipsorum. Idcirco si extraxerimus embadum rumbi .*abcd.*, quod est duplum aree quadrilateri .*ef.*, ex quadrato dyametri ipsius, scilicet .120 ex .169., remanebunt .49., quorum radix, scilicet 7., est superhabundantia laterum: ergo area quadrilateri est .60., et maius latus addit super minus 7.; quantum est ergo quodque latus, et cetera. Item multiplicauimus maiorem dyametrum rumbi per minorem, et prouenit 240.; et maior dyameter addit super minorem .14.; quanta est ergo queque dyameter: ex multiplicatione quidem medietatis unius dyametri in totam aliam prouenit embadum rumbi; ergo .240., scilicet multiplicatio unius dyametri in aliam sunt dupla ex area rumbi; ergo area rumbi est .120., que est duplum aree quadrilateri .*ef.* Ergo area quadrilateri .*ef.* est .60. Vnde talis oritur questio. Est quadrilaterum parte altera longius, cuius area est .60.; et maius latus addit super minus | 7., scilicet dimidium de .14., in quibus maior dyameter superhabundat minorem, et cetera.

Rursus aggregaui dyametros, et quod prouenit fuit .34.; et ex multiplicatione unius dyametri per aliam prouenerunt .240. Quanta est ergo queque dyameter. Ad hec quidem ostendenda, adiaceat recta .*ab.* 24. perticarum; et sit diuisa in duo equa, et totidem inaequalia super puncta .*g.d.*; et sit .*ad.* equalis dyametro breuiori; remanet ergo .*db.* equalis maiori. Ex multiplicatione quidem .*ad.* in .*db.* cum quadrato linee .*dg.* egreditur quadratum linee .*gb.*, scilicet de .17., quod est .289.: ex quibus si extraxeris

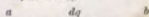
fol. 45. verso.

* radice abice Item multiplicasti unam/queque * (fol. 45 verso, lin. 7-17 e 18; pag. 75, lin. 10-20).



fol. 46. recto.

* equa; et totidem equalis dyametro * (fol. 46 recto, lin. 5; pag. 75, lin. 40-41).



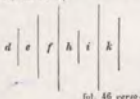
* semper ueniet . . . ita minus *
(fol. 46 recto, lin. 18-21; pag.
76, lin. 9-19).



* sicut ductus . . . numerus .a. et .b. *
(fol. 46 recto, lin. 29; pag. 76,
lin. 19-20).

$$\begin{array}{ccc} \frac{.1.}{a} & \frac{\frac{2}{3}}{b} & \frac{2}{g} \\ \hline \end{array}$$

* .k. equalem esse . . . et producta *
(fol. 46 recto, lin. 31-35; pag.
76, lin. 22-25).



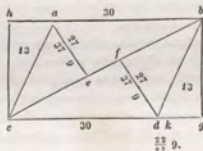
fol. 46 verso.

multiplicationem ex *ad.* in *db.*, remanebunt *49.* pro quadrato *dg.*; ergo *dg.* est *7.*; quibus additis cum *bg.*, erit tota *bd.*, scilicet maior dyameter *24.*; remanet *da.* *10.*, que est minor dyameter. Iterum diuisi maiorem dyametrum per minorem, et egredietur ex diuisione $\frac{2}{3}$ *2.*, et area rumbi est *120.*; quanta est ergo queque dyameter. Quoniam est sicut totum ad totum, ita quelibet pars est ad eandem partem. Erit itaque sicut maior dyameter est ad minorem, ita medietas maioris ad medietatem minoris; et medietas maioris est maius latus quadrilateri *ef.*, scilicet linea *ae.*; et medietas minoris est linea *eb.*, scilicet minus latus. Nam omnes numeri, qui habent unam et eandem proportionem, si diuidantur maiores per minores, semper ueniet idem ex diuisione. Ergo si diuiserimus maius latus quadrilateri *ef.* per minus, prouenient similiter $\frac{2}{3}$ *2.*; ergo talis est questio: area quadrilateri est *60.*, scilicet didimium aree rumbi; et diuisi maius latus per minus, et prouenerunt $\frac{2}{3}$ *2.*: et multiplica ita *1.* per $\frac{2}{3}$ *2.*; que multiplica per *60.*, erunt *144.*, quorum radix est *12.*; que diuide per numeros proportionis, scilicet per *1.*, et per $\frac{2}{3}$ *2.*, egredientur *12* et *5.*, que sunt latera quadrilateri; scilicet didimium dyametrorum; ergo maior dyameter est *24.*, et minor est *10.* Nam si unde hec procedant noscere uis, adiaceat unitas *a.*; et $\frac{2}{3}$ *2.* sit *b.*; multiplicentur *a.* per *b.*, et proueniat *g.*; et sit minus latus quadrilateri *d.*, maius quoque *e.*; et area sit *f.*; et quoniam ex diuisione maioris lateris per minus prouenit $\frac{2}{3}$ *2.*; est sicut *1.* ad $\frac{2}{3}$ *2.*, ita minus latus est ad maius, hoc est sicut *a.* ad *b.*, ita *d.* ad *e.* Quare ductus *a.* in *e.* est sicut ductus *b.* in *d.* Sit ergo multiplicatio ex *a.* in *e.*, uel ex *b.* in *d.* numerus *h.*; et *h.* multiplicetur in se, proueniat *1.*: et multiplicetur quidem *d.* in *f.*, et proueniat *k.*: dico, numerum *k* equalem esse numero *i*. Multiplicasti quidem *a.* in *b.*, et uenit *g.*; et *d.* in *e.*, et uenit *f.*; et *g.* in *f.*, fecit *k.*: ergo numerus *k.* factus est ex multiplicatione *a.* in *b.* ducta in *d.* et producta in *e.* Item multiplicasti *a.* in *e.*, et prouenit *h.*; et *b.* in *d.*, et prouenit similiter *h.*; et ex *h.* in *h.* factus est *1.*: ergo *1.* factus est ex multiplicatione *a.* in *e.* ducta in *b.* et producta in *d.* Sed multiplicatio *a.* in *b.* ducta in *d.* et producta in *e.* equatur multiplicationi *a.* in *e.* ducta in *b.* et producta in *d.*; ergo *k.* equalis est *1.*, ut prediximus. Multiplicauimus quidem superius *a.* in *b.*, et prouenit $\frac{2}{3}$ *2.*; que multiplicauimus per aream, scilicet *g.* per *f.*, et habuimus numerum *k.*, hoc est numerum *i.*, qui fuit *144.*; de quibus accepimus radicem, que fuit *12.*; quia ex multiplicatione *h.* in se prouenit *1.*; ergo *h.* est *12.* Et quoniam ex *a.* in *e.* prouenit *h.*, scilicet *12.*; et *a.* est *1.* Ideo diuisimus *12* per *1.*, scilicet *h.* per *a.*, prouenit *12.*, quod est *e.*, scilicet maius latus. Item ex *b.* in *d.* prouenit *h.*, scilicet *12.*; et *b.* est $\frac{2}{3}$ *2.* Quare diuisimus *12*, scilicet *h.* per *b.*, scilicet per $\frac{2}{3}$ *2.*; et habuimus *d.*, scilicet minus latus, quod fuit *5.* Nam si area, scilicet *f.*, esset *100*, tunc *k.*, scilicet *1.*, esset *240.*, cuius radix est *12.* Sed *240.* non habet radicem; unde cum non possumus diuidere *h.* per *a.* et per *b.*, accipimus quadratos eorum, et in ipsis diuidemus numerum *1.* Vel aliter accipiemus proportionem in sanis numeris, quam habet unitas *a.* ad *b.*, eruntque *5.* et *12.* Sit ergo *a.* *5.*, et *b.* *12.*, et *g.* *60.* Quare *k.* uel *1* erit *6000.*; que diuidemus per quadrata numerorum *a.* et *b.*, scilicet per *25*, et per *144.*, egredietur per maiore latere radix ducentorum quadraginta; minus uero erit radix de $\frac{2}{3}$ *41.* Vel aliter: pone latus minus rem, eritque latus maius due res et due quinte rei: multiplica ergo rem in duabus rebus et duabus quintis, erunt

duo census et due quinte census, que equantur aree date. Sit ergo area data .100.; que diuide per $\frac{2}{3}$ 2., proueniet $\frac{2}{3}$ 41; quorum radix est $d.$, scilicet latus minus. Et quoniam est sicut $a.$ ad $b.$, ita $d.$ ad $e.$; erit itaque sicut quadratus numeri $a.$ ad quadratum numeri $b.$, ita quadratus quantitatis $d.$ ad quadratum quantitatis $e.$ Quare multiplica quadratum numeri $b.$ per quadratum quantitatis $d.$, scilicet .144 per $\frac{2}{3}$ 41.; et multiplicationis summam diuide per quadratum numeri $a.$, scilicet per 25, egredientur .250., quorum radix est latus maius.

Incipit de rumboide differentia secunda.

RUMBOIDES quidem est figura paralilograma habens tantum latera opposita, et angulos ut diximus equales. Cumque hanc metiri uolumus, protraheamus in ea dyametrum, per quam figura diuisa erit in duo trigona equalia. Quare si cathetum unius per totam basem, scilicet per dyametrum ipsius multiplicauerimus, reddet aream totius rumboidis. Ad cuius rei euidentiam sit romboïdes $abcd.$ habens in singulis lateribus ab et $cd.$ perticas .30., que sibi inuicem opposita et equidistantia sunt. Reliqua uero duo latera $ac.$ et $bd.$ similiter sunt equalia et equidistantia, continentia in uno quoque latere perticas .13.; et sit dyameter $bc.$ perticarum .37., à qua rumboïdes $abcd.$ in duo equalia trigona diuisus est, que sunt $abc.$ et $dbc.$; utrumque ipsorum est ampligonium propter potentiam dyametri $bc.$, que est maior duabus potentijs laterum $ba.$ et $ac.$, uel $bd.$ et $dc.$ Supra basem quidem $bc.$ protrahatur cathetus à puncto $a.$ in trigono $abc.$; sitque $ae.$; et multiplicabis cathetum $ae.$ per basem $cb.$, et habebis aream totius rumboïdis |

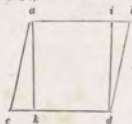


$abcd.$; vel inuenies cathetum $df.$ in trigono $bcd.$ super basem $bc.$; et multiplicabis ipsum cathetum $df.$ per basem $bc.$, et habebis similiter embadum romboïdis $abcd.$ Verbi gratia: Rumboïdes $abcd.$ est duplum trigono $bcd.$, cuius trigoni area colligitur ex multiplicatione catheti df in dimidium basis $bc.$: quare multiplicatio catheti $df.$ per totam basem $bc.$ facit duplum aree trigoni $bdc.$; ergo facit aream totius rumboïdis, qui est duplus trigoni $bcd.$ Nam utramque cathetum $ae.$ et $df.$ inuenies esse perticas $\frac{21}{27}$ 9. Quibus $\frac{21}{27}$ 9. multiplicabis per dyametrum $bc.$, scilicet per 37, addunt perticas 369 pro area totius rumboïdis $abcd.$ Similiter si extra trigonum $bcd.$ cathetum $bg.$ protraxeris supra basem $cg.$; et multiplicauerimus ipsum cathetum $bg.$ per basem trigoni, scilicet per lineam $cd.$, habebis embadum totius rumboïdis $abcd.$ Item multiplicato catheto $ch.$ per basem $ab.$, reddet eiusdem rumboïdis embadum. Reperitur autem utraque cathetus per regulam, quam superius in trigono ampligonio demonstraui. Verbi gratia: extractis potentijs laterum ca et ab , uel bd et $dc.$, scilicet 169 et 900. de potentia lateris $bc.$, scilicet ex 1369., remanent 300;

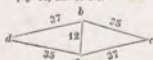
* $ae.$, et multiplicabis cathetum *
(fol. 46 verso, lin. ultima, marginis inferioris; pag. 77, lin. 20).

fol. 47 recte.

* remanent 360 : siquidem
hinc » (fol. 47 recto, lin. 15-
49; pag. 77, lin. 43 — pag. 78,
lin. 1-5).

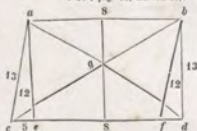


* catheti .be. in basem » (fol. 47
recto, lin. ult. margine inferiori
pag. 78, lin. 19-20).



fol. 47 verso.

* catheti in de 169. cat[al]og[us] »
(fol. 47 verso, lin. 19 e 11 — 16
e 47 i pag. 78, lin. 31-56).



cuius didimium si diuifum fuerit per basem .cd., fcilicet per 30, reddit .5. pro quan-
titate .dg. uel .ah.; cuius potentia, fcilicet .25., extracta ex potentia .bd., fcilicet de
.169., remanet .144.; cuius radix, fcilicet .12., est cathetus .bg. Quo multiplicato per basem
.cd., fcilicet 12 per 30, reddunt perticas .360 pro embado dicti rumboidis, ut fuperius
inuenimus. Inueftigatur fiquidem huius rumboidis area per duos alios cathetos, qui
sunt .di. et .ak., qui reperiuntur per dyametrum .ad. et per latera rumboidis. Quia
protracto ipfo dyametro refoluitur ipfe rumboides in duobus trigonis oxigonijis, ut in
hac alia figura depingitur, quorum unum eft trigonum .acd., aliud .abd.; et eft cat-
hetus .id., uel .ak. perticarum .12.: et notandum quia ab .a. in .i., ubicumque cathetum
protraxerit infra rumboidem inter .k. et .d., fuper lineam .kd. cadet. Nam casus catheti
illius poteris inuenire per ea que in trigonis oxigonijis diximus, uel cum lenfa que-
madmodum in triangulis docuimus. EST enim quandoque rumboides, qui per breuiorem
dyametrum refoluitur in duobus trigonis orthogonijs, ut rumboides .bcde.; cuius .bc
et .de. latera funt perticarum 35.; reliqua uero duo latera .bd. et .ce. perticarum .37.;
dyameter quoque .be. breuior fit perticarum 12. Dico quidem, rumboidem .bcde. di-
uifum efle in duo trigona orthogonia propter potentiam linee .ec., que equatur po-
tentijis linearum .cb. et .be. Quare rectus eft angulus qui fub .cbe. Similiter reperitur
rectus qui fub .bed. Et eft equale trigonum .cbe. trigono .bed. Et quoniam ex mul-
tiplicatione catheti .be. in basem .ed. didimium colligitur area trigonj .bed. Si multi-
pauerimus itaque .be. dyametrum in .ed. latus, habebimus perticas .420. pro embado
totius rumboidis .bcde.: fimiliter fit rumboides, qui per unamquamque dyametrum
diuiditur in duobus trigonis ampligonijis.

*Incipit de figuris que habent capita abfcissa de quibus 1111.^{or} funt genera
in differentia prima.*

PRIMUM genus tertie differentie camporum quadrilaterorum, qui habent duo latera
equidiftantia et inequalia, eft figura, que eque caput abfcissa dicitur, cuius reliqua
duo latera equalia fibi inuicem funt, ut quadrilaterum .abcd., cuius latus .ab. eft
pertice .8.; et eft equidiftans lateri .cd., quod latus eft pertice 18.; quodlibet reliquorum
.ac. et .bd. fit pertice .12. In hac aut figura latus .ab. capitis abfciffio, et latus .cd.
abfciffio basis appellatur. Cuius figure embadum colligitur ex multiplicatione catheti
in didimio laterum .ab. et .cd.; et cathetus ducitur a capite in basim. Vnde fi a puncto
.a., uel a puncto .b. cathetum fuper basim .cd. erigere uolueris; abfciffio capitis, fcilicet
.8., ex abfciffione basis deme, fcilicet de .18., remanent 10; cuius didimium, fcilicet .5.,
erit casus .ce. uel .df.: a puncto enim .a. cathetus cadit fuper .e.; a puncto uero .d.
cadit fuper .f. Quare fi potentiam .ce. ex potentia .ae., uel potentiam .df. ex potentia
.bd., fcilicet .25. de 169. extraxeris, remanebunt .144.; cuius radix, que eft .12., eft per-
pendicularis .ae. uel .bf.: quibus .12. multiplicatis in didimium laterum .ab. et .cd., fcilicet
in didimium de .26., hoc eft in .13, reddent .156. pro embado ipsius quadrilateri
.abcd. Verbi gratia: protractis cathetis .ae. et .bf. efficitur quadrilaterum parte altera
longius .acfb.; cuius area colligitur ex multiplicatione catheti .ae. in .ef., equalis eft
linee .ab.; ergo .ef. eft pertice .8. In quibus multiplicatis perticis .12. catheti .ae. red-
dunt perticas .96. pro embado quadrilateri .acfb.: quo quadrilatero extracto ex qua-
drilatero .abcd., remanent duo trigona orthogonia et equalia, que funt .aec. et .bfd.:

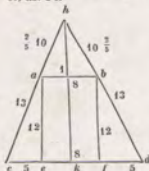
multiplicatio enim catheti *ae*. in dimidium *ec*. reddit aream trigoni *aec*. Quare multiplicatio lineae *ae*. in totam *ec*. reddit embadum duorum trigonorum *aec*. et *bfd*., quae multiplicatio est .60.; qua addita cum 96., scilicet cum embado quadrilateri *aefb*., reddit .156., ut prediximus pro area quadrilateri *abcd*. Nam si dyametrum *da*. uel *eb*. inuenire uolueris, potentiam lineae *de*. uel *ef*., scilicet .169. cum potentia catheti *ae*. uel *bf*., scilicet cum .144. adde, erunt 313.; cuius radix est longitudo dyametri *da*. uel *bc*. Et si punctus in quo se intersecant dyametri habere uis, adde caput cum base, erunt .26.; quae in se multiplica, erunt 676. Item caput *ab*. in se multiplica, erunt .64.; et basis in se, erunt 324.: multiplica ergo .64. per quadratum unius dyametrorum, scilicet per 313., et diuide summam per 676.; uel quartum de 64., scilicet .16. multiplica per 313., et diuide per quartum de 676., hoc est per 169., exhibunt $\frac{9 \cdot 9}{4 \cdot 13} = 29.$; quorum radix est linea *ag*. uel *bg*. Similiter multiplica quartum de 324., scilicet 81. per 313.; et diuide summam per quartum de 676., scilicet per 169., et habebis quadratum lineae *gc*. uel *gd*. Et nota, quia ideo accepimus quadrata predictarum linearum, quia 313. scilicet quadratum unius dyametrorum non habet radicem. Nam si dyameter rationalis esset, multiplicauissemus eum per 8 et per 18, et diuisissemus summam eorum per 26; et sic haberemus abscissiones dyametrorum; quae omnia uolumus geometrice demonstrare. Quoniam recta *ab*. equidistans est lineae *cd*. Simile est ergo trigonum *agb*. trigono *dgc*.; et est angulus *abg*. angulo *gcd*. equalis; et angulus *bag*. angulo *gdc*. Quare est sicut *ab*. ad *bg*., ita *dc*. ad *cg*.; et permutatum est sicut *ab*. ad *cd*., ita *bg*. ad *gc*. Similiter est iterum sicut *ab*. ad *cd*., ita *ag*. ad *gd*. Est enim *ab* ex *cd* $\frac{1}{13}$.; quare *bg*. ex *gc*., uel *ag* ex *gd*. sunt similiter $\frac{1}{13}$. Et quoniam quae disiuncte proportionales sunt, et coniuncte proportionales erunt: est ergo sicut *ab*. ad se et ad *cd*., hoc sicut 8 est ad 26, uel 4 ad 13, qui minimi sunt eandem proportionem habentes, ita *bg*. est ad totam *bc*., et *ag*. ad totam *ad*.; ergo *bg*. est ex *bc* $\frac{4}{13}$., et *ag*. ex *ad*. similiter est $\frac{4}{13}$.. Quare si ratiocinata ex dyametro *bc*. acciperemus $\frac{4}{13}$., haberemus lineam *bg*. uel *ag*. Reliquum uero *gc*. uel *gd*. esset $\frac{9}{13}$. ex toto dyametro. Sed quia quadratum dyametri, scilicet de 313., radicem non habet, accepimus quadrata de 4. et de 13, scilicet 16 et 169; et multiplicauimus 16 per 313, et diuisimus per 169.; quia cum est sicut *ab*. ad se et ad *cd*., ita *bg*. ad *bc*.; erit itaque sicut quadratum lineae *ab*. ad quadratum summe iunctionis linearum *ab*. et *cd*., scilicet sicut 64. est ad 676, uel sicut quartum de 64. est ad quartum de 676., scilicet 16. ad 169, ita quadratum lineae *bg*. est ad quadratum dyametri *bc*., scilicet ad 313.; et in eadem proportionem est quadratum lineae *gc* ad quadratum lineae *ad*. Quare recta *ag*. equalis est recte *bg*.; habent enim eandem proportionem ad equalia: et quoniam cum de equalibus equalia tolluntur, quae remanent sibi inuicem equalia sunt. Equalis est ergo recta *gc*. recte *gd*.; et habent proportionem ad totum dyametrum, scilicet ad radicem de 313., sicut *cd*. habet ad se et ad *ab*. rectam. Quae proportio est sicut 9. ad 13. Quare proportio quadrati lineae *gc*. uel *gd*. est ad 313., scilicet ad quadratum dyametri, sicut quadratum de 9. est ad quadratum de 13, scilicet sicut 81. est ad 169. Quare multiplicauimus superius 81 per 313, et diuisimus per 169, et habuimus quadratum lineae *gc*. uel *gd*.; quae oportebat ostendere.

fol. 48 recto.

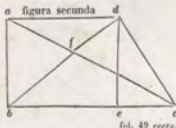
Nam si linea *ca* et *db*. in partes *ab*. protrahantur, donec ad punctum *h*. con-

fol. 48 verso.

* ut in hac ab. equidistant
 (fol. 48 verso, lin. 1-8 et 9; pag.
 80, lin. 1-8).



* acutum angulum est equi-
 distans (fol. 48 verso, lin. ult.,
 marginis inferiore interiori ad ult.
 no pag. 80, lin. 34 et 35).



fol. 49 recto.

currant |, ut in hac alia figura, in qua quadrilaterum $abcd$ transmutatur in trigono hcd ; et uolueris scire quantitatem lineae ah . uel bh . Dimidium capitis ex dimidio abscissionis basis extrahe, scilicet .4. de .9.; super reliquum uero, scilicet super .5., diuide multiplicationem dimidij abscissionis capitis in lineam ca ., scilicet de .4. in 12., exhibunt $\frac{2}{3}$ 10. pro quantitate lineae ah . uel bh .; et si multiplicaueris eadem 4 per cathetum ae ., scilicet per 12; et diuideris per 5., exhibunt $\frac{2}{3}$ 9 pro catheto trigoni hab ., scilicet pro linea ih .: qua protracta usque in punctum h ., erit tota linea hk . cathetus trigonij hcd .; et quoniam in trigono hcd . protracta est quedam recta ab equidistans basi cd ., erit trigonum hai . scilicet trigono hcd ., hoc est quod habent euales angulos adinuicem, scilicet angulus hab . angulo hcd ., scilicet exterior interiori equalis est; et angulus hba . angulo qui ad d . similiter equalis est: communis autem angulus, qui sub ahb . Similia uero trigona circa euales angulos habent latera proportionalia, ut in geometria declaratur. Quare sicut latus ha . est ad ab ., ita hc est ad cd .; et sicut hb est ad ba ., ita hd . est ad dc .: permutatim ergo sicut ha . est ad hc ., ita hb . est ad hd ., et ab . ad cd . Rursus sicut ab ., scilicet basis trigoni hab . est ad basem cd ., ita latus ha . est ad latus hc ., et hb . ad hd , nec non et cathetus ih . ad cathetum hk .; ergo quae pars est ab . ex cd ., scilicet .s. de 1s., eadem pars erit ha ., scilicet $\frac{2}{3}$ 10. ex ac ., scilicet de $\frac{2}{3}$ 23.; et hb ex hd , et cathetus ih . ex catheto hk . Nam .s. de 1s. est $\frac{1}{3}$; quare ha . ex hc . et hb . ex hd ., nec non et ih ex hk . sunt quatuor none. In hac etiam figura est trigonum cea . simile trigono aih ., habent enim angulos euales. Angulus siquidem hia . angulo aec .; quia uterque ipsorum reclusus est; et angulum qui ad c . angulo iah .; quia equidistans est linea ab . lineae cd . Reliquum ergo qui sub ahi . reliquo qui sub cae est equalis, propter tres angulos cuiuslibet trigonij, qui sunt duobus rectis euales. Est enim sicut ce ., scilicet .5., ad ea ., scilicet ad .12., ita ai ., scilicet 4., est ad ih . Quare multiplicauimus superius .4. per 12.; et diuisimus per 5., et habuimus $\frac{2}{3}$ 9 pro catheto hi . Item sicut ec . est ad ca ., scilicet .5. ad .12., ita ia ., scilicet .4. est ad ah . Quare multiplicauimus superius .4. per 12.; et diuisimus per 5., et habuimus $\frac{2}{3}$ 10 pro linea ha .: per has enim proportionem inuestigatur altitudines: et profunditates rerum, ut in suo loco demonstrabimus. SECVSVM uero genus huius tertie differentie est figura, que semicaput abscisa dicitur, cuius duo latera equidistantia sunt, sed non equalia. Reliqua uero duo inequalia, quorum unum eleuatur supra basem secundum rectum angulum, faciens similiter rectum angulum cum capite abscissionis (sic); reliquum uero latus eleuatur ab alia parte basis secundum acutum angulum, ut quadrilaterum $abcd$, cuius latus ad ., scilicet caput, est equidistans | basi bc ., cuius longitudo est pertice .18.; basis bc . perticarum 30.; cathetus ab . 16.; latus quoque dc . 20. Ad habendam ergo aream totius quadrilateri adde 18 cum 30., scilicet caput cum base, erunt .48.; quorum medietas, scilicet .24., multiplica per lineam ab ., scilicet per .16.: ideo quia ipse erigitur orthogonaliter, erunt pertice 484 in embado quadrilateri $abcd$. Verbi gratia: super rectam bc . a puncto d . cathetus de . protrahatur; erit quidem quadrilaterum $abcd$. in duo diuisum, scilicet in quadrilaterum $abcd$. parte altera longius, et in trigono dec . ortogonium; et est bc . equalis ad ., et ad . est 18., et be . est similiter 18.; et de . cathetus catheto ab . est equalis: est enim uterque illorum 16.; area ergo quadrilateri $abcd$. est .288., que colligitur

ex multiplicatione *de*. in *eb.*, hoc est de 16. in .18.: area quidem trigonj *dec.* colligitur ex multiplicatione catheti *de*. in dimidium *ec.*, scilicet .16. in 6. faciunt .96.; quibus additis cum 288., scilicet cum embado quadrilateri *abcd.*, reddunt 384. pro embado quadrilateri *abcd.*, ut predixi.

Er si dyametrum *ac.* habere uis; quia orthogonium est trigonum *abc.*, adde potentias linearum *ab.* et *bc.*, scilicet .250 cum .900., erunt .1156.; cuius radix, scilicet 34., est longitudo dyametri *ac.* Item ut habeas dyametrum *bd.*, adde potentiam catheti *de.* cum potentia basis *eb.*, scilicet 236. cum .324. erunt .560.; quorum radix, que est surda, est longitudo dyametri *bd.* Quare dicemus, dyametrum *bd.* radicem esse de 560.; uel quadratum dyametri *bd.* esse .560. Sed ut sciamus intersecationem dyametrorum, faciemus ut supra, uidelicet addemus capud cum base, scilicet .18. cum 30. erunt .48.: est ergo sicut .18. ad .48., ita *af.* est ad totum dyametrum *ac.* Nam .18. ad .48. est sicut 3 ad 8. Quare est sicut .3. ad .8., ita *af.* est ad *ac.* Quare multiplicabis .3. per 24. et diuidemus per 8., hoc est 3 per 17; et diuidemus per 4., exhibunt $\frac{9}{2}$ 12. pro linea *af.* Reliquum quod est usque in .34., scilicet $\frac{4}{2}$ 21., est linea *fc.* Similiter quia simile est *afd.* trigono *bfc.*, erit sicut *af.* ad *ac.*, hoc est sicut .3. est ad .8., ita *df.* est ad *db.*; ergo *df.* ex *db.* cum $\frac{2}{3}$; remanet *fb.* $\frac{5}{3}$ ex *db.* Sed quia surda est linea *db.*, accipiemus proportionem earum in quadratis ipsorum. Est ergo quadratum de .3. ad quadratum de .8., hoc est sicut .9. est ad .64., ita ad quadratum dyametri *bd.*, scilicet ad 560. est quadratum. lineae *df.*: quare multiplicabimus .9. per 560., et diuidemus summam per 64.; uel multiplicabimus .9. per quantum de .560., scilicet per 145., et diuidemus summam per quantum de .64., scilicet per .16.; quia semper debemus imitari modum euitationis. Quem in libro abbaci docuimus, scilicet accipere minimos numeros eandem proportionem habentes in multiplicationibus et diuisionibus: Est enim .560. ad 64., sicut quarta de 560. ad quartam de 64., exhibunt $\frac{7}{16}$ 81. pro quadrato lineae *df.* Rursus | quia linea *fb.* est $\frac{5}{3}$ ex dyametro *bd.*; multiplicabis quadratum de 5, scilicet 25 per 145, et diuidemus summam per .16., exhibunt $\frac{3}{16}$ 226. pro quadrato lineae *fb.*

Nam si in partes *a* et *d.* recte *ba.* et *cd.* protracte fuerint. donec se tetigerint in punctum *g.*, ut in hac alia figura ostenditur; et uolueris scire quantitatem lineae *ag.*; multiplica quidem *ed.* per *da.*, scilicet .16. per 18. et diuide per *ce.*, scilicet per 12., exhibunt .24. Est enim simile trigonum *dec.* trigono *gad.*; quare est sicut *ce.* ad *ed.*, ita *da.* ad *ag.*: per equale enim erit sicut *ec.* est ad *cd.*, ita *ad.* est ad *dg.* Quare multiplicato *ed.*, scilicet .20., per *da.*, scilicet per 18; et diuiso per *ec.*, reddit .30. pro quantitate *dg.*, ut suprascripta figura ostenditur.

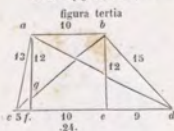
TERTIUM uero genus ex hac tertia differentia est figura, que diuersecaput abscisa dicitur. cuius caput et basis equidistantia et inequalia sunt. Reliqua uero latera eleuantur supra basem secundum acutum angulum; et sunt inequalia, ut quadrilaterum *abcd.*, cuius caput *ab.* est perticarum .10.; et est equidistans basi *cd.*, que est perticarum .24.; latus quoque *ac.* est .13.; latus uero *bd.* .15.: huius enim figure embadum colligitur ex multiplicatione catheti, qui deducitur á capite in basem in dimidium capitis et basis. Nam si ipsam cathetum á puncto *a.*, uel á puncto *b.* supra basem *cd.* protrahere uolueris, oportet primum inuenire casus ipsorum cathetorum; quorum inueniendj modus est, ut extrahas caput á base, scilicet .10. de 24. remanent .14.: de

fol. 49 verso.

* quia linea . . . *da.* scilicet .
 (fol. 49 verso) lin. 1-5; pag. 81,
 lin. 25-32).

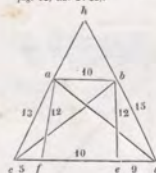


latus uero 11. de inde x (fol. 49 verso, lin. 13-19; pag. 84, lin. 39-43 — pag. 82, lin. 1).



fol. 50 recto.

dato super pro longitudine a (fol. 50 recto, lin. 10-17 e 18; pag. 82, lin. 24-32).



inde extrahe potentiam lateris .ac., scilicet .169., ex potentia lateris .bd., scilicet de 225, remanent .56.; que diuide per .14. suprascripta, exhibunt 4.; que adde cum .14., erunt 18.; cuius dimidium, scilicet .9., est casus longior .de. á parte lateris .bd.: á quibus .9. usque in 14. desunt .5., que sunt casus breuior .fc. á latere .ac., ut in trigonis acutiangulis diximus. Extracta quidem potentia minoris casus, scilicet ex .cf., que est .25., ex potentia lateris .ac., scilicet ex .169., remanent .144.; cuius radix, scilicet .12., est cathetus .af. Similiter extracta potentia .ed. ex potentia .bd., remanebit potentia .be. 144.; quare .be. est .12., sicut .af.: additio quidem capitis et basis, scilicet .10. et .24., faciunt .34.; quorum dimidio, scilicet .17., multiplicato per cathetum .af., uel .be., scilicet per 12., reddunt .204. pro embado quadrilateri .abcd.

Quadratum quoque dyametri .cb. colliges si quadratum linee .ce. cum quadrato catheti .eb. coadunaueris, et est .369., quorum radix est dyameter .cb. Nam si ubi intersecat cathetum .af. scire desideras, hoc dupliciter facere poteris: primum quidem quia equidistant est linee .ab linee .cf., est sicut .ab. ad se et ad .cf., ita .ag. est ad .af.; ergo .ag. est $\frac{2}{3}$ ex .af., scilicet .8., remanet .gf. 4. Sunt enim similia trigona .agb. et .cgb. Similiter et .bg. est $\frac{2}{3}$ ex .bc. Similiter quadratum eius est $\frac{4}{9}$ ex quadrato ipsius dyametrij. Quare multiplica .4. per 369, et diuide per 9.; uel nonam de 369 multiplica per .4., erunt .164. pro quadrato linee .bg.: et quia .bg. est $\frac{2}{3}$ ex .bc., remanet .gc. $\frac{1}{3}$ ex .bc.; quare quadratus eius est $\frac{1}{9}$ de 369, scilicet .41. Aliter quia similia sunt trigona .ceb. et .cgb., est sicut .cf. ad .ce., ita .fg. ad .eb., scilicet tertia pars. ergo .fg. est .4. ut predixi. Similiter propter eandem et .cg. est $\frac{1}{3}$ ex .cb., et cetera.

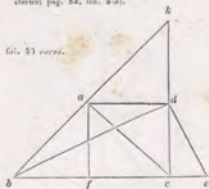
POSSVMUS enim, secundum ea que dicta sunt in hac parte, etiam in trigonis reperire dyametrum .da.; et scire ubi intersecat cathetum .be., nec non ubi se secat cum dyametro .bc., etiam si ab angulis .cd., uel ab aliquo puncto dato super rectam .cd., uel intus, uel extra figuram protraheretur linea super datas partes laterum .db. uel .ca.; et emitteretur extra figuram pariter cum linea .ab., donec insimul coniungerentur, possumus scire punctum coniunctionis ipsarum, nec non et quantitatem linearum protractarum. Nam si latera .ca. et .db. extra educere uolueris, donec ad punctum .h. concurrant caput, scilicet 10 ex base, scilicet de .24. extrahe reliquum, scilicet per 14. diuide multiplicationem capitis .ab. in latus .ac., scilicet de .10. in .12, exhibunt $\frac{5}{6}$ 9 pro linea .ah. Similiter si diuiseris multiplicationem .ab. in .bd., scilicet de .10. in .15. per 14., uenient $\frac{2}{3}$ 10. pro longitudine linee .bh. QUARTVM uero genus est figura, que caput abscisa declinans dicitur, cuius caput et basis sunt inaequalia et equidistantia. Ex reliquis duobus lateribus unum supra basem eleuatur secundum acutum angulum. Reliquum super eandem basem facit angulum amplum, ut in quadrilatero .abcd. subscripto, cuius caput .ad. est pertice .12.; basis uero .bc. pertice .16.; latus quoque .ab. pertice .15.; latus quoque .dc. pertice .12.: hec etiam figura colligitur ex multiplicatione catheti in dimidium capitis et basis ipsius. Nam á puncto .a. supra basem .bc. cathetus cadit infra quadrilaterum .abcd.; á puncto uero .d. cathetus cadet extra. Quare ut inueniamus quantitatem catheti interioris uel exterioris, oportet ut inueniamus primum casus ipsius. Cuius inueniendi modus est ut extrahatur caput á base, scilicet .12. de .16., remanent .4.; quorum potentia, scilicet 16, addatur cum potentia lateris .cd., scilicet cum .169., erunt 185.; que extrahantur ex potentia .ab., scilicet de .225., remanent

.40.; quorum dimidium, scilicet 20, diuidenda sunt per superscripta .4., exhibunt .5. pro exteriori casu .ce., ut in trigono ampligonio demonstrauimus: quibus .3. additis cum base .cb., scilicet cum .16., reddunt .21. pro tota linea .eb.; ex qua extractis .12., que sunt quantitas capitis, remanent .9. pro quantitate casus .fb. interioris. Quare extracta potentia ex .fb., scilicet .81., ex potentia lateris .ba., scilicet ex .225.; uel extracta potentia .ce., scilicet .25., ex potentia .cd., scilicet ex 169, remanebunt .144.; quorum radix, scilicet .12., est cathetus .af. uel .de.: quibus scilicet 12 multiplicatis per dimidium capitis et basis, scilicet per 14., reddunt perticas .168. pro area totius quadrilateri .abcd. In similibus quoque figuris, que capita declinantia nuncupantur, duo catheti que producantur ab angulis capitis in basem, quandoque una cadit interius, et alia exterius, ut in superscripta figura. Quandoque una cadit interius super angulum basis, qui oppositus est ei angulo, á quo cathetus producitur: et alia cadit exterius; quandoque utreque cadunt exterius, ut in his subscriptis figuris ostenditur; quarum figurarum catheti inueniuntur, secundum quod superius demonstrauimus. QVADRATVM quidem ex .be. est .441., et .ed. est .144.; quibus in unum coniunctis faciunt 585. pro quadrato dyametri .bd. Item quadrato linee .cf., scilicet .49., addito cum quadrato catheti .fa., scilicet cum .144., egredientur .193. pro quadrato dyametrij .ac. Secationem uero dyametrorum per ea que superius dicta sunt habere potes. Verum si in partes .ad. latera .ba. et .cd. in puncto .k. protraxerimus, erit quidem .ka. ad .kb., et .kb. et .kd. ad .kc., sicut .ad. est ad .bc., hoc est $\frac{1}{2}$. Quare .ab. ex .kb., et .dc ex .kc. sunt quarta pars. ergo .ka. est triplum ex .ab., et .kd. ex .dc. Quare .ka. est .45., et .kd. est .20. Si QVADRILATERI latera nequaquam equidistantia fuerint, ut in quadrilatero .abcd., cuius latus .ab. est pertice .15.; latus quoque .bc. sit pertice .15.; latus quoque .dc. pertice .17.; latus quoque .da. pertice .16.; quod quadrilaterum mensurati (sic) potest, si habeatur notitia unius dyametrorum, á quo ipsum quadrilaterum diuiditur in duo trigona, quorum area in unum coniunctis reddunt totius quadrilateri. Verbi gratia: sit dyameter .ac. pertice .14., eritque area trigonj .abc. pertice .54.; trigonj .acd. pertice $\frac{1}{2}$ 104.; quibus areis in unum coniunctis reddunt $\frac{1}{2}$ 158. pro embado totius quadrilateri .abcd.: et est hic modus uniuersalis in omnibus quadrilateribus. Vel aliter á puncto .a. protrahatur recta .ae. equidistans lateri .bc.; et secundum ea que dicta sunt in precedenti parte accipiat area quadrilateri .abce., cui superaddatur triangulus .ade., et habebitur area totius quadrilateri .abcd. Preterea est figura, que barbata dicitur, similiter diuersa habens latera, in qua una ex dyametris cadit interius, altera uero exterius, ut in quadrilatero .defg., cuius dyameter .eg. cadit interius á puncto .f. in puncto .d., cadit linea .fd. extra quadrilaterum .d.e.f.g.: huius itaque figure aream habebis, si aream trigonj .deg. cum area trigonj .feg. coadunaueris; uel si ex area trigonj .def. demperis aream trianguli .d.g.f.

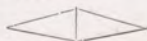
Incipit pars tertia in dimensione camporum plura latera quam quatuor habentium.

Movet itaque metiendi multilateras figuras est, ut diuidas ipsas in trigonos, et areas omnium trigonorum in unum colligas, et sic | habebis aream cuiuslibet multilaterę figure. Et notandum quia multilatera figura, que constat ex quinque lateribus, soluitur adminus in tria trigona. Que uero constant ex sex lateribus in quatuor; et sic semper omnis multilatera figura soluitur in duo trigona minus laterum ipsius. et quamuis

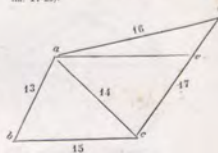
* cum .16. residant .1., uel extracta * (fol. 50 verso, lin. 22-23. e marginis inferiore: interno ad extero; pag. 82, lio. 3-5).



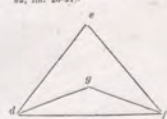
* producantur et alia exterius * (fol. 50 verso, lin. 5 e 6; pag. 82, lin. 9 e 10).



* .ac. Secationem 12.; latus * (fol. 50 verso, lin. 13-15; pag. 82, lin. 17-23).



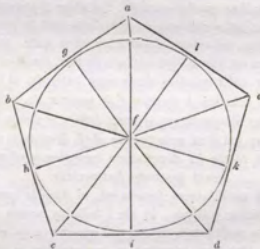
* quadrilateri. Verbi area totius * (fol. 50 verso, lin. 22-27; pag. 82, lin. 26-31).



fol. 51 recto.

per resolutionem ipsarum in trigona multilatera figure mensurare possint, tamen quandoque subtilius in quibusdam procedere possumus, scilicet cum figura fuerit pentagona, hoc est ex quinque lateribus; et poteris ex ea facere duo petia, quorum unum erit trigonum, et alterum fit quadrilaterum, in quo latera ipsius erunt equidistantia, ut in pentagono *abcde.*, ex quo absciso trigono *abe.*, remanet quadrilaterum *ebcd.* caput abscisum, cuius *be.* latus equidistans est lateri *cd.*; tunc colliges aream trigoni *abe.*, et addes eam cum area quadrilateri *bcde.*, et habebis aream pentagoni *abcde.* Similiter cum possibile fuerit de exagono, scilicet ex figura que habent sex latera, facies duo quadrilatera, quorum unumquodque habeat duo latera equidistantia. Vel faciat inde unum quadrilaterum, quod habeat duo latera sibi inuicem equidistantia, et duo trigona; et sic studeas in reliquis figuris multilateribus operari. Verum si figura multilatera fuerit equilatera et equiangulara, quam metiri desideras, aliter quam dictum sit, poteris ad ipsius embadum peruenire, cum in ipsa cadat circulus contingens medium unius cuiusque laterum ipsius. Multiplicabis itaque semidiametrum ipsius circuli per dimidium laterum ipsius figure, et habebis embadum ipsius. Ad cuius rei euidenciam adiaceat pentagonum equilaterum et equiangularum *abcde.* In quo uolumus describere circulum contingentem laterum ipsius, quod sic fit: diuidam angulos *eaab.* et *abc.* in duo equa á duobus (sic) lineis *af* et *fb.*, et protraham lineas *fc.* *fd.* *fe.*, et signabo puncta *g.h.i.k.l.* in medio laterum ipsius, et copulabo lineas *fg.fh.fj.fk.fl.*; quas demonstrabo esse sibi inuicem equales. Quoniam equiangularum est pentagonum *abcde.*, erit angulus *fab.* equalis angulo *fba.*; cum sint dimidium angularum pentagoni. Quare trigonum *fab.* est equicrurium habens latera equales angulos subtendentia sibi inuicem equalia. Quare equalis est recta *fa.* recte *fb.* et *fg.*, que est cathetus super lineam *ab.*, cum cadat in medio ipsius: est enim *fa.*, cum sit medietas recte *ae.*, equalis recte *ag.*: comuniter adiaceat recta *fa.*, erunt due recte *ga.* et *af.* equales duobus rectis *fa* et *al.*; et angulus qui sub *gaf.* equalis est angulo qui sub *fal.*: quare et basis *fl.* equalis est basi *fg.*; et angulus *afg.* equalis est *afg.* angulo *agf.*, rectus qui sub *agf.*, et qui sub *alf.* erit rectus: quare recta *fl.* cathetus est |

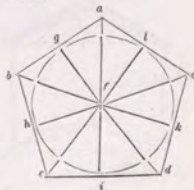
* basis *fl.* cathetus est * (fol. 51 recto, lin. 24-25, e margine inferiore interno ad externo; pag. 54, lin. 27-28).



super rectam *ae.*; et quia *al.* equalis est recte *el.*, si comuniter adiaceat recta *fl.*, erunt duo recte *fl.* et *la.* equales duabus rectis *fl.* et *le.*; et anguli qui ad *.l.* sunt equales; cum rectus sit uterque eorum: quare recta *fe.* equalis est recte *fa.*; et trigonum *af.*l. equale est trigono *lfe.*; et totum trigonum *bfa.* est equale toti trigono *afe.* Similiter ostendetur, quamlibet rectorum *fh.* *fi.* *fk.* equalem esse cui-libet rectorum *fg.* *fl.* Quare centro *f.* spatio unius rectorum *fg.* *fh.* describitur circulus *ghikl.*, et erit pentagonum *abcde.* diuisum in quinque trigona equalia, que sunt *fab.* *fbc.* *fed.* *fde.* *fea.*; et catheti cadentes in ipso sibi inuicem sunt equales, qui sunt *fg.* *fh.* *fi.* *fk.* *fl.*: et quia ex ductu *fg.* in dimidium *ab.* prouenit area trigonj *fab.*; si multiplicauerimus semidyametrum circuli cadentis in pentagono, scilicet *fg.*, in quincuplum medietatis *ab.*, hoc in medietate laterum pentagonj *abcde.*, prouenit quincuplum aree trigonj *fab.*, hoc erit area pentagonj *abcde.*, ut prediximus. Similiter ueniet in omni figura equilatera et equiangulara, in qua cadit circulus. Ex hoc enim manifestum est, quod multiplicatio semidyametrj circuli in plus medietate linee circumferentis facit plus embado ipsius circuli. Possumus autem pentagonum equilaterum et equiangularum alio modo metirj, cum cadat in circulo contingente omnes angulos ipsius. Multiplicetur quidem medietas, idest dodrans et quarta ipsius dyame-trj, per medietatem, idest destunce et tertiam cordę anguli pentagonicj, et habebis embadum ipsius: ad cuius rei euidenciam sit pentagonum *abgde.* descriptum in circulo *abgde.*, cuius dyameter sit *az.*, et centrum eius sit *c.*; et copuletur recta *be.*, que est corda anguli pentagonicj *bac.*; et accipiat *ci.* medietas semidyametrj *az.*, et erit tota *ai.* medietas et quarta totius dyametrj *az.*; et sit sicut *ai.* ad *ac.*, ita *te.* ad *tk.*: est enim *ac.* ex *ai.* due tertie: similiter et *tk.* est due tertie ex *te.*, hoc est ex *tb.*; equalis quidem est *bt.* ex *te.*; quare *tk.* est tertia pars totius cordę *be.*; quare *bk.* est medietas et tertia cordę *be.* Dico quidem quod ex multiplicatione *ai.* in *bk.* prouenit embadum pentagonj *abgde.*; quod sic probatur: quia est sicut *ia.* ad *ac.*, ita *te.* ad *tk.*; erit multiplicatio *ca.* in *te.*, hoc est in *tb.*, equalis multiplicationi *ia.* in *tk.* Sed ex multiplicatione *ca.* in *bt.* prouenit duplum trigonj *cba.*; ergo ex ductu *ai.* in *tk.* prouenit duplum trigonj *cba.*; et quia *tk.* dupla est ex *ek.*; si multiplicauerimus *ia.* in *ek.*, proueniet equale trigono *cba.*, quod est quinta pars totius pentagonj *abgde.* Quare si multiplicauerimus *ai.* in *bk.*, scilicet quincuplum ex *ke.*, proueniet utique | quincuplum aree trigonj *cba.*: sed quincuplum trigonj *cba.* est equale pentagono *abgde.*; ergo ex ductu *ai.* in *bk.* prouenit embadum pentagonj *abgde.*, ut predixi. Et notandum, quod si dyameter circuli fuerit ratiocinatus, tunc latus pentagonicum cadens in ipso erit linea minor, scilicet radix recisi quarti, uel abscessionis quartę; que absicio constat ex numero minus radice: quorum duorum nominum maius nomen potest super minus, eo quod ab incommensurabilj sibi longitudine et corda anguli pentagonicj erit linea maior, scilicet radix binomij quartj; quod constat ex numero et radice, cuius nomen maius potest plus minore, eo quod ab incommensurabilj sibi longitudine sunt eorundem nominum latus pentagonicum et corda angulj pentagonicj: ut si latus pentagonicum *ab.* fuerit radix de *.40.* minus radice de *.220.*; et corda *be.* erit radix de *.40.* et radice de *.320.*; et hoc est cum dyametrum *az.* ponimus esse *s.*, ut in suo demonstrabitur loco.

fol. 51 verso.

* anguli qui . . . *ab.* prouenit *
(fol. 51 verso, lin. 2-10; pag. 85,
lin. 2-0).

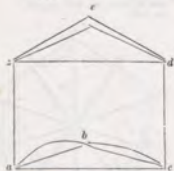


* sit *ac.* et . . . *tb.* equalis * (fol.
54 verso, lin. 23-30; pag. 85, lin.
20-24).



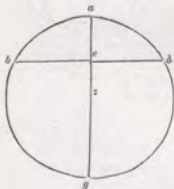
fol. 52 recto.

* Et uero *zed. indicabo* s (fol. 32 recto, lin. 14-20; pag. 86, lin. 1-7).



fol. 32 verso.

* *bd. et erit proueniet similiter* s (fol. 32 verso, lin. 6-13; pag. 86, lin. 26-34).



Si uero campus rectilineus non fuerit, ut quadrilaterum *abcedz.*, cuius duo latera *az.* et *cd.* sunt rectilinea, reliqua uero *abc.* et *dez.* sunt curua; qualiter ipsum etiam et similia mensurari debeas, indicabo. Ex *a.* quidem in *c.* et ex *z.* in *d.* recte protrahantur *ac.* et *dz.*; deinde quadrilaterum *acdz.* rectilineum aream, secundum ea que dicta sunt, colligere studeas; super quam aream uentris *zed.* superadde; ex quo toto diminuas aream uentris *abc.*, et habebis aream quesiti campi. Nam qualiter habeatur area uentris *zed.* indicabo: super dimidium arcus *zed.* punctum fige *e.*, et copulabis rectas *ez.* *ed.*, et erit trigonum *zed.* rectilineum, et remanebunt ex toto uentre *zed.* uentres *zge.* et *ead.*; in unoquoque quorum, si eodem modo trigona rectilinea ordinaueris, remanebunt uentres *myr*, quos solueris eos in triangulos rectilineos; et hoc eodem modo si semper fiet in reliquis uentribus, ueniet aliquando quod ex toto uentre *zed.* non remanebit aliquid sensibile: unde si aream omnium trigonorum contentorum infra uentrem *zed.* coniunxerit, habebis siquidem aream uentris *zed.* Similiter si eodem modo processeris in uentre *abc.*, habebis utique aream ipsius.

Incipit pars quarta in dimensione circularum et eorum partium.

Cum itaque campum rotundum, id est circulum, mensurare desideras, ipsius dyametrum notitiam habeas; quem in $\frac{1}{2} \times 3$ multiplica, uel in .22 extende; et quod ex multiplicatione prouenerit per 7 partire, et habebis quantitatem linee circumferentis, et continens ipsum circulum. Cum dimidium dyametrum per dimidium circumferentis linee duxeris, nimirum area ipsius circuli inde proueniet: uel ex quadrato sui dyametrum undecim quartas decimas accipe; et habebis similiter circuli embadum. Vel si secundum pisanum modum mensurare desideras, dyametrum in se multiplica; et quod prouenerit diuide per 7, et habebis panora embadi ipsius circuli. Et ut hec omnia apertius declarantur; adiaceat circulus *abgd.*, in quo sumantur duo puncta *bd.*; et copuletur recta *bd.*, et diuidatur in duo equa super *e.* punctum, a quo protrahatur recta *ag.*, faciens rectos angulos cum recta *bd.*; et erit utique recta *ag.* dyametrum circuli, in cuius dimidio est centrum ipsius circuli, quod sit *z.*; et ponamus, dyametrum *ag.* esse .14 perticarum; que si multiplicauerimus per $\frac{1}{2} \times 3$, proueniet pertice .44. pro linea circumferente *abgd.*; que uocatur periferia: uel 14. per 22 multiplica; et quod prouenerit diuide per 7, et ueniet similiter 44 pro curua *abgd.*; cuius dimidium, scilicet .22., si per dimidium dyametrum multiplicauerimus, proueniet 154 pro embado circuli *abgd.* Vel si de quadrato dyametrum, quod est 196., acciperis $\frac{1}{2} \times 3$, scilicet multiplicabis 196 per 11, et diuides per 14.; uel quartam decimam partem de 196., que est .14., extende per .11., et proueniet similiter 154 pro embado ipsius. Similiter si dyametrum in se multiplicauerimus, erunt 196; quibus diuisis per 7, inueniet panora 28 pro embado circuli *abgd.*, quibus equatur pertice 154. superius inuenit; cum unumquodque panorum contineat perticas $\frac{1}{2} \times 5$.

Er si per notitiam circumferentis linee dyametrum circuli habere desideras, ipsam in $\frac{1}{2} \times 3$ diuide, hoc est septuplum eius diuide per 22. Verbi gratia: sit linea circumferens 44.; quorum septuplum si diuiderimus per 22; uel si uigessimamsecundam partem de 44 multiplicauerimus per .7., nimirum .14. pro eius dyametro proueniet: et si embadum circuli ex linea circumferente tantum habere desideras, quadratum medietatis ipsius per 7 multiplica; et quod proueniet diuide per 22. Verbi gratia: medietas curue *abgd.* est 22, quorum quadratum est .484.; quod per 7 multiplicatum facient 3388.; quibus per

22 diuisis, ueniunt 134., ut superius inuenimus: uel si 484 diuiderimus per 22, ueniunt .22; quibus multiplicatis per 7 faciunt similiter 154. Et si dyameter circuli fuerit .10., erit utique circunferens linea $\frac{2}{3}$ 31., que proueniunt ex multiplicatione .10. in $\frac{4}{3}$ 3. Quare si dimidium dyametri, scilicet .5., multiplicauerimus per dimidium circunferentis lineę, scilicet per $\frac{5}{3}$ 15, ueniunt $\frac{4}{3}$ 78. Vel si quadratum dyametri, scilicet 100., multiplicauerimus per 11, et summam diuiderimus per 14.; uel si .11. multiplicauerimus per dimidium de 100, et summam diuiderimus per dimidium de 14, scilicet per 7, proueniunt utique $\frac{4}{3}$ 78 pro area suprascripti circuli. Vel si 100 diuiderimus per 7, proueniunt panora $\frac{4}{3}$ 14., que equantur perticis $\frac{4}{3}$ 78 suprascriptis. Et si $\frac{2}{3}$ unius panori in usitatas partes reducere uis, scilicet in sordos et denarios, multiplica 2, que sunt super uirgam, per sordos unius panori, erunt soldi 33; quos diuide per 7, ueniunt soldi 4 et denarii $\frac{4}{7}$ 8 mensure. Ergo pro embado suprascripti circuli habetur statorum unum et panora duo | et soldi $\frac{4}{7}$ 8 et denarii $\frac{4}{7}$ 8; et sic studeas facere in similibus. Verum si nosse uis unde habeatur quod ex multiplicatione semidiametri circunferentię dimidium embadum circuli proueniat, reiterabo circulum *abgd.*, cuius centrum sit *e.*; et describam in ipso rectilineum aliquod, et quocumque uoluerit laterum; et sit quadrilaterum *abgd.*, quod resolua a centro *e.* in quatuor trigona, uidelicet secundum numerum laterum ipsius, que sint *e.ab. eb.g. egd. eda.*; et est equicrurium unumquodque ipsorum; cum linee *ea. eb. eg. ed.* sibi inuicem sint equales; sunt enim a centro ad periferiam ducte: quare si in ipsis trigonis catheti producuntur a centro *e.*, cadet unusquisque super dimidium basis sui trigoni. Quare ponamus super dimidium ipsorum trigonorum puncta basium *z. i. t. k.*, per que puncta producantur a centro *e.* ad periferiam recte *el. em. en. eo.*; et copulentur *al. lb. bm. mg. gn. nd. do. oa.*, et erunt quatuor trigona super bases *ab. bg. gd. da.* constituta: et quoniam recta *ez.* cathetus est super rectam *ab.*; si multiplicauerimus *ez.* in dimidium *ab.*, proueniunt utique embadum trigonj *eab.* Similiter quia *iz.* cathetus est trigonj *lab.*, proueniet utique ex *zl.* in dimidium *ab.* embadum trigonj *lab.* Quare si multiplicauerimus totam *el.*, scilicet semidiametrum circuli, in dimidium *ab.*, proueniet utique embadum quadrilateri *ealb.* Simili quoque modo si multiplicauerimus *em.*, scilicet *el.*, in dimidium lineę *bg.*, proueniet embadum quadrilateri *ebmg.* Eodemque modo si multiplicauerimus *en.* in dimidium *gd.*, et *eo.* in dimidium *da.*, proueniet embada quadrilaterorum *egnd.* et *edoa.*; hoc est si multiplicauerimus *el.*, scilicet semidiametrum in dimidium laterum quadrilaterj *abgd.*, proueniet embadum multilaterę figurę cadentis in circulo. Sed embadum ipsius multilaterę figurę, que est *albmngdo.*, est minor embado circuli. Ergo ex multiplicatione semidiametri circuli in dimidium rectarum *ab. bg. gd. da.* proueniet minus embado circuli. Sed dimidium linearum *abgd.* minus est medietate circunferentię *abgd.* Ergo ex multiplicatione semidiametri circuli in minus dimidio circunferentię ipsius circuli facit minus embado circuli: demonstrauimus itaque in preterita parte in dimensione multilaterum figurarum continentium circulum, quod ex multiplicatione semidiametri circuli in plus medietate circunferentię ipsius prouenit plus embado circuli. Quare concluditur, quod ex multiplicatione semidiametri circuli in dimidium lineę circunferentis prouenit embadum ipsius. Sed querendum rursus est vnde procedat inuentio embadj circuli per

fol. 53 recto.

* rectilineum aliquod et copulauerunt a (fol. 53 recto, lin. 4-19 e 41; pag. 87, lin. 16-23).



fol. 53 verso.

fol. 54 recto.

adsumptionem undecim quartarum decimarum quadrati sui dyametrij. Quoniam embadum alicuius circuli ad embadum alterius est sicut quadratum dyametrij unius ad quadratum dyametrij alterius, ut Euclides in secundo theoremate duodecimj sui libri demonstravit. Erit permutatim sicut quadratum dyametrij | alicuius circuli ad embadum ipsius, ita omnia quadrata dyametrorum omnium circulorum erunt ad embada ipsorum circulorum. Quare cum inuenta fuit proportio quadrati dyametrij unius circuli ad suum embadum, tunc fuit inuenta proportio quadrati dyametrij unius cuiuslibet circuli ad suum embadum. fuit enim quadratum dyametrij superscripti circuli 196., et embadum ipsius 154, quorum proportio est sicut 14 ad 11. in minimis numeris. Quare erit sicut 14 ad quadratum dyametrij cuiusvis circuli, ita 11. erit ad embadum ipsius. Vnde cum multiplicauerimus 11. per quadratum dyametrij cuius vis circuli; et summam diuiserimus per 14., proueniet embadum ipsius circuli; quod oportebat ostendere. Similiter si perticas 154 redigemus in panora, uenient panora 28. Ergo erit sicut 196 ad panora 28., ita quadratum dyametrij cuius vis circuli erit ad panora continentia embadum ipsius. Sed 196 ad 28. sunt sicut 7 ad 1.; quare erunt sicut 7. ad 1., ita quadratum dyametrij cuius vis circuli erit ad panora embadi ipsius. Quare si ex quadrato dyametrij cuius vis circuli septimam acceperimus, nimirum panora, que sunt in embado ipsius circuli, prouenient, ut superius demonstrauimus. Et notandum, quia que proportio est unius quantitatis ad aliam, eadem erit cuius vis multiplicis unius ad idem multiplex alterius. Quare que proportio est dyametrij antecedentis circuli ad dyametrum consequentis, eadem erit lineae circunferentis antecedentis circuli ad lineam circunferentis consequentis. Et eadem erit proportio medietatis lineae circunferentis antecedentis circuli ad medietatem lineae circunferentis consequentis. Quare erit sicut quadratum dyametrij antecedentis circuli ad quadratum dyametrij consequentis, ita quadratum semicircunferentie antecedentis ad quadratum semicircunferentie consequentis: et quia est sicut quadratum dyametrij antecedentis circuli ad quadratum dyametrij consequentis, ita embadum ad embadum: erit utique sicut quadratum semicircunferentie antecedentis circuli ad quadratum semicircunferentie consequentis, ita embadum antecedentis circuli ad embadum consequentis: permutatim ergo erit sicut quadratum semicircunferentie antecedentis circuli ad suum embadum, ita quadratum semicircunferentie consequentis erit ad suum embadum; fuit medietas lineae circunferentis supradicti circuli 22, cuius quadratum est 484; et embadum eius fuit 154; quorum proportio in minimis numeris est sicut 22. ad 7; ergo sicut 22 est ad 7, ita quadratum semicircunferentis lineae cuius vis circuli erit ad suum embadum. Quare cum multiplicentur 7 per quadratum | semicircunferentis lineae alicuius circuli; et summa diuiditur per 22, prouenit utique embadum ipsius circuli. OSTENDENDUM est etiam quomodo inuentum fuit, lineam circunferentem omnis circuli esse triplam et septimam sui dyametrij ab ARCHITENDE phylosopho; et fuit illa inuentio pulchra et subtilis ualde: quam etiam reiterabo non cum suis numeris, quibus ipse usus fuit demonstrare; cum possibile sit cum paruis numeris ea que ipse cum magnis ostendit plenissime demonstrare. Adiaceat quidem circulus *abgd.*, cuius dyameter sit linea *ag.*; et centrum eius sit *c.*; et protraham lineam *ae.* contingentem circulum super punctum *a.* Quare dyameter *ag.* cathetus est super rectam *ae.*: deinde super rectam *ac.*; et in ipso puncto *c.* protraham angulum *ace.*, qui

sit tertia pars recti; quare angulus $.aec.$ erit $\frac{2}{3}$ unius anguli recti, cum angulus $.eac.$ sit rectus. Sunt enim omnis trigonj tres anguli duobus rectis equales: et iaceat $.az.$ equalis recte $.ae.$; et copuletur recta $.cz.$, et erit trigonum $.caz.$ equale trigono $.cae.$; et angulus $.cza.$ equalis est angulo $.cea.$: est enim unus quisque eorum $\frac{2}{3}$ angulj recti. Similiter cum angulus $.ecz.$ duplus sit angulo $.eca.$, erit similiter angulus $.ecz.$ $\frac{2}{3}$ angulj recti: equiangulum ergo est et equilaterum trigonum $.cez.$; quare recta $.ez.$ erit latus

id est circa circulum $.abgd.$

exagonj equilaterj et equiangulj continentis circulum $.abgd.$ Quibus ita per ordinem peractis, ponam $.ce.$ esse 30; quare $.ae.$ erit 15: et quia orthogonium est trigonum $.cae.$, si ex quadrato lateris $.ce.$ tollatur quadratum lateris $.ae.$, scilicet .225 de 900, remanebunt 675 pro quadrato lateris $.ca.$; ergo latus $.ca.$ est radix de 675: quam si subtiliter ceperemus, inueniemus, ipsam esse secundum propinquitatem perticarum .26. minus unceis $\frac{1}{12}$. 2. Constat enim pertica ex unceis .108.: deinde diuidatur angulus $.eca.$ in duo dimidia á linea $.cf.$, que diuidet arcum $.ab.$ super punctum $.y.$ Et cum habeatur ex demonstrationibus EVCLIDIS, equales angulos á centro super equales periferias consistere; equalis est ergo periferia $.ay.$ periferie $.by.$: fuit itaque $.ae.$ semilatus exagonicj. Quare et $.af.$ erit se-

id est circa circulum $.abgd.$

milatus dodecagonj continentis circulum $.abgd.$ Et quia angulus $.eca.$ in duo equa diuisus est á linea $.cf.$, proportionaliter erit sicut $.ec.$ ad $.ca.$ ita $.cf.$ ad $.fa.$, ut EVCLIDIS in sexto declarauit libro: quare erit sicut coniunctum ex $.ec.$ et $.ca.$ ad $.ea.$, hoc est sicut 56 minus unceis $\frac{1}{12}$ 2 est ad $.ea.$, ita coniunctum ex $.ef.$ $.fa.$, quod est .15., ad lineam $.fa.$: permutatim ergo erit sicut coniunctum ex $.ec.$ et $.ca.$ ad $.ea.$, hoc sicut 56 minus unceis $\frac{1}{12}$ 2 sunt ad 15., ita $.ca.$ erit ad $.af.$ Quare ponam $.ea.$ esse 56 minus $\frac{1}{12}$ 2, et $.af.$ erit 15. Quare | si coniunxerimus quadrata linearum $.ca.$ et $.af.$, habebimus pro quadrato linee $.cf.$ 3259 minus unceis $\frac{2}{3}$ 16; quorum radix, que est 58, minus unceis $\frac{1}{3}$ 4, est latus $.cf.$ Deinde diuidam angulum $.fc.$ in duo equa á linea $.ch.$; et erit $.ah.$ semilatus figure equilaterę habentis latera .24., et descripta circa circulum $.abgd.$: et quia angulus $.fca.$ diuisus est in duo equa á linea $.ch.$, erit proportio coniuncti ex $.fc.$ et $.ca.$ ad $.ca.$ sicut $.fa.$ ad $.ah.$: permutatim ergo erit sicut coniunctum ex $.fc.$ et $.ca.$ ad $.fa.$, hoc est sicut 114 minus unceis $\frac{1}{6}$ 6 ad .15., ita $.ca.$ ad $.ah.$: quare ponam $.ca.$ esse .144 minus unceis $\frac{1}{6}$ 6, et $.ah.$ erit 15; quare si ex coniunctione quadratorum ipsorum radicem acceperimus, habebimus 115 minus unceis $\frac{16}{21}$ s. pro linea $.ch.$ Rursus diuidam angulum $.hca.$ in duo equa cum linea $.ci.$; et erit $.ai.$ semilatus equilaterę figure habentis latera .48, et descriptę circa circulum $.abgd.$, cuius $.ai.$ proportio ad $.ac.$ erit sicut .15. ad coniunctum ex $.ac.$ et $.ch.$, hoc est ad 229, minus unceis $\frac{11}{12}$ 15, secundum maximam propinquitatem. Non enim possumus uere procedere quando oportet inuenire radices numerorum surdorum, eorum uidelicet qui radicem non habent in numeris. Ponam ergo $.ca.$ esse 229 minus unceis $\frac{11}{12}$ 15; et $.ai.$ ponam esse .15.; et diuidam iterum angulum $.ica.$ in duo equa á linea $.ck.$, et erit $.ak.$ semilatus figure descriptę circa circulum $.abgd.$, habentis latera .96. continentia ipsum circulum. Ad dam iterum quadrata linearum $.ca.$ et $.ai.$; et habeo quadratum lateris $.ci.$, cuius radix est 229, et unce $\frac{1}{12}$ 7 aliquantulum minus; sed proportio $.ca.$ ad $.ak.$ est sicut proportio coniuncti ex $.ic.$ et $.ca.$ ad $.ai.$; ergo proportio $.ca.$ ad $.ak.$ est quasi $\frac{1}{2}$ 458 ad 15. Sed proportio $.ca.$ ad $.ak.$ est sicut proportio dyametrij $.ga.$ ad duplum

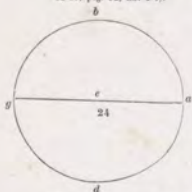
lineę supra
dyametrum

fol. 54 verso.

recte ad rectam *ad.*, hoc est sicut 56 minus unceis $\frac{1}{11} 2$. ad 15., ita *gd.* ad *dl.*: et quia angulus *agd.* in duo equa diuisus est a linea *gm.*, equalis est angulus *agm.* angulo *dgm.*, et angulus *gdl.* equalis est angulo *gma.*: est enim uterque eorum rectus, cum sit in semicirculo *gdma.*; reliquus ergo angulus, qui sub *gld.*, reliquo, qui sub *gam.* est equalis; equiangulum ergo est trigonum *gdl.* trigono *gma.*: quare est sicut recta *gd.* ad *dl.*, ita recta *gm.* ad *ma.*: quare ponam *gm.* esse 56 minus unceis $\frac{1}{11} 2$; et *ma.* recta erit 15; et est recta *am.* latus dodecagoni, cum periferia *am.* dimidium sit periferie *amd.* Rursus diuidam angulum *agm.* in duo equa cum linea *gno.*; et copulabo rectam *ao.*, et inueniam radicem coniunctam ex quadratis linearum *gm.ma.*, que est 58 minus unceis $\frac{1}{5} 4$ pro latere *ag.*; et erit sicut coniunctum ex *ag.* et *gm.* ad lineam *ma.*, hoc est sicut 114 minus unceis $\frac{7}{6} 6$. ad 15., ita *gm.* ad *mn.* Sed sicut *gm.* ad *mn.*, ita *go.* ad *oa.*: sunt enim trigona *gm.* et *goa.* similia et orthogonia: est ergo sicut 114. minus unceis $\frac{7}{6} 6$. ad 15., ita *go.* ad *oa.*: quare ponam *go.* esse 114 minus $\frac{7}{6} 6$ uncie, et *oa.* 15; et accipiam iterum radicem ex quadratis linearum *go.* et *oa.*, et habebō pro linea *ga.* 115 minus unceis $\frac{10}{7} 8$; et linea *oa.* est latus figure descripte intra circulum *abgd.*, habentis latera .24: dididam rursus angulum *ago.* in duo media a linea *gg.*; et erit sicut *ag.* et *go.* ad *oa.*, ita *go.* ad *op.* Sed sicut *go.* ad *op.*, ita *gg.* ad *qa.*; erit ergo sicut 229, minus unceis $\frac{11}{7} 15$, ad 15., ita *gg.* ad *qa.*: quare ponam *gg.* esse 229 minus unceis $\frac{11}{7} 15$, et *qa.* 15; et coniungam quadrata eorum; et coniuncto radicem inueniam, et habebō .229, et parum minus de unceis $\frac{1}{2} 37$; et est *aq.* latus figure habentis latera 48. Diuidam iterum angulum *agg.* in duo equa a linea *grs.*; et copulabo *sa.*, que erit latus figure habentis latera .96. cadentis intra circulum *abgd.*; et quia angulus *agg.* diuisus est in duo equa cum linea *gs.*, erit proportio *gg.* ad *qr.* sicut *ag.* et *gg.* ad *qa.*, hoc est sicut $\frac{1}{2} 458$ ad 15., ita *gg.* ad *qr.* Sed sicut *gg.* ad *qr.*, ita *gs.* ad *sa.*, cum trigona *gqr.* et *gsa.* sint similia: quare erit sicut $\frac{1}{2} 458$ ad 15., ita *gs.* ad *sa.*: coniungam iterum quadrata linearum *gs.* et *sa.*, et coniuncto radicem inueniam, et habebis $\frac{1}{2} 458$ pro diametro *ga.*: multiplicabo ergo rectam *sa.* per 96, erunt 1440 pro summa omnium laterum figure descripte intra circulum *abgd.*: quare est sicut 1440 ad $\frac{1}{2} 458$, ita omnia latera predictę figure in circulo *abgd.* descriptę sunt ad dyametrum circuli *ga.* Inuenimus per inuestigationem lateris exterioris figure, quod proportio omnium laterum ipsius ad dyametrum circuli est sicut 1440 ad $\frac{1}{2} 458$; et linea circumferens est minus omnium laterum figure continentis circulum; et est plus omnium laterum figure descriptę intra circulum; erit proportio circuli ad suum dyametrum, sicut 1440 ad $\frac{1}{2} 458$, cum sint in medio inter $\frac{1}{2} 458$ et $\frac{1}{2} 458$. Sed proportio de 1440 ad $\frac{1}{2} 458$ est sicut triplum unius numerorum ad triplum alterius, hoc est sicut 4320 ad 1275; quorum proportio in minimis numeris est sicut 864 ad 275: sed proportio de 864 ad 275, minus $\frac{1}{11}$, est sicut $\frac{1}{2} 3$ ad 1; et quia parua est differentia inter proportionem, quam habet circulus ad suum dyametrum, et proportionem, quam habent $\frac{1}{2} 3$ ad 1; ideo posuerunt sapientes antiqui, circulum esse triplum et septimam sui dyametrij; et hoc uolui ostendere.

SI autem campum semicircularem metirj desideras, embadum ipsius circuli per unum ex demonstratis modis quere; et dimidium eius habes pro embado ipsius semicirculi.

* Quare si acciperimus . . . quod est .576. * (fol. 55 verso, l. lin. 31-33; pag. 92, lin. 2-7).



* panora embadi uni recto sunt * (fol. 56 verso, lin. 4-11; pag. 92, lin. 10-17).



(fol. 56 verso.

72 12
 72 12

Ad cuius rei evidentiam esto semicirculus *abg.*, cuius dyameter *ag.* sit .24.; et expleatur circulus *abgd.*; et erit supplementum *adg.* similiter semicirculus. Quare si acciperimus dimidium embadi circuli *abgd.*, habebimus utique embadum dati semicirculi *abg.* Vel dimidium dyametri, scilicet 12, in $\frac{1}{2}$ 3 multiplica, et habebis $\frac{3}{2}$ 37 pro arcu *abg.*: cumque dimidium dyametri per dimidium arcus *abg.* multiplicaueris; uel si quartam partem dyametri in toto arcu *abg.* duxeris, uenient $\frac{1}{2}$ 225 pro embado semicirculi *abg.*: uel si ex quadrato dyametri, quod est .576. | undecim uigeximas octauas acciperis; uel si ex quadrato ipsius dyametri uigeximam optauam acciperis, et eam per 11 multiplicaueris, ad eundem embadum peruenies: et si ex quadrato dyametri quartam decimam partem acciperis, habebis panora embadi suprascripti, que sunt $\frac{3}{2}$ 41. Et si ad notitiam arcus *abg.*, qui est semilinea circumferentia circuli aliter uenire desideras, á centro *e.* super dyametrum *ag.* lineam *eb.* orthogonaliter erigas, que erit semidyametrj circuli *abgd.*; et copulabis rectas *ab. bg.*, et erit angulus, qui sub *abg.* rectus; cum sit in semicirculo *abg.*: uel quia *be* equalis est rectis *ea.* et *eg.*, erit utrumque trigonum *aeb.* et *beg.* equicrurium: quare anguli, qui sub *eba.* et *eab.* et *ebg.* et *bge.* sibi inuicem sunt equales; et est unusquisque eorum dimidium anguli recti: quare duo anguli, qui sub *abe.* et *ebg.* uni recto sunt equales; rectus est ergo angulus, qui sub *abg.*: et quia due recte *ae.* et *eb.* duabus rectis *be.* et *eg.* sunt equales; et anguli, qui sub *aeb.* et *beg.* sunt recti, equales erant sibi inuicem recte *ab.* et *bg.*; quare quadratum dyametri *ag.* est duplum quadrato unius cuiusque linearum *gb.* et *ba.*, nec non et unum quodque quadratorum linearum *gb.* et *ba.* unicuique quadratorum linearum *ae.* et *be.*: et iterum *be.* et *eg.* est duplum; quare est sicut *ag.* ad *gb.*, ita *gb.* ad *be.*, uel ad *eg.*: quare si multiplicauerimus *ag.* in *be.*, scilicet .24. per 12, habebimus .288. pro quadrato uniuscuiusque linearum *ab.* et *bg.*: uel si quadrati dyametri *ag.* dimidium acciperimus; aut duplicauerimus quadratum semidyametrj *ge.* uel *ea.*, habebimus similiter .288. pro quadrato unius cuiusque linearum *gb.* et *ba.*; et est *ge.* arcus medietatis semicirculi *abg.*: deinde si diuiserimus cordam *bg.* super punctum *c.* in duo equa; et per puncta *c.e.* protraxerimus lineam *df.*, erit *df.* dyameter circuli *abgd.*; et faciet angulos rectos super punctum *c.* cum corda *bg.*, nec non et diuidet arcum *bfg.* in duo equa. Quare si á puncto *f.* protraxerimus lineas *fb.* et *fg.*, erit unaqueque ipsarum corda quartę partis semicirculi *gba.*: ad quarum notitiam ueniemus sic: quia angulus, qui sub *bce.*, est rectus; si quadratum linee *bc.*, quod est 72, scilicet quartam partem quadrati cordę *bg.* extraxerimus ex quadrato linee *be.* subtendentis angulum rectum, qui sub *bce.*, remanebunt .72. pro quadrato linee *ce.*: quare tota *dc.* est 12, et radix de 72.; et uocatur binomia, cum non possit exprimi ipsa in numeris. Vnde si extraxerimus *ac.* ex *ef.*, remanebunt .12. minus radice de .72. pro linea *cf.*: et uocatur ipsa linea *cf.* abscisio, uel recisum, aut apotamj, cum constet ex numero minus radice: deinde accipiemus quadrata linearum *fc.* et *cb.*, et habebis quadratum cordę *bf.* uel *fg.*: nam qualiter accipiamus quadratum | abscisionis *cf.*, uolo presentialiter demonstrare: pones nomina ipsius, scilicet 12 et 72, ut in margine cernitur; et multiplicabis 12 per 12, erunt 144; et radicem de 72 per radicem de 72, erunt 72; quibus iunctis insimul, erunt .216.; de quibus extrahes duplum de 12 multiplicatum in radicem de 72,

uenient 24 radices de 72; et sic habentur pro quadrato lineę .cf. 216, minus 24 radicibus de 72, que sunt una radix de 41472. Vel quia linea .cf. diuisa ut libet super punctum .c., erunt duo quadrata linearum .cf. et .ec. equalia quadrato .cf., et duplo rectiangule superficię .ec. in .cf. Nam quadrata linearum .cf. et .ec. sunt 216; de quibus si auferamus duplum multiplicationis .cf. in .ec., scilicet 24. in radicem de .72., prouenient utique 216 minus radice de 41472; et uocatur recisum primum, ut in suo demonstrabitur loco: cui quadrato si addiderimus quadratum lineę .bc., hoc est 72, habebimus 288 minus radice de 41472 pro quadrato corde .bf.; quod uocatur recisum quartum, cuius radix est illa linea, que dicitur minor. Nam si secundum propinquitatem notitię lineę .bf. habere uis, radicem de 41472, que est parum minus de $\frac{7}{11}$ 203, de 288 extrahe, remanebunt parum plus de $\frac{1}{4}$ 84 pro quadrato unius cuiusque m^{or} cordarum .gf. .fb. .bh. .ha.: uel aliter quadrato lineę .ce. radicem inuenias, que est parum minus de $\frac{1}{4}$ 8; et ipsam extrahe ex linea .cf., scilicet ex 12., remanebunt parum plus de $\frac{1}{4}$ 3 pro linea .cf.; quorum quadratum, quod est parum plus de $\frac{1}{4}$ 12, si addiderimus cum quadrato lineę .bc., habebimus similiter parum plus ex $\frac{1}{4}$ 84 pro quadrato unius cuiusque superscriptarum m^{or} cordarum: quod si multiplicauerimus per quadratum quaternarij, scilicet per 16., habebimus 1350 pro quadrato summe ipsarum m^{or} cordarum, quorum radix est circa $\frac{3}{4}$ 36. Sed arcus .abg. est $\frac{2}{3}$ 37. Vnde adhuc sumus aliquantulum longe a notitia ipsius per inuentionem quatuor cordarum. Quare diuidam iterum unam ex m^{or} predictis cordis in duo equa; et sit corda .ah. diuisa super punctum .I.; et protraham per puncta .i.e. dyametrum .kl., que diuidit arcus .akh. in duo equa super punctum .k.; et protraham cordam .ak., erit latus figure cadentis in circulo .abgd. habentis latera 16: et ueniam ad notitię eius secundum id quod demonstratum est, uidelicet ex quadrato lineę .ae., hoc est ex 144., auferam quadratum lineę .ai., quod est circa $\frac{1}{11}$ 22., scilicet quarta pars quadrati lineę .ah., remanebunt $\frac{10}{11}$ 121 pro quadrato lineę .ei.; quare ipsa linea est circa $\frac{1}{11}$ 11; que si auferamus ex linea .ek., remanebit .ak. circa $\frac{10}{11}$ unius pertice; cuius quadrato, quod est circa $\frac{9}{11}$, si addiderimus cum quadrato lineę .ai., habebimus $\frac{11}{11}$ 21 pro quadrato corde .ak., que est corda octauę partis arcus .abg.: quare si multiplicauerimus $\frac{10}{11}$ 21 per quadratum octonarij, scilicet per 64, habebimus circa .1402. pro quadrato octo equalium cordarum cadentium in semicirculo |abg., quorum radix est minus de $\frac{1}{4}$ 37. Sed arcus .abg. est plus, uidelicet $\frac{2}{3}$ 37. Quare si eodem modo si inueniemus cordam semiarci .ak., erimus propius longitudine arcui .abg.; et sic semper diuidendo arcus inueniemus ad notitię corde, cuius differentia ad suum arcum erit quasi insensibilis; et sic poteris ad notitię cuius uis arcus circuli denegare. Ex ut hoc liquidius deprehendatur, adiaceat circulus .abcd., cuius dyameter .ac. sit 10; et in eo data sit corda nota .bd., que sit .s.; et uolumus arcum .bad per notitię ipsius corde inuenire: primum quidem ostendam inuenire per notitię corde longitudinem utriusque sagiptę; et per notitię sagiptę inuenire etiam longitudinem corde; et est ista demonstratio super hoc; quia linea .ac. diuisa est in duo equalia super punctum .f., et in duo inequalia super punctum .e.; erit utique multiplicatio .ae. in .ec. cum quadrato lineę .cf. equalis quadrato lineę .fa. Sed .fa. equalis est .fb., cum utraque ipsarum producatur a centro .f., et terminentur in periferia circuli; quare multiplicatio .ae. in .ec. cum quadrato

linee *ef*. equatur quadrato linee *fb*. Sed quadratum linee *fb*. equale est duobus quadratis linearum *be*. et *ef*.; ergo multiplicatio *ae*. in *ec*. cum quadrato linee *ef*. equalis est duobus quadratis linearum *be*. et *ef*.: quare si comuniter auferantur quadrata linee *ef*.; remanebit multiplicatio *ae*. in *ec*. equalis quadrato linee *be*.: quare si extraxerimus quadratum linee *be*. ex quadrato linee *bf*.; scilicet .16 de 23., remanebunt .9 pro quadrato linee *ef*.: quare *ef*. est .3.; quibus additis cum *cf*.; erunt 8. pro sagitta *ce*.: similiter extracta *fe*. ex *af*.; remanebunt .2. pro linea *ae*.: est enim multiplicatio *ae*. in *ec*.; scilicet de .2 in .8., equalis quadrato linee *be*. Vnde recte *ae*. et *eb*. et *ec*. continue proportionales sunt: est enim ut *ae*. ad *eb*.; ita *be*. ad *ec*. inuenta est; ergo notitia sagittarum *ae*. et *ec*. per notitiam corde *bd*. Sed sint *ae*. et *ec*. sagitte note; quare *ae*. sit .2. et *ec*. 8.; et uolumus inuenire cordam *bd*.: quia multiplicatio *ae*. in *ec*. equatur quadrato linee *be*.; si multiplicauerimus *ae*. in *ec*.; scilicet .2 per 8., habebimus .16 pro quadrato linee *be*.; quorum radice, scilicet 4., duplicata, habebimus .8. pro corda *bd*. Sed sit corda *bd* nota, nec non et sagitta *ea*.; et ignotus dyameter *ac*.; multiplicabis dimidium corde *bd*. in se, erunt .16.; que diuide per sagittam *ae*.; scilicet per 2., uenient 8 pro sagitta *ec*.: quare dyameter *ac*. erit 10.: similiter si diuiserimus quadratum linee *be*. per sagittam *ec*.; proueniet sagitta *ae*. Notandum quia in semicirculo *abc*. recta *be*. uocatur sinus rectus utriusque arcus *ab*. et *bc*.; et recta *ae*. uocatur sinus uersus arcus *ab*.; et recta *ec*. uocatur sinus uersus arcus *bc*.; ut in arte Astrologie reperitur: his itaque demonstratis redeamus ad causam: | protrahamus cordas duorum arcuum *ba*. et *ad*.; que sunt recte *ba* et *ad*.; quarum notitiam habebimus, si coniunxerimus quadrata linearum *ae* et *ed*.; uel *ae*. et *eb*.; erit quadratum unius cuiusque linearum *ab*. et *ad*. radix de .20.: quare si dimidiauerimus cordam *ad*. in puncto *g*.; et per puncta *gf* duxerimus dyametrum *hi*.; inueniemus per ea que dicta sunt notitiam sagittarum *ig*. et *gh*.: cumque quadrata linearum *ag*. et *gi*. coniunxerimus, habebimus quadratum corde *ai*.; que est corda arcus *ai*.; que est quarta pars totius arcus *bad*.: cumque frequenter sic fecerimus, poterimus secundum propinquitatem totius arcus *bad*. notitiam habere; cumque ipsum ex linea circumferente, scilicet ex *adbg*. periferia scilicet de $\frac{2}{3}$ 21 extraxerimus, remanebit arcus *bcd* notus.

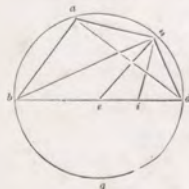
Est enim alius modus reperiendi cordas semiaruum, ex quibus arcubus corde sunt note; et quem THOLOMEVS posuit in almagesto. Sit quidem in circulo *abgd*. dyameter *bd*. notus, nec non et corda *ad*. nota; uolo inuenire cordam medietatis arcus *ad*.: protraham cordam *ab*.; et erit nota, cum corda *ad*. sit nota; cum angulus *dab* sit rectus. Quare quadratum dyametrum *bd*. equatur quadratis duarum cordarum *da* et *ab*.; et adiaceat recta *be*. equalis recte *ba*.; et diuidam angulum, qui sub *abe*. in duo media a linea *bz*.; et copubabo rectas *zd*. et *ze*. et *za*.; et a puncto *z*. super dyametrum *bd*. protraham cathetum *zi*.; equalis est recta *ab*. recte *be*.: si comuniter adiaceat recta *bz*.; erunt due recte *ab*. et *bz* duabus rectis *zb*. et *be*. equalis; et angulus qui sub *abz*. angulo qui sub *zbe*. est equalis; quare basis *az*. basi *ze*. est equalis. Sed recta *az*. recte *zd*. est equalis, cum equales sint sibi inuicem periferie *az*. et *zd*.; quia equales anguli super equales periferias consistunt, siue ad centrum, siue ad periferiam fuerint anguli constituti: sunt enim anguli qui ad *b*. sibi inuicem

* enim multiplicatio . . . Sed sit corda s (fol. 97 recto, lin. 22-23; pag. 94, lin. 7-14).



(fol. 97 verso).

* abgd. dyameter . . . be. equalis s (fol. 97 verso, lin. 13-20; pag. 94, lin. 32-39).



e quales, et consistunt super periferias .*az. zd.*; quare recta .*ze.* equalis est recte .*zd.*;
 equicurium est ergo trigonum .*zed.*; quare punctus *i.*, qui sunt casus catheti .*zi.*,
 cadit in medio .*ed.*: et quia orthogonium est trigonum .*bzd.*, cum sit in semicirculo;
 et in eo super basem *ab* angulo recto protracta est cathetus, utique trigonum .*bzd.*
 in duo trigona diuisum sibi inuicem similiter; habent enim unumquodque ipsorum tri-
 gonorum unum angulum rectum, et unum comunem cum toto trigono .*bzd.*, ut *EV-
 CLIDES* in octauo theoremate sexti libri ostendit. Quare erit sicut .*bd. ad dz.*, ita *zd.*
ad di. Quare multiplicatio .*di.* in .*bd.* equatur quadrato linee .*zd.*; est enim *id.* nota,
 cum sit dimidium *ex ed.*, que est nota propter *be.*, que est equalis corde .*ba.*
 note. Quare si auferatur corda .*ba.*, | hoc est *be.*, ex diametro .*bd.*, remanebit .*ed.*
nota; quare dimidium eius *id.* erit notum. Vnde si multiplicauerimus *di* notam in
bd. notam, proueniet quadratum corde .*zd.* notum; quare recta *zd.* erit nota, ut
 prediximus: que etiam ostenduntur cum numeris. Sit dyameter .*bd.* 10; et corda .*da.*
 sit .8.; quare corda .*ab* erit .6.; cui cum equalis sit recta .*be.*, erit .*be.* similiter .6.; qui-
 bus extractis ex diametro .*bd.*, remanebunt .4. pro recta .*ed.*; quarum dimidium, sci-
 licet 2, erit recta *id.*: ex multiplicatione quidem *id.* in .*bd.* ueniunt .20, que equatur
 quadrato corde .*zd.*; quare corda *zd.* est radix de .20.; quod oportebat ostendere.
 Similiter si extraxerimus quadratum linee .*zd.* ex quadrato dyametri dyametri .*bd.*,
 remanebunt .80 pro quadrato corde .*bz.*; quorum radix, que est 9 minus $\frac{1}{16}$, si extraxe-
 rimus ex dyametro .*bd.*, remanebit $\frac{1}{16}$; et cuius dimidium si multiplicauerimus in dyam-
 etrum .*bd.*; uel si multiplicauerimus $\frac{1}{16}$ per dimidium dyametrij, scilicet per 5, ueni-
 ent $\frac{5}{16}$ s pro quadrato corde semicirculi .*dz.* Et secundum hunc modum possumus
 inuenire cordas medietatum quorumlibet datorum arcuum.

fol. 58 recto.

Sed hec talis inuestigatio non est operanda ab agrj mensoribus, qui secundum vulgarem modum procedere volunt. Nam cum vulgariter longitudinem alicuius arcus habere desiderant, habeant aliquam mensuram lineam, que sit unius pedis, que possit curuari et extendi; et cum ipsa studeant metiri arcus, quos metiri desiderant; uel habeant funem unius pertice uel plurium; et cum ipsa studeant circiter mensurare arcus portionum circularum figendo sepe arundines per girum circuli, ut ipsa funis non deuiet à circumferentia circuli; et sic poterit habere mensuram omnium arcuum circularum.

Sed ut ipsi, qui secundum geometricam scientiam operarj desiderant leuius quam dictum sit, per notas cordas arcus ipsarum reperiri ualeant, sequentes tabulas composui, in quibus ordinate arcus 66 notos proposui; et ante unum quemque suam cordam in perticis et pedibus et unceis et punctis describi feci. Est enim pertica sex pedum; et pes est decem et octo unciarum; et uncia uiginti punctorum; uel pertica est uncium .108, et punctorum 2160; et superscripte corda .66. intelliguntur esse protracte in semicirculo uno, cuius dyameter est 42 perticarum; et quia quilibet corda, que in circulo protracta est, est corda duorum arcuum equalium; si ipsa corda fuerit dyameter, | uel inequalium, si non fuerit dyameter; ideo duos arcus ante ipsas cordas ordinaui, ut in sequentibus tabulis ostenditur :

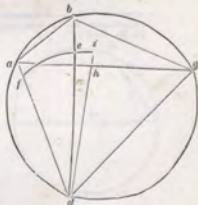
fol. 58 verso.

Arcus perlice	Arcus perlice	Corde perlice	Ar pedes	Cum vncie	M puncta	Arcus perlice	Arcus perlice	Corde perlice	Ar pedes	C V vncie	VM puncta
1	121	0	5	17	17	34	98	30	2	6	17
2	130	1	5	17	13	35	97	31	0	8	5
3	129	2	5	17	4 ₊	36	96	31	4	8	7
4	128	3	5	17	2	37	95	32	2	5	15
5	127	4	4	12	10	38	94	33	0	1	9
6	126	5	5	16	7+	39	93	34	3	13	0
7	125	6	5	14	5	40	92	35	1	4	15
8	124	7	5	12	9	41	91	35	4	12	10
9	123	8	5	8	16	42	90	36	2	0	0
10	122	9	5	7	8	43	89	36	5	3	5
11	121	10	5	4	2	44	88	37	2	4	6
12	120	11	4	17	18	45	87	37	5	3	2
13	119	12	4	13	6	46	86	38	1	17	15
14	118	13	4	7	16	47	85	38	4	12	13
15	117	14	4	1	0	48	84	38	1	4	0
16	116	15	3	11	18	49	83	39	3	11	15
17	115	16	3	3	12	50	82	39	5	17	2
18	114	17	2	12	8	51	81	40	2	2	1
19	113	18	2	0	15	52	80	40	4	2	10
20	112	19	1	8	12	53	79	40	0	0	11
21	111	20	0	13	18	54	78	40	1	14	5
22	110	21	0	0	0	55	77	41	3	7	8
23	109	21	5	2	16	56	76	41	4	16	2
24	108	22	4	4	5	57	75	41	0	4	12
25	107	23	3	4	8	58	74	41	1	8	1
26	106	24	2	3	2	59	73	41	2	9	0
27	105	25	1	0	6	60	72	41	3	7	14
28	104	25	5	16	2	61	71	41	4	9+	2
29	103	26	4	8	0	62	70	41	4	15	10
30	102	27	3	0	3	63	69	41	5	6	9
31	101	28	1	9	7	64	68	41	5	12	17
32	100	28	5	16	4	65	67	41	5	6	14
33	99	29	4	3	9	66	66	42	0	0	0

Cum per has tabulas, qualiter arcus circulorum inueniri debeant, demonstrare proposuerim, ut ipsa doctrina melius habeatur ostendendum est: quod si in circulo duo arcus *inequales* fuerint, erit proportio maioris arcus ad suam cordam maior proportionem minoris arcus ad suam; quod patet, et etiam ad oculum deprehendi potest in tabulis suprascriptis: proportio quidem arcus semicirculi ad suam cordam, scilicet ad dyametrum circuli, est sicut .66 ad 42; et hec est sicut .11 ad .7; et proportio arcus septe (*sic*) partis circuli ad suam cordam est sicut 22 ad 21: maior quippe est proportio de 11 ad .7 quam de 22 ad 21. Similiter in omnibus arcibus suprascriptarum tabularum inuenies, proportionem maioris arcus ad suam cordam superhabundare proportionem minoris arcus ad suam cordam. Sed ut hoc geometrice demonstraretur, adiaceat circulus *abgd.*; et in ipso sint duo arcus *inequales* *ab.* et *bg.*; et sit arcus *bg.* maior; et protrahatur corda arcui *abg.*, que sit recta *ag.*; et diuidatur angulus, qui sub rectis *abg.* in duo equa à linea *bd.*, que secat cordam *ag.* super punctum *e.*; et copulentur recte *ad.* *gd.*; et quia angulus, qui sub rectis *abg.* diuisus est in duo equa à linea *bd.*, equalis est angulus, qui sub *abd.* angulo *abg.*; quare equalis est arcus *ad.* arcui *dg.*; cum habeatur in tertio EUCLIDIS, equales angulos super equas periferias consistere, cum ad centrum uel ad periferiam sint constituti; quare equalis est recta *ad.* recte *dg.* Communis adiaceat recta *db.* Erunt quidem due recte *ad.* et *db.* duabus rectis *bd.* et *dg.* equales. Sed basis *ba* minor est base *bg.*; quare angulus, qui sub *gdb* rectis maior est angulo, qui sub *bda.*; uel quia maior est periferia *gb.* periferia *ba.*, maior est angulus, qui fit à rectis *gd.* et *db.* angulo, qui fit à rectis *bd.* et *da.*; quia est sicut periferia *gb.* ad periferiam *ba.*, ita angulus qui sub rectis *gdb.* ad angulum qui sub rectis *bda.* Et quoniam equalis est recta *ad.* recte *dg.*, si à puncto *d.* cathetus ducatur super lineam *ag.*, in medio ipsius cadet. Cadet ergo inter *eg.* puncta, scilicet super lineam *eg.*; quia maior *ge.* recte *ae.*, cum sit sicut recta *gb.* ad rectam *ba.*, ita *ge.* ad *ea.*: cadat quidem cathetus super punctum *h.* à puncto *d.*; et quia rectus est angulus, qui sub *dhe.*, maior est recta *de.* quam *dh.*, et maior est recta *da.* quam *de.*: iaceant utreque rectorum *di.* et *df.* equales recte *de.*; et centro *d.* spatio rectorum *di.* et *de.* circinetur arcus *ief.*; maior est enim sector *die.* trigono rectilineo *dhe.*, et sector *dif.* minor est trigono *dea.*; quare proportio sectoris *die.* ad sectorem *def.* maior est proportionem trigonj *dh^ee.* ad trigonum *dea.* Sed proportio sectoris *die.* ad sectorem *def.* est sicut proportio angulj *ide.* ad angulum rectilineum *edf.*; ergo proportio anguli *ide.* ad angulum *idf.* maior est proportionem trianguli *dhe.* ad trigonum rectilineum *dae.* Sed proportio trigonj *hde.* ad trigonum *ade.* est sicut recta *he.* ad *ea.*, cum ambo trigona sint sub eadem altitudine, que est ex *d.* in *h.* Nam cathetus *dh.* perpendicularis est trigonis *hde.* et *ade.*; ergo proportio anguli *ide.* ad angulum *eda.* est maior proportionem recte *he.* ad rectam *ea.*: et si composuerimus, erit proportio anguli *ida.* ad angulum *eda.* maior proportionem *ah.* recte ad rectam *ae.* Sed angulus *gdi.* equalis est angulo *adh.*; et recta *gh.* equalis est recte *ah.*; quare proportio anguli *gdi.* ad angulum *eda.* maior est proportionem recte *gh.* ad rectam *ae.* Sed proportio anguli *i.de.* ad angulum *ade.* inuenta est maior proportionem *he.* recte ad rectam *ea.* Quare proportio totius anguli *gde.* ad angulum *eda.* maior est proportionem recte

fol. 59 recto.

ad sectorum ergo proportio
(fol. 59 recto, lin. 34, 35, e margi-
ne inferiore; pag. 97, lin. 32 e 33).

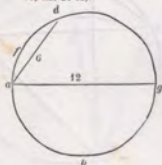


fol. 59 verso.

ge. ad rectam *ea*. Sed proportio anguli *gde.* ad angulum *ade.* est sicut proportio arcus *gb.* ad arcum *ba.*; et proportio *ge.* ad *ea.* est sicut proportio corde *gb.* ad cordam *ba.* Ergo proportio arcus *gb.* ad arcum *ba.* est maior proportione corde *gb.* ad cordam *ba.*: permutatim ergo erit proportio arcus *gb.* ad cordam *gb.* maior proportione arcus *ba.* ad cordam *ba.*; quod oportebat ostendere. His itaque intellectis, si per cordam datam alicuius circuli; cuius dyameter sit nota, arcum ipsius corde inuenire desideras; ipsam cordam per dyametrum tabularum, scilicet per 42, multiplica, et quod prouenerit, diuide per dyametrum circuli dati, et quod prouenerit, erit corda tabularum similis date corde: accipe arcum eius in tabulis, et multiplica eum per dyametrum dati circuli, et quod prouenerit, diuide per dyametrum tabularum, et habebis arcum quesite corde. Ad cuius rei euidentiam esto circulus *abg.*, cuius dyameter *bg.* sit perticarum .10.; et in ipso data sit corda *ab.* 3 perticarum; et uis habere notitiam ex arcu *abe.*; multiplica *ab.* cordam per 42, et diuides per dyametrum *bg.*, prouenient .21. pro corda tabularum similis corde *ab.*: quam quere in tabulis, et accipe arcum, qui est indirecto ipsius; et qui est minor semicirculo, cum queras notitiam ex arcu *aeb.*, qui est etiam minor semicirculo; et est minor arcus corde ipsius perticarum .22.; quas si multiplicaueris per 10, scilicet per dyametrum *bg.*; et summam diuideris per 42, prouenient $\frac{21}{42}$ 5 pro arcu *aeb.*: et si uolueris habere notitiam maioris arcus *hdg.a.*, inuenias maiorem arcum in tabulis, qui est in directo corde inuenit; et inuenies, ipsum esse .110 perticarum: multiplicabis eas similiter per 10, et diuides per 42, et uenient pertice $\frac{110}{42}$ 26 pro | arcu *bdg.a.* Item sit corda *ab.* perticarum .8., et pedum .3., et unciarum $\frac{1}{2}$ 16.; et dyameter *bg.* sit .10., ut diximus: multiplica ergo perticas .8. et pedes .3. et uncias $\frac{1}{2}$ 16 per 42; et summam diuides per 10., uenient 36, et pedes .2., que sunt corda tabularum similis corde date *ba.*: quare arcum eius minorem, si minorem uis scire, uel maiorem; si de maiori, scilicet ex arcu *bdga.* notitiam uis habere; et est minor arcus ipsius corde. 43; que multiplica per 10, scilicet per dyametrum *bg.*; et quod prouenerit, diuide per dyametrum tabularum, qui est 42., et prouenient 10 pro arcu *aeb.*: et si maiorem arcum corde perticarum 36, et pedum 2., que est .90, multiplica per .10.; et summam diuiderimus per 42, uenient $\frac{1}{7}$ 21 pro arcu maioris semicirculi *bdg.* Rursus adiaceat circulus alter *abgd.*, cuius dyameter *ag.* sit .12; et uis corda *ad.* sit perticarum .6. et unius pedis; et queritur notitia ex arcu *afd.*, qui est minor semicirculo; multiplica itaque 6, et pedem unum per 42, erunt pertice 259; quas diuide per 12, scilicet per *ag.*, uenient pertice .21, et pedes .3., et uncie .9. pro corda tabularum similis corde *ad.*; que corda non inuenitur in tabulis, sed cadit inter cordam arcus perticarum 22, et cordam arcus perticarum 23., scilicet inter 21 et 21, et pedes .5., et uncias 2, et puncta .16. Vnde ut habeamus arcum inuenit corde, uolumus per figuram geometricam demonstrare. Adiaceat semicirculus *ezith.*, cuius dyameter *ek.* sit perticarum .42, scilicet dyameter tabularum; et ex ipso accipiat arcus *ez.* et *et.*, quorum *ez.* sit .22, et *et.* sit .23; et protrahantur corde *ez.* et *et.*, erit corda *ez.* perticarum .21; et corda *et.* perticarum 21, et pedum .5., et unciarum .2., et punctorum .16., ut superius in tabulis continetur; inter quas cordas cadit corda inuenita, cuius arcum querimus in tabulis. Vnde scimus, ipsum arcum cadere inter arcum *ez.*, et arcum *et.*: cadat itaque in puncto *i.*; et protrahatur corda *ei.*, que erit perticarum .21, et pedum 3, et

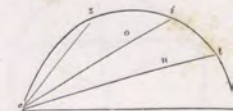
fol. 60 recto.

* tabularum similis.... 8 et unius
(fol. 60 recto, lin. 3 a 4-11; pag.
98, lin. 23-31).



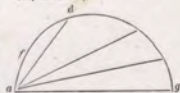
unciarum .9., ut superius inuentum est. Et ex his omnibus uolumus inuenire quantitatem arcus .ei. Sed nos scimus ex premissis, quod proportio arcus .ez. ad cordam .ez. est minor proportionē arcus .ei. ad cordam .ei.: sed si ponamus proportionē arcus .ei. ad cordam .ei. eam quam habet arcus .ez. ad cordam .ez., erit arcus .ei. perticarum .22, et pedum .3, et unciarum .12., que proueniunt ex diuisa multiplicatione corde .ez. in cordam .ei. per arcum .ez. Sed proportio arcus .ei. ad cordam .ei. est maior proportionē arcus .ez. ad cordam .ez.; ergo arcus .ei. est plus inuentarum perticarum .22, et pedum 3, et unciarum 12. Item si ponamus arcum .ei. ad cordam .ei. in proportionē arcus .et. ad cordam .et., erit arcus .ei. perticarum .22, et pedum .4, et unciarum .4., et punctorum 12.] Sed proportio arcus ei ad cordam ei est minor proportionē arcus .et. ad cordam .et.; ergo arcus .ei. est minor perticarum 22, et pedum 4, et unciarum 4, et punctorum 12.: et superius inuentum est, arcum .ei. esse plus perticarum 22, et pedum .3, et unciarum .12. Vnde si dimidiauerimus differentiam que est á perticis 22, et pedibus 3, et uncias 12 usque in perticas 22, et pedes 4., et uncias 4, et puncta 12.; et illam medietatem que prouenit addemus super perticas 22, et pedes 3, et uncias 12, habebimus secundum propinquitatem quantitatem arcus .ei. Vel aliter agregemus arcus .ez. et .et., erit .45.; et agregemus cordas .ez. et .et., erunt pertice 12., et pedes 5, et uncie 3., et puncta 16.; in quibus diuidamus multiplicationem de 45. in cordam .ei., scilicet in perticas 31, et pedes 3, et uncias 9., et habebimus perticas 22, et pedes 4., et unciam 1., et puncta 6. pro arcu .ei. Vel aliter abscindamus ex cordis .ei. et .et. quantitatem corde .ez.; et remaneat ex corda .ei. quantitas .oi., que est pedum $\frac{1}{2}$; et ex corda .et. remaneat quantitas .nt., que est pedum .3., et unciarum .2., et punctorum 16.: et ponamus arcum .zi. ad arcum .zt., scilicet ad perticam unam, sicut .oi. ad .nt., hoc est multiplicabimus arcum .zt., qui est unius pertice, scilicet .2160 punctorum per .oi., scilicet per puncta 1260., et diuidemus sumam per .nt., scilicet per puncta 1856., habebimus pro arcu .zi. pedes 4., et uncia una (sic), et puncta 6.: quibus additis cum arcu .ez., qui est perticarum 22., habebimus perticas 22, pedes 4., et unciam 1., et puncta 6. pro arcu .ezi., qui est similis arcui quesito ad superioris figure. Quare si multiplicauerimus ipsum per sextam dyametrij .ag., scilicet per 2., et diuiserimus per sextam dyametrij tabularum, scilicet per 7., uenient pertice 6, et pedes 2, et uncie 15, et puncta 15 pro arcu .ad. ET si arcum .abd., qui est maior semicirculo, per cordam .ad. habere uis, extrahes cordam .ei. ex corda .et., remanebunt puncta 596.; que multiplica per arcum .tz., scilicet per puncta 2160.; et quod peruenit, diuide per .nt., scilicet per 1856., extrahe puncta 596, que sunt pes 1., et uncie 16, et puncta 14. pro arcu .ti.; que si addideris arcum maiorem tabularum, cuius corda est linea .et.; et ipse arcus est 109. perticarum, habebimus perticas 109, et pedem 1., et uncias 16, et puncta 14. pro arcu tabularum: que si multiplicauerimus per 12, et diuides per 42.; aut si multiplicaueris ipsum per sextam de 12., et diuiseris summam per sextam de 42, habebis perticas 31, et pedem 1., et uncias 7., et puncta $\frac{5}{6}$ pro arcu .abd. ET si per arcum .afd. notum cordam .ad. ignotam habere uis, multiplica arcum .afd. per dyametrum tabularum, et summam diuide per dyametrum .ag., et habebis perticas 22, et pedes 4., et unciam 1., et puncta 6. pro arcu suprascripto .ezi., qui est arcus cadens in tabulis inter arcum .ez., et arcum .etz. Vnde ut inueniamus cordam ipsius

et ad eandem .et. . . . punctorum 13. s. (fol. 60 recto, lin. 25, et marginē inferiore; pag. 99, lin. 8 et 9).



fol. 60 verso.

et diuideris 6. pro arcu s. (fol. 60 verso, lin. 26-32; pag. 100, lin. 38-42).



fol. 61 recto.

.ei., que erit similis corde | *ad.* dati circuli *abgd.* ex inuento arcu *.ezi.*; et extrahes arcum *.ez.*, remanebunt pedes *.4.*, et uncie *.1.*, et puncta *.6.*, que sunt in summa puncta 1466.; que multiplica per differentiam, que est inter cordam *.ez.*, et cordam *.et.*, que sunt note ex tabulis; et est illa differentia linea *.nt.*, que est punctorum 1356; et divides summam per puncta unius pertice, scilicet per arcum *.t.i.z.*, exhibunt pedes $\frac{1}{2}$ 3. pro linea *.oi.*; quibus superadde lineam *.eo.*, que est equalis corde *.ez.*, habebis perticas 22, et pedes $\frac{1}{2}$ 3. pro corda *.ei.*, que est similis corde tue *.ad.*: quare multiplicabis eam per sextam de 12, et divides eam per sextam de 42., exhibunt pertice *.6.*, et pes unus pro corda *.ad.*; et sic secundum ea que diximus, cum dyametri circulorum erunt noti, poterimus per datas cordas notas in ipsis arcus eorum ignotos reperire, et cetera.

CVM itaque arcus per cordas: et cordas per arcus, per ea que diximus, inuenire sciueris; et uolueris aream alicuius sectoris circuli inuenire, arcum eius inuenire studeas, et dimidium ipsius per semidiametrum circuli multiplica; et quod prouenerit, erit area ipsius sectionis. Verbi gratia: sit sector *abgd.* contentus sub rectis *ab.* et *ad.* et arcu *bgd.*, quoniam sector est figura *abgd.*, erit unaqueque rectarum *ab.* et *ad.* semidiameter circuli; quare punctus *a.* est centrum circuli, de quo recisus est sector *abgd.*: compleatur itaque circulus, de quo recisus est sector *abgd.*, qui sit circulus *ghed.*; et sint arcus *be.* et *ez.* equales arcui *bgd.*; et compleantur recte *ae.* et *az.*, erit itaque unus quisque sectorum *abe.* et *aez.* equalis sectori *abgd.*: quare est sicut arcus *db.* ad arcum *be.*, ita sector *abgd.* ad sectorem *abe.*: similiter et sector *aez.* equalis est sectori *adb.*; quare est sicut arcus *db.* ad arcum *ez.*, ita sector *abgd.* ad sectorem *aez.*; tres itaque sectores *abgd.* et *abe.* et *aez.* sibi inuicem sunt equales.

Duo enim illorum reliquo sunt dupli. Quare sector *adbe.* duplus est sectori *aez.*; et arcus *dbe.* duplus est arcui *ez.*; quare est sicut arcus *dbe.* ad arcum *ez.*, ita sector *adbe.* ad sectorem *aez.*. Vnde si totum circulum diuiderimus in sectores, inueniemus quod proportio unius eorum ad totum circulum est sicut arcus ipsius ad totam lineam circunferentem circuli; sed proportio arcus cuiuscumque sectoris ad totam lineam circunferentem est sicut dimidium arcus ipsius ad dimidium lineę circunferentis. Nam proportio numeri facti ex semidiametro circuli in semiarcum sectoris est ad numerum factum ex semidiametro in dimidium lineę circunferentis, sicut semiarculus sectoris ad dimidium lineę circunferentis. Sed ex facto á semidiametro, et in medietatem lineę circunferentis lineę prouenit embadum circuli. Ergo est sicut multiplicatio semidiametri circuli in dimidium arcus sectoris ad embadum circuli, ita sector | est ad embadum circuli; ergo arce sectorum omnium colliguntur ex multiplicationis (*sic*) semidiametri suorum circulorum in dimidium arcus ipsorum; et hoc uolui demonstrare. Et ut hoc in numeris declarescat; sit quelibet rectarum *ab.* et *ad.* perticarum *.5.*; et arcus *bgd.* sit perticarum *.8.*; erit ergo dyameter tota perticarum *.10.*; multiplicabis itaque semidiametrum *ad.* per dimidium arcus *bgd.*, scilicet *.3* per *4*, uenient *20* pro area sectoris *abgd.*: et si aream sectoris *abez.* habere uis, multiplicabis semidiametrum *ae.* in dimidium arcus *bez.*, uenient *40.* pro area sectoris *abez.*. Et si aream tantum alicuius sectoris minoris semicirculo habere uis, ut aream sectoris *abg.*, cuius corda *ag.* sit perticarum *16*; et sagitta *bd.* sit perticarum *4*; dyametrum circuli, unde ipsa sectio est, inuenire studeas hoc modo: protrahe lineam *bd.* in directo usque ad pun-

« sector *abgd.* cuiuscumque »
(fol. 61 recto, lin. 21-28; pag.
100, lin. 20-27).



fol. 61 verso.

cum $.e$.; et sit proportio recte $.de$. ad rectam $.da$. sicut $.da$. ad $.db$.; quare $.ed$. erit $.16$. scilicet duplum linee $.da$.; cum $.da$. sit duplum linee $.db$. Vel aliter multiplicetur $.ad$. in $.dg$. scilicet $.s$ per $.s$. erunt 64 .; que diuidantur per rectam $.bd$. scilicet per $.4$. uenient $.16$ pro linea $.de$. ut diximus; erit ergo tota dyameter $.be$. 20 .; et sumatur centrum circuli punctus f .; et copulentur fa . fg . et erit sector $fabg$.: quare si multiplicauerimus $.fb$. in dimidium arcus abg . scilicet in arcu $.bg$. ueniet area sectoris $fabg$.; de qua si astulerimus aream trigoni rectilinei $fafg$. que colligitur ex fd . in $.dg$. remanebit utique area sectionis contente sub $.ag$. recta, et arcu abd . Et si aream relique portionis circuli, que continetur sub recta $.ag$. et arcu $.aeg$. habere desideras, semidiametrum, scilicet fe . in medietatem arcus $.aeg$. multiplica, et prouenienti sume aream trigoni $fafg$. superadde, et habebis embadum sectionis $.aeg$.; et sic studeas operari in similibus.

Et si occurreret tibi metiendi campum habentem figuram sectoris, uidelicet quod sit composita ex triangulo, et circuli portione, ut campum $abgd$. qui componitur ex triangulo abd . et sectione circuli bgd . que cognoscitur, sectorem non esse si linee ab . et ad . inaequales sibi inuicem sint; uel si protracta recta infra figuram, ut linea $.ag$. inaequalis fuerit uni rectarum ab . et ad .; cuius embadum habebis, si areas sectionis bgd . et trianguli abd in unum coniunxeris. Item si uuleris mensurare campum habentem figuram piscis. Videlicet que sit composita ex duabus circuli sectionibus, ut figuram $.ezit$. que componitur ex duabus sectionibus circuli, que sunt $.ezi$. et $.eti$. accipies siquidem embadum unius cuiusque sectionis; et quod ex ipsa coniunctione prouenit, erit embadum figure $.ezit$. Rursus |

* ex ipso . . . RURSUS * (fol. 61 verso, lin. 35, e margine inferiori pag. 101. lin. 22).

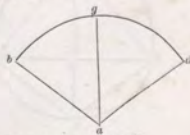


est campus, cui figura elana, uel obliqua dicitur, que circundatur ab una tantum linea minime circulum faciente, cuius duo dyametri $.ag$. et $.bd$. se se secundum rectum angulum secantes sibi inuicem sunt inaequales: hanc itaque poteris mensurare, si eam in figuris rectilineis soluere procuraueris; ex quibus prima, et maior erit quadrilaterum rectilineum contentum sub rectis ba . et bg . et da . et dg . et remanebunt ex ipsa figura pectora quatuor, quorum unum continetur sub recta ab . et curua $.aeb$. Aliud namque est contentum á recta $.bg$. et curua $.bzg$. Tertium uero est sub recta $.gd$. et curua $.gid$. Quartum quidem continetur sub rectis $.da$. et curua $.dta$.; in quibus quatuor pectoribus si protraxerimus triangulos $.eab$. et $.zbg$. et $.igd$. et $.tad$. rectilineos, non remanebit ex tota figura nisi parum quod continetur sub pectoribus $.s$.: et si in quolibet ipsorum

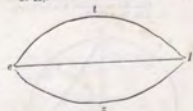
* 16; et angitta . . . aream trigoni * (fol. 61 verso, lin. 10-18; pag. 100, lin. 42 — pag. 101, lin. 1-7).



* quod sit . . . mensurare campum * (fol. 61 verso, lin. 26-31; pag. 101, lin. 13-19).



* ut figuram . . . RURSUS * (fol. 61 verso, lin. 23-25; pag. 101, lin. 20-22).



fol. 62 recto.

protrahatur triangulus; et in residuis pectoribus illud idem operari studueris, resoluetur tota figura elana superscripta dicta in figuris rectilineis; et non remanebit ex ea aliquid sensibile; quarum rectilinearum figurarum omnium, si embada in unum re-duxerimus, nimirum embadam totius figure incontanter habebimus. Aliter dyametros *ag.* et *bd.* in unum coniunge, et ipsorum dimidium per $\frac{1}{2}$ 3 multiplica; et quod pro-ruenerit erit quantitas curue linee *a.b.g.d.*; cuius dimidium si per dimidium medie-tatis duorum dyametrorum multiplicaueris, embadam superscripte figure prouenerit. Et ut hec in numeris habeantur, sit dyameter *bd.* 16., et dyameter *ag.* 12; quibus in-simul iunctis faciunt .28.; quorum dimidium si per $\frac{1}{2}$ 3 diuiseris, uenient .44. pro curua linea *abgd.*; cuius dimidium, scilicet .22., si per medietatem medietatis dyametrorum, scilicet per .7., multiplicaueris, reddent .444 pro embado ipsius.

Si in circulo trigonum describatur, cuius tres anguli periferiam cinguli contingant, possibile est per notitiam ipsius trigoni laterum dyametrum inuenire.

Ad cuius rei euidenciam adiaceat trigonum *a.b.g.* descriptum in circulo *abdg.*, cuius tres anguli contingunt cingulum in punctis *a.b.g.*: á puncto quidem *a.* protrahatur dyameter *ad.* secans latus trigonij *bg.* super punctum *e.* Dico per notitiam laterum tri-goni *abg.* esse possibile quantitatem dyametri *ad.* inuenire. Adiaceant quidem primum duo latera trigonij *ab.* et *ag.* sibi inuicem equalia; et compleantur recte *bd.* et *dg.*; et erit unumquodque trigonorum *abd.* et *agd.* orthogonium, cum unumquodque ipso-rum sit in semicirculo: et quia latus *ab.* est equale lateri *ag.*, equalis erit latus *bd.* lateri *dg.*; quare periferia *bd.* periferie *dg.* est equalis. Super equales ergo periferias equales anguli consistunt; quare angulus, qui sub *bad.* angulo qui sub *dag.* est equalis; quare basis *be.* basi *eg.* est equalis. Ergo dyameter *ad.* secat rectam *eg.* in duo equalia; quare ad rectos angulos ipsa secare necesse est, ut EUCLIDES in tertio suo libro demonstrat; orthogonia quidem sunt, et equalia trigona *aeb.* et *aeg.*, et similia, cum anguli unius equalis sint angulis alterius; et quia trigonum *adb.* habet angulum *bad.* communem cum trigono *abe.*; et angulus *aeb.* angulo *abd.* est equalis, cum unusquisque ipsorum sit rectus: reliquus uero qui sub *adb.* reliquo qui sub *abe.* est equalis; equiangula ergo sunt trigona *abd.* et *aeb.* Similiter ostendetur, tri-gonum *agd.* equiangulum esse cum trigono *aeg.* Quatuor ergo trigona *aeb.* *aeg.* *abd.* *agd.* sibi inuicem sunt similia. Similia enim trigona circa equales angulos habent la-tera proportionalia. Quare est sicut *da.* subtendens angulum rectum, qui sub *abd.* ad *ab.* continentem ipsum, ita *ab.*, uel *ag.*, qui subtendens subtendentes angulos rectos ad rectam *ae.*; quare multiplicatio *ad.* in cathetum *ae.* equatur unicuique qua-dratorum linearum *ab.* et *ag.*, uel multiplicationi ex *ab.* in *ag.*.

Quare si multiplicauerimus *ab.* in *ag.*, uel acceperimus quadratum linee *ab.*, uel linee *ag.*, et summam diuiserimus per cathetum *ae.*, proueniet quantitas dyametri *ad.*; et est nota cathetus *ae.*, cum sint nota latera trigoni *abg.*; quare et dyameter *ad.* erit nota. Que ut demonstrarentur in numeris, sit quelibet rectarum *ab.* et *ag.* perticarum 10, et recta *bg.* sit 12. Quare cathetus *ae.* erit 8: ex ductu quidem *ab.* in *ag.*, uel ex quadrato linee *ab.* uel *ag.* proueniunt 100; quibus diuisis per *ae.*, scilicet per 8., uenient $\frac{1}{8}$ 12 pro dyametro *ad.*; uel aliter quia due recte *ad.* et *bg.* se se inuicem secant in circulo *abdg.*, erit multiplicatio *ae.* in *ad.* sicut multipli-

* periferias equales . . . qui sub
dag. * (fol. 62 recto, lin. 24.
35, e marginis inferiore; pag. 102,
lin. 21-22).



(fol. 62 verso.

* EVC(LIDES) equalis angulus *
(fol. 62 verso, lin. 2 e 3-10; pag.
102, lin. 24-31).



catio .be. in .eg.: quare si multiplicauerimus .be. in .eg., et diuiserimus per .ae., scilicet 36 per 8, uenient $\frac{9}{2}$ 4 pro linea .ed. Quare tota .ad. dyameter erit $\frac{1}{2}$ 12, ut prediximus. Sed sit unaquaque rectarum .ab. et .ag. cum dyametro .ad. nota; et recta .bg. sit ignota; quoniam orthogonium est trigonum .abd.; et ab angulo ipsius recto super basem .ad. ad rectos angulos protracta est recta .be., erunt trigona .abe. et .bed. sibi inuicem similia, nec non et toti trigono .abd.; quare est sicut .da. ad .ab., ita .ab. ad .ae.; quare si diuiserimus quadratum lineę .ab., quod est 100, per dyametrum .ad., uenient .8. pro catheto .ae.; quorum quadratum si auferatur ex quadrato lateris .ab., remanebunt 36 pro quadrato lineę .be.: uel si multiplicauerimus .ae. per .ed., hoc est .8. per $\frac{1}{2}$ 4, uenient similiter 36 pro quadrato lineę .be.; ergo .be. est .6., et tota .bg. est .12.: uel aliter quia trigonum .acb. est simile trigono .adb., erit sicut .ad. ad .db., ita .ab. ad .be.; habent enim latera circa equales angulos proportionalia: est quidem angulus, qui sub .abe., equalis angulo qui sub .adb.; quare si multiplicauerimus .db. in .ba., hoc est $\frac{1}{2}$ 7. in .10; et diuiserimus per .ad., uenient .6. pro linea .be., que est medietas lineę .bg. Sed non sint equales rectę .ab. et .ag.; sit minor earum .ab. in hac alia cernitur figura: et protrahatur in trigono .abg. cathetus .az.; et quia in sectione .bdga. sunt duo anguli, quorum unus est qui sub .bga., et alter qui sub .bda., erunt ipsi anguli sibi inuicem equales; et angulus qui sub .azg. angulo qui sub .abd. est equalis, cum sit uterque eorum rectus; reliquus sub .zag. reliquo qui sub .bad. est equalis: equiangula enim sunt trigona .azg. et .abd. Similiter ostendetur, trigonum .azb. esse simile trigono .agd.: sunt enim in sectione contenta a recta .ga., et arcu .abdg. anguli qui sub .abg. et .adg. Quare ipsi anguli sibi inuicem sunt equales; et anguli .azb. et .agd. sunt recti; quare reliquus qui sub .zab. reliquo qui sub .gad. est equalis. Simile est ergo trigonum .azb. trigono .agd.; et quia similia sunt trigona .abd. et .azg., erit sicut .da. ad .ab., ita .ga. ad .az. Quare si multiplicauerimus .ab. in .ag., et diuiserimus per .az., proueniet dyameter .ad. Exemplum in numeris: sit .ab. 13., et .ag. 13., et .bg. sit .14.; quare .bz. erit .5., et .zg. erit .9., et .az. erit .12. Ex .ab. quidem in .ag. ueniunt .193.; quibus diuisis per .az., scilicet per 12, proueniunt $\frac{1}{2}$ 16 pro dyametro .ad. Sed sit nota dyameter .ad. cum unaquaque rectarum .ab. et .ag., recta uero .bg. que est corda arcus .bag., sit ignota; quia similia sunt trigona .adg. et .azb., circa equales angulos habent latera proportionalia; quare est sicut .ad. ad .dg., ita .ab. ad .bz.; quare multiplicatio .ab. in .dg. equa est multiplicationi .ad. in .bz. Rursus quia similia sunt trigona .abd. et .azg., erit sicut .ad. ad .db., ita .ag. ad .gz.; quare multiplicatio .ag. in .db. equatur multiplicationi .ad. in .zg. Sed multiplicatio .ab. in .gd. fuit equa multiplicationi .ad. in .bz.; ergo multiplicatio .ab. in .gd. cum multiplicatione .ag. in .bd. equatur duabus multiplicationibus, que sunt ex .ad. in .bz., et ex .ad. in .zg.; que due multiplicationes equantur facto ex .ad. in .bg.; ergo multiplicatio .ab. in dg. cum .ag. in .db. equatur facto ex .ad. in .bg.; ergo si multiplicationem ex .ab. in .dg. coniunxerimus cum facto ex .ag. in .bd., et summam diuiserimus per .ad., ueniet nota corda .bg., ut prediximus. Que demonstrentur in numeris: ex quadrato quidem dyametri .ad. auferatur quadrata (sic) linearum .ab. et .ag., et remanebunt nota quadrata linearum .bd. et .dg., cum orthogonia sint trigona .abd. et .adg.; et erit .bd. $\frac{1}{2}$ 9; et recta .gd. erit $\frac{1}{2}$ 6. Vnde si mul-

fol. 63 recto.

et arcus .bag. ... si multiplicatio-
nem . (fol. 63 recto, lin. 20-29;
pag. 103, lin. 30-39).



fol. 63 verso.

* ag ; et hoc duabus multipli-
cationibus * (fol. 63 verso, lin. 22-32;
6-12 et 14; pag. 104, lin. 7-14).



* accipitur angulus cum facto
ex * (fol. 63 verso, lin. 22-32;
pag. 104, lin. 24-31).



fol. 64 recto,
* pro quadrato in ipso * (fol.
64 recto, lin. 3 et 4-10; pag. 104,
lin. 37-44).



tiplicauerimus $\frac{1}{4}$ 6. per 15., hoc est gd . per ab ., et $\frac{1}{2}$ 9 per 15, hoc est bd per ag ., habebimus $\frac{1}{2}$ 227; quibus diuisis per dyametrum ad ., hoc est per $\frac{1}{4}$ 16, reddunt .14. | pro corda bg .; et quibus diuisis per $\frac{1}{4}$ 16, scilicet per dyametrum ad ., ueniunt 14 pro corda bg .; et hoc est ualde utile in reperiendo corda cuiuslibet arcui aggregato ex duabus arcubus, quorum corde sint note. Fuerunt quidem note corde arcuum ba et ag ., scilicet recte ab et ag ; per quarum notitiam inuenimus cordam bg . arcui abg ., qui fuit aggregatus ex arcu ba et ag ; et hoc demonstrauit THOLOMEVS in compositione tabule arcuum, et cordarum in almagesti per alium modum. DEMONSTRAUIT quidem THOLOMEVS per consimilem figuram, quod omnis quadrilateri qualitercumque cadentis in circulo, si duo dyametri protrahantur in ipso, multiplicatio unius dyametri in alium equatur duabus multiplicationibus oppositorum laterum; quod sic probatur. In circulo quidem $abcd$. sit quadrilaterum $abcd$.; et in ipso sint dyametri ipsius quadrilateri ac . et bd se inuicem secantes super punctum e . Dico quod multiplicatio ac . in bd . equatur duabus multiplicationibus, que fiunt ex ab . in cd ., et ex ad . in bc . Anguli quidem bae . et ead . aut sunt equales, aut inequales: sint prius equales; et ostendetur, trigonum aed . simile esse trigono abc ., cum anguli qui sub adb . et acb . sint sibi inuicem equales. Sunt enim in eadem sectione reliquis qui sub aed . reliquo qui sub abc . similiter est equalis; quare est sicut ac ad eb ., ita ad . ad de .: erit ergo multiplicatio ad . in eb . equalis ac . in de .

Similiter ostendetur, trigonum aeb . simile esse trigono adc .; quare erit sicut ac . ad cd ., ita ab . ad be .: multiplicatio ergo ac . in eb . est equalis multiplicationi ab . in cd .; ergo multiplicatio ad . in bc . cum ab . in cd . equatur multiplicationi ac . in bd ., ut predixi. SED sit angulus bae . maior angulo ead .; et iaceat angulus bai . equalis angulo ead .; communis accipiat angulus iae ., erit angulus bae . equalis angulo iad .; quare ostendetur, trigonum iad . simile esse trigono abc .; et trigonum aib . simile esse trigono adc ., et proueniet de inceptis que diximus superius; et ostendetur, multiplicatio dyametri ac . in dyametrum bd . equari duabus multiplicationibus oppositorum laterum. Vnde si una ex ipsis cordis fuerit ignota, per notitiam reliquorum poteris ipsam inuenire. Verbi gratia: sit ignotus unus ex dyametris, reliquus uero cum lateribus quadrilateri sit notus.

Multiplicabo quidem ab . in cd .; et addam id quod proueniet cum facto ex ad . in bc .; et summam que proueniet diuidam per dyametrum notum. Et si fuerit ignotum latus ab ., ex multiplicatione ac . in bd . extraham factum ex ad . in bc .; residuumque diuidam per cd ., et ueniet ab .; et sic intelligas in reliquis.]

Si in circulo, cuius dyameter sit 8, latus trigoni equilateri cadentis in circulo inuenire desideras, ex quadrato totius dyametri quartam partem remoue, uel quadratum semidyametri triplica, et habebis 48. pro quadrato unius cuiusque laterum trigoni cadentis in ipso circulo: quod si in dimidium sui catheti multiplicaueris, scilicet per 3, ueniunt tres radices de 48., hoc est una radix de 432. pro embado ipsius trigoni, quod est perticarum 20., et pedum 4., et unciarum $\frac{1}{2}$ 12. Vnde habetur quod proportio aree unius cuiusque trigoni cadentis in ipso circulo ad quadratum sui dyametri est sicut 20. et pedes 4. et uncie $\frac{1}{2}$ 12 ad 64.; quare si multiplicauerimus ea per quadratum, cuius uolueris dyametri, et diuiserimus per 64, habebimus aream trigonis (sic) cadentis in ipso circulo. Et quia trigonum cadens in circulo est medietas exagoni cadentis in

ipso circulo, erit proportio areę exagoni ad quadratum dyametri sui circuli sicut $.ai.$, et pedes 3, et uncie $\frac{1}{2}$ 7 ad 64; quibus multiplicatis per quadratum dyametri cuius vis circuli, si summa diuidatur per 64, ueniet utique embadum exagoni cadentis in ipso circulo. Et si in circulo $abgd.$ eius dyameter $bd.$ sit $.s.$; et vis latus penthagonicum, seu decagonicum cadens in ipso circulo reperire, super dyametrum $b.d.$ a centro $e.$ cathetus erigatur $ae.$; et diuidatur $ed.$ in duo equa super punctum $z.$; et copuletur recta $az.$; et iaceat recta $z.$ equalis rectę $az.$, et copuletur recta $ai.$ Dico quidem quod recta $ai.$ latus est penthagonicum; et recta $ie.$ latus est decagonicum; quod sic probatur: quia linea $ed.$ diuisa est in duo equa super $z.$; et indirecto ipsius adiuncta est linea $ei.$, erit multiplicatio $ei.$ in $id.$ cum quadrato linee $ez.$ est equalis quadrato linee $zi.$ Sed $zi.$ recta iacet equalis rectę $az.$; ergo factum ex $ie.$ in $di.$ cum quadrato linee $ez.$ equatur quadrato linee $az.$ Sed quadrato linee $az.$ equatur quadrata linearum $ae.$ et $ez.$; ergo factum ex $ie.$ in $id.$ cum quadrato linee $ze.$ equatur duobus quadratis linearum $ae.$ et $ez.$: communiter auferatur quadratum linee $ez.$, remanebit multiplicatio $ei.$ in $id.$ equalis quadrato semidyametri $ae.$, hoc est quadrato semidyametri $de.$, cum $de.$ sit equalis linee $ae.$; ergo linea $di.$ diuisa est media, et extrema proportionē.

Est enim ut $id.$ ad $de.$, ita $de.$ ad $ei.$; et est latus exagonicum linea $de.$: cum itaque lateri exagonici adiungatur recta, que cum tota diuisa sit secundum mediam, et extremam proportionem in puncto coniunctionis ipsarum, ipsa recta, que coniungitur lateri exagonico, est latus decagonicum, ut EVCLIDES in tertio decimo libro demonstrat. Quare recta $ei.$ est latus | decagonicum. Et quia, ut idem EVCLIDES in eodem libro ostendit, latus penthagonicum posse super latus exagonicum et decagonicum, erit siquidem recta $ai.$ latus penthagonicum, cum possit equale quadratorum linearum $ae.$ et $ei.$, scilicet quadratis lateris exagonici, et decagonici, quod $ai.$ latus. Monstrabo cum numeris, esse lineam minorem, scilicet radicem abscissionis quartę.

Verbi gratia: dyameter $bd.$ est $.s.$; quare utraque rectarum $ae.$ et $ed.$ est $.4.$; quorum dimidium, scilicet $ze.$, est $.2.$ Vnde si adiunxerimus quadrata linearum $ae.$ et $ez.$, habebimus $.20.$ pro quadrato uniuscuiusque linearum $az.$ $zi.$; ergo recta $ei.$ constat ex radice minus numero: est enim ipsa radix de $.20.$ duobus inde demtis: quam si in se multiplicauerimus, uenient $24.$, minus $mn.$ radicibus de $.20.$; que $mn.$ radices sunt una radix sexdecupli de $.20.$, scilicet de $.320.$; que si addiderimus cum quadrato linee $ae.$, scilicet cum $.16.$, habebuntur $.40.$, minus radice de $.220.$ pro quadrato linee $az.$; quorum radix est linea $ai.$: et quia ipsa est radix numeri, minus radice, dicimus, ipsam esse lineam minorem, cum differentia, que est inter quadratum de $.40.$ scilicet inter $.1600.$ et $.220.$ non sit quadratus numerus, cuius recisi radix secundum propinquitatem sic accipitur: radix de $.220.$, que est circa $18.$, minus nona, extrahitur de $.40.$, remanent $\frac{1}{2}$ 22, quorum radix, que est $.4.$, et pedes 4, et uncie $\frac{1}{2}$, et puncta $.17.$, secundum maximam propinquitatem est linea $ai.$, scilicet latus penthagonicum cadens in circulo superscripto. Ex hoc enim facile possunt haberi omnia latera penthagonica quorumlibet circulorum; quia est sicut 4, et pedes 2, et uncie $\frac{1}{2}$, et puncta 17 ad 8, ita erit latus penthagonicum cuius vis circuli ad suum dyametrum. Vnde si multiplicauerimus dyametrum cuiuslibet circuli per 4, et pedes 2, et uncias 3, et puncta 17,

* Lineę $az.$, lineę $de.$ s (fol. 64 recto, lin. 22-31; pag. 105, lin. 10-18).



xi^o tertij xi^o

fol. 64 verso.

* Monstrabo cum radix numeri s (fol. 64 verso, lin. 4, 5-12; pag. 105, lin. 22-34).



*z. deb. est in hinc inde aliter x
(fol. 64. verso, lin. 28-33; pag.
406, lin. 4-11).*



fol. 65 recto.

et diuiserimus per *s.*, habebimus latus decagonicum ipsius circuli. Si vero cordam anguli pentagonici *be.* in pentagono *abcde.*, circa quod pentagonum sit circulus *abgde.* descriptus, inuenire desideras. Dyametrum ipsius circuli *bz.* protrahe, que sit *s.*; et copulabis *ze.*, que erit latus decagonicum: et quia angulus *zeb.* est in semicirculo *zeb.*; ideo est rectus. Quare si ex quadrato dyametri *bz.*, quod est *.64.*, auferatur quadratum lateris decagonici *ze.*, quod inuenimus esse superius *.24.*, minus radice de *320.*; quorum radix dicitur linea maior, cum sit radix binomij quarti, remanebunt *40.*, et radix de *320.*, que est longitudo corde *be.* Vnde potest haberi, quod quorumcumque nominum fuerit quadratum pentagonici, eorundem nominum erit corda anguli pentagonici. Sed latus pentagonicum est radix recisi quarti, scilicet numeri, minus radice; et quadratum corde est binomium quartum; et quia minus est reciso suo binomio; idcirco radix quarti recisi dicitur linea minor: et radix quarti binomij dicitur maior.

Aliter protrahatur dyametrum *ati.* secans cordam *be.* super punctum *t.*; et copulabo rectam *ib.*, et erit trigonum *iba.* orthogonum; et est diuisum a catheto *bt.* in duo trigona sibi inuicem similia et toti; quare est sicut *ia.* ad *ab.*, ita *ab.* ad *at.*; quare si diuiserimus quadratum lineę *ab.*, quod est *.40.*, minus radice de *320.*, per dyametrum *ai.*, scilicet per *s.*, habebuntur *.3.*, minus radice de *.5.* pro linea *at.*; quibus extractis ex tota *ai.*, remanebunt *.3.*, et radix de *.3.* pro linea *ti.*; unde si multiplicauerimus *ti.* in *ta.*, et quadruplicauerimus illud quod prouenerit, habebuntur similiter *.40.*, et radix de *.320.* pro quadrato lineę *be.*: est enim radix de *320.* *18* minus $\frac{1}{2}$; quibus additis cum *.40.* faciunt *58*, minus nona, pro quadrato lineę *be.*, quorum radix est *.7.*, et pedes *.3.*, et uncie *.11.*, et puncta *.14.* Per quam etiam cordam poteris habere notitiam similium cordarum cadentium in quolibet circulo, si ipsam per dyametrum ipsius circuli duxeris, et summam diuiseris per *s.* Er ut habeamus embadum superscripti pentagoni, multiplicabimus $\frac{3}{4}$ dyametri, scilicet *.6* per $\frac{1}{2}$ corde *be.*; uel $\frac{3}{4}$ de *.6.*, que sunt *.3.*, multiplica per totam cordam *be.*, et uenient circa perticas *.28.*, et denarios $\frac{1}{2}$ *1.* mensure pro embado pentagoni *abgde.*; per quod etiam possumus habere notitiam embadorum omnium pentagonorum cadentium in quibuslibet circulis: si multiplicauerimus perticas *28.*, et denarios $\frac{1}{2}$ *1.* per quadrata dyametrorum ipsorum circulorum, et diuiserimus per quadratum prepositi circuli, scilicet per *64.*; quia et Euclides in principio duodecimi libri ostendit similia rectilinea in circulis ad se inuicem sunt sicuti ad dyametrorum tetragona: permutatim ergo est sicut quadratum dyametri unius circuli ad multilaterum cadens in ipsum, ita quadratum alterius circuli ad simile multilaterum cadens in ipsum: possumus etiam aliter habere notitiam corde *be.*; et habebitur ex ea que probantur in quarto decimo libro Euclidis, quod corda anguli pentagonici cum latere pentagonico possunt quincuplum tetragoni semidyametri circuli: quare si acceperimus quincuplum quadrati medietatis dyametri, habebimus *.80.*; de quibus si extraerimus quadratum lateris pentagonici, scilicet *40.*, minus radice de *320.*, remanebunt *40.*, et radix de *320.* pro quadrato corde *be.*, ut prediximus: uel si multiplicauerimus dyametrum per $\frac{5}{16}$, habebimus *.40.* pro maiori nomine: et si ex quadrato quadrati dyametri acceperimus $\frac{1}{16}$, hoc est de *4000.*, habebimus *320.*; quorum radix est minus nomen; et sic poteris facere in alijs circulis.

Embadum quidem trigoni equilateri et equianguli cadentis in circulo, cuius dya-

meter est .8.; inuenimus esse superius perticas quadratas .20, et pedes .4., et uncias $\frac{2}{3}$ 12. Embadum quidem tetragonj est 32, scilicet dimidium de 64., scilicet ex tetragono | dyametri. Pentagoni uero $\frac{1}{24}$ 28. Exagoni quoque .41, et pedes .3, et uncie $\frac{1}{2}$ 7. Octagoni embadum quidem est perticarum 43, et pedis .1, et uncie $\frac{1}{2}$ 9, que habentur ex multiplicatione dupli dyametri in medietatem lateris tetragonj, scilicet ex 16 in radice de .8. Embadum quoque decagonj est perticarum 47, et unciarum $\frac{1}{2}$ 2, que habentur ex multiplicatione quincuplationis quarte partis dyametri in latus pentagonicum, scilicet ex .40., in perticas .4, et pedes .4., et uncias .3, et puncta .17. Embadum namque dodecagonj est .48 perticarum, que proueniunt ex multiplicatione medietatis dyametri in medietate omnium laterum exagoni cadentis in ipso circulo. Cumque omnium harum notitiam habueris: poteris embadum similium figurarum cadentium in alijs circulis de facilj habere: si in memor non fueris ex predictis. Explicatis itaque que ad circulorum demonstrationes pertinent; nunc ad diminutionem camporum, qui in ascensione montium iacent, accedamus.

Incipit pars quinta in dimensione camporum qui in montibus iacent.

Cum itaque campum aliquem qui sit in ascensione, siue in decliuius montium metiri desideras, latera superficiæ iacentis in plano sub ipso diligenter inquiras, per que embadum ipsius plane superficiæ habere studeas.

Nam ipsum erit embadum quarti campi. Non enim mensurantur montes secundum superficies apparentes in eis; cum domus, et edificia, arbores, nec non et semina non secundum rectum angulum super ipsas superficies eleuentur. Vnde queruntur embada ipsorum planorum, super que apparentes superficies montium iacent: et super que plana predicta omnia secundum rectum angulum eleuantur. Nam qualiter per latera decliuarum superficialium habeas notitiam laterum planarum superficialium existentium sub ipsis, uolo presentialiter demonstrare. Adiaceat quidem linea *ab*, pro latere aliquius decliui superficiæ iacentis in monte; et sit linea *bg*, latus plani existentis sub latere *ab*; et cadat super *bg*, perpendiculariter recta *ag*, faciens angulum qui ad *g* rectum: oportet quidem per notitiam apparentis lateris *ab*, occultum latus *bg*, nec non et notitiam perpendicularis *ag*, uerissime reperire. Quod dupliciter fit. Primus enim modus: et quo sapientes agrimensores utuntur: ut in puncto *a*, caput metientis pertice ponas, extendens eam uersus *b*, super lineam *ab*, et caput pertice, quod est super *a*, immobiliter tene: aliud uero sursum erige donec ipsa pertica iaceat equidistans linee *gb*; quod scitur per quoddam instrumentum, quod uocatur archipendulum, ut inferius demonstrabo: et tunc per inferius caput pertice lapillum cadere relinquis super lineam *ab*; et ubi | lapillus ceciderit, ibi cum eadem pertica incipias eodem ordine cum pertica mensurare; et sic facies donec expleueris mensurando totam lineam *ab*.

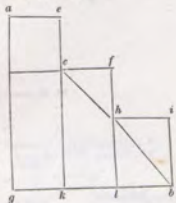
Verbi gratia: sit pertica primo posita *ae*., que equidistet lateri *gb*.; et per *e*, punctum cadat lapillus super punctum *c*.; super quem punctum ponat iterum caput pertice, tenendo eam cum archipendulo equidistantem cum linea *gb*., que sit *cf*.; et à puncto *f*, cadat lapillus super punctum *h*., et à puncto *h*, uersus *b*.; et ponas iterum perticam equidistantem linee *bg*., que sit *hi*.; et per *i*, cadat lapillus super punctum *b*. Nam quotiens pertica sit posita cadens super lineam *ab*., totiens pertica

fol. 65 verso.

* dyametri. Pentagoni medietate omnium * (fol. 65 verso, lin. 1-8; pag. 407, lin. 3-40).



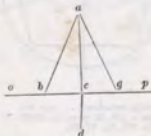
* montes secundum ... per notitiam * (fol. 65 verso, lin. 18-27; pag. 407, lin. 49-28).



fol. 66 recto.

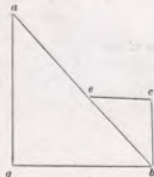
una erit in latere gb . Verbi gratia: quia pertica ae equidistat lateri gb , erit angulus eag rectus, cum sit rectus angulus, qui ad g : et quia ec est casus lapilli, si emisimus lineam per c a puncto e super lineam gb , que sit linea ek , erit recta ek cathetus super rectam gb : quare recta ek equidistans est: et equalis recte ag ; quare gk equalis est longitudini pertice ae . Similiter si per h protraxerimus lineam fl , inuenies, eisdem dispositis, lineam kl equari pertice ef . Rursus si per casum lapilli cadentis ab i in b punctum protraxerimus lineam ib , erit ipsa equidistans, et equalis linee hl ; quare et lb equalis est hi , scilicet pertice; ergo quotiens pertica accepta fuit equidistanter linee gb super lineam ab , totiens unius pertice longitudine erit linea gb , ut prediximus. Est enim archipendulus instrumentum ligneum habens formam trianguli equicurij; et ab uno angulorum pendit filum cum plumbo: cumque posueris basem ipsius archipenduli super perticam, et ab angulo superiori plumbum cum filo ceciderit super dimidium basis ipsius: tunc pertica stabit equidistanter illi plano, quod mensurare uolueris; quod potueris ad oculum deprehendere in subiecta figura, in qua ponitur pro pertica linea po , super quam erectus est archipendulus abg ; et a puncto a cadit filum cum plumbo ad per punctum e , qui est in medio bg . Er si in antecedente figura apparens latus ab recte descenderit, non oportebit ponere perticam cum archipendulo nisi semel; quia cum posueris perticam ae equidistantem lateri gb ; et super casum ec crexeris arundinem equelem linee ec , erit triangulus aec similis triangulo abg ; quia cum in equidistantibus ae et bg recta incidit ab , erit angulus aec equalis angulo abg : similiter quia in equidistantibus ag et ec recta incidit ab , erit angulus gab equalis angulo eca ; quare reliquis qui sub aec reliquo | qui sub agb remanet equalis: quare proportionaliter erit sicut ac ad totam ab , ita pertica ae ad totam gb . Vnde si multiplicauerimus ab in ae , et diuiserimus per ac , proueniet utique linea gb ; hoc est si feceris perticam equelem linee ac , et cum ipsa mensurabis totam lineam ab , habebis similiter lineam gb ; quia quot equeles linee ac sunt in linea ab , tot equeles pertice ae sunt in latere gb : similiter quot equeles linee ac sunt in linea ab , tot equeles linee ec sunt in altitudine ag . Vnde si multiplicauerimus ab per ec , et diuiserimus per ac , proueniet utique altitudo catheti ag : et hec inuestigatio catheti est multum utilis in reperiendis altitudinibus pyramidum.

pendit filum perticam cum
fol. 66 recto, lin. 22-29; pag.
108, lin. 11-19.



fol. 66 verso.

SAPIENTES uero igitur ab .
per s (fol. 66 verso, lin. 10-17;
pag. 108, lin. 22-29).



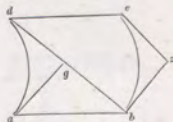
SAPIENTES uero antiqui ordinabant cum arundinibus triangulum similem in hunc modum. Descripta itaque figura superscripta abg , cuius latus ab iaceat in apparentia montis, per quod uolebant habere longitudinem plani bg , nec non et altitudinem ag ; erigebant itaque super radicem montis arundinem bc orthogonaliter cuiuscumque magnitudinis, super quam ponebant aliam arundinem facientem angulum c rectum, cuius caput alter iacebat super lineam ab ; que arundo sit linea ce ; et sic triangulus cbe erat similis triangulo abg ; quare erat sicut be ad ba , ita ec ad bg : multiplicabant igitur ab per ce , et diuidebant per be ; et sic habebant notitiam lateris bg . Similiter quia erat sicut be ad ba , ita cb ad ag ; multiplicabant ab per bc , et diuidebant per be ; et sic habebant altitudinem ag . Er si campus in monte positus habuerit formam superficiem alicuius portionum colupne, ita quod apparens superficies sit gibbosa, ut superficies $abde$, cuius latera ab et de sint arcus

circulj; reliqua uero latera *ad*. et *be*. sint recta; et sit latus *be*. in uertice montis; latus quoque *ad*. sit inuersus radicem. Intellegam primum latera plani existentis sub ipsa superficie *agd*.z. et *gz*., nec non et altitudines *bg*. et *ez*. cadentes orthogonaliter super planum *adgz*., et in puncta *gz*.; quare anguli *agb*. et *dze*. sunt recti: mensurabo siquidem super arcus *ba*. et *ed*. cum pertica et archipendulo, prohibiendo lapillos super ipsos arcus, incipiendo á punctis *be*., que sunt in eminentia campi, et descendendo usque ad puncta *ad*.; et sic habebo quantitates *ag*. et *dz*.: et quia latus *ad*. est rectus, nec non et in plano superficiei *gadz*., mensurabo ipsum sicuti mensurantur latera planorum.

Deinde mensurabo latus latus (*sic*) *be*. si fuerit equidistans et equale lateri *gz*.; quod cognoscitur si catheti *bg*. et *ez*. fuerint equales; et sic habebo notitiam lateris *gz*. Nam qualiter cognoscatur utrum catheti *bg*. et *ez*. sibi inuicem sint equales uel non, in subscripta figura demonstrabitur: uel poterit ad oculum | deprehendi, si puncta *be*. fuerint in eodem plano: si autem aliquis eorum fuerit altior, erit linea *be*. in puncto *e*. ascendens, uel descendens. Esto *e*. punctus altior puncto *b*.; quare super latus *eb*. mensurabo cum pertica et archipendulo ordine suprascripto; et sic habebo notitiam lateris *zg*.: et si planum *adzg*. fuerit orthogonium, multiplicabo *ga*. in *ad*., et habebo aream quadrilateri *az*., quod erit area apparentis gibosæ superficiei: et si planum *az*. orthogonium non fuerit: studebo inuenire dyametrum *gd*., cuius notitiam habebo, si super arcum *bd*. mensurabo cum pertica et archipendulo: deinde aream trigonorum *gad*. et *dzg*. in unum coniungam, et habebo quesitum.

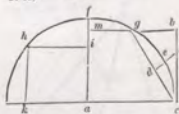
Et si gibositas campi fuerit declinans ad utramque partem, ut arcus *cfh*., cuius altior pars sit punctus *f*. Intellegam rursus latus plani *ca*. orthogonaliter coniungi cum altitudine *af*.: et si arcus *fe*. equalis fuerit arcui *fh*., duplum linee *ca*. erit corda arcus *cfh*., scilicet longitudo lateris totius plani cadentis sub arcu *cfh*., dum tamen arcus *cfh*. non sit maior semicirculo: quia si esset maior semicirculo, tunc dyametrum circulj esset longitudo superficiei apparentis. Sed sit arcus *fh*. minor arcu *fc*.; et intellegam lineam *hi*. coniungi orthogonaliter cum linea *fi*.; et intellegam, lineam *cak*. equidistantem esse linee *ih*., et equalem *ak*. linee *ih*.: quare si protrahatur *hk*., erit equalis et equidistans linee *ia*. et *hk*.; quare angulus qui ad *k*. est rectus; quare tota linea *ck*. erit latus plani cadentis sub arcu *cfh*.; et *hk*. est altitudo, que est ab *a*. in *i*.: his itaque intellectis mensurabo cum pertica et archipendulo *abf*. in *c*., et ab *f*. in *h*., et habebo longitudinem lateris *ck*.: uel aliter erigam arundinem super punctum *c*. orthogonaliter, que sit *cb*.; et aptabo cum ipsa aliam arundinem tante magnitudinis, que cum fecerit in *b*. punctum angulum rectum, aliud latus tangat arcum *fc*.; que arundo sit linea *bg*. Inuestigabo igitur quam subtilius potero longitudes arundinum *cb*. et *bg*., et coniungam quadrata earum: et coniuuncto radicem inueniam, que erit longitudo corde *cg*.; quam diuida (*sic*) in duo equa super punctum *d*.; et á puncto *d*. intellegam, cathetum *de*. eleuatum esse super cordam *cg*.: quare *e*. punctus diuidet arcum *cg*. in duo media. Et quia ut in undecimo habetur libro, esse omnem triangulum in superficie una; si rectam *de*. protraham á parte *e*. per superficiem *bcg*., cadet super unum ex lateribus *cb*. et *bg*., uel in angulum *b*. contentum ab ipsis. Quando *cb*. et *bg*. fuerint equales, tunc cadet

* *agb*. et *dze*. lateri *gz*. *
(fol. 66 verso, lin. 27-32; pag. 109, lin. 4-10).



fol. 67 recto.

* arcu *fec*. his itaque * (fol. 67 recto, lin. 17-21; pag. 109, lin. 27-32).



fol. 67 verso.

super punctum *.b.* et si ipsa fuerit maior, tunc cadet super maiorem ipsarum. Esto siquidem | maior *.cb.* quam *.bg.*; et protrahatur in intellectu linea *.de.* donec concurrat cum linea *.cb.* in puncto *.i.*; erunt siquidem trigona *.cbg.* et *.edl.* orthogonia et similia, cum habeant angulum *.lcd.* communem: quare erit sicut *.bc.* ad *.bg.*, ita *.cd.* ad *.dl.*: quare multiplicabo *.bg.* per *.cd.*, et diuidam per *.bc.*, et habebō notam *.dl.* Item est sicut *.bc.* ad *.cg.*, ita *.cd.* ad *.el.*: quare multiplicabo *.cg.* per *.cd.*, et diuidam per *.bc.*, et habebō quantitatem lineę *.cl.*; quam accipiam subtiliter, et ibo; et accipiam arundinem rectam, que cadat ab *.i.* in *.e.*, cuius longitudinem tollam ex inuenta *.ld.*, et remanebit sagitta *.ed.* nota: quare si multiplicauero *.cd.* in *.dg.*, et diuidam per *.de.*; et quod prouenerit addam cum *.ed.*, habebō diametrum circuli, cuius est arcus *.esh.*: cumque per inuentum diametrum cordam dupli arcus *.gfi.* inuenieris per ea que in tabulis diximus; et ipsius cordę dimidium acceperis, habebis sane notitiam lineę *.gam.*: cui si addideris longitudinem arundinis *.bg.*, habebis notitiam totius lineę *.bm.*, hoc est lineę *.ce.* Similiter si per eundem diametrum inuenieris cordam dupli arcus *.fh.*, dimidium eius erit linea *.hi.*, que est equalis lineę *.ak.*; et sic habebis notitiam totius rectę *.ek.*, scilicet longitudinem plani existentis sub gibosa superficie. Cumque latera planorum, super que apparentes superficies montium eleuantur, inuenire sciueris, poteris eorum embada per ipsa latera subtiliter inuenire: cum ipsa plana sunt ex tribus lateribus, uel ex nū^o, uel ex pluribus: uel rotunda: uel ex aliqua parte circuli: uel quod etiam habeat formam obliquam deuantiam a uera rotunditate. Cumque formam ipsius plani habueris per ea que in hac tertia distinctione dicta sunt, embadum ipsius inuenire poteris: quare huic distinctioni finem imponens, ad quartam distinctionem accedamus, in qua docebimus diuidere campos cuiuscumque sint forme.

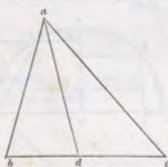
Explicit distinctio tertia, incipit quarta de diuisione camporum inter consortes.

QUARTAM siquidem distinctionem in partes quatuor diuidimus: in prima quarum triangulos: in secunda quadrilateros: in tertia multilateres: in quarta circulos, et eorum portiones diuidere docebimus.

Incipit pars prima de diuisione triangulorum.

CVM itaque triangulum aliquem in duas equas partes ab uno angulorum diuidere uis, ab ipso angulo super dimidium lateris subtendentis ipsi lineam protrahe; et habebis optatum. Verbi gratia: uolumus trigonum *.abg.* a puncto *.a.* in duo equa diuidere: diuidatur siquidem latus *.bg.* in duo equa super punctum *.d.*; et copuletur recta *.ad.*; dico siquidem, trigonum *.abg.* in duo equa trigona esse diuisum: sunt enim trigona *.abd.* et *.adg.* sibi inuicem | equalia, cum sint super equales bases, et sub eadem altitudine, que est ductio catheti ab *.a.* in lineam *.bg.*: sunt enim trigona sibi inuicem sub eadem altitudine existentia, sicut bases in principio sexti libri habentur: quare est sicut *.bd.* ad *.dg.*, ita trigonum *.abd.* ad trigonum *.adg.*: est enim basis *.bd.* equalis basi *.dg.*; quare trigona *.abd.* et *.adg.* sibi inuicem sunt equalia, ut prediximus; uel si protraxerimus cathetum ab *.a.* super lineam *.bg.*, erunt utique cathetus ipse utriusque trigoni *.abd.* et *.adg.*; cuius catheti dimidium si multiplicauerimus in basem *.bd.* et *.dg.*, equalitur multiplicationi dimidij eiusdem catheti in basem *.bg.* Nam ex multi-

in duo equa sibi inuicem a
(fol. 67 verso, lin. 23-25, e marginis inferiore, pag. 119, lin. 23-25).



fol. 68 recto.

plicatione dimidij catheti ipsius in bases bd . et dg ., proueniunt embada trigonorum abd . et adg . Quare probatur, trigonum abd . equalem esse trigono adg .

TRIANGULA unum angulum uni angulo equalem habentia proportionem habent compositam ex lateribus angulos continentibus equales. Ad cuius rei euidentiam sint trigona abg . et gez . equales habentia angulos, qui ad g . Dico quidem, trigona abg . et gez . proportionem habere compositam ex his proportionibus, que sunt laterum continentium angulos equales, ex ea uidelicet quam habet latus bg . ad latus ge ., et ex ea quam habet latus ag . ad latus gz .; quod sic probatur: recta ae . copuletur; et ciciatur inter trigona abg . et gez . trigonus age .; erit ergo proportio trigoni abg . ad trigonum gez . composita ex duobus proportionibus, scilicet ex ea quam habet trigonum abg . ad trigonum age ., et ex proportionem age . trigoni ad trigonum gez . Sed proportio trigoni abg . ad trigonum age . est sicut basis bg . ad basem ge ., cum sint sub altitudine una; nec non et proportio trigoni eag . ad trigonum egz . est sicut latus ag . ad latus gz .; ergo proportio trigoni abg . ad trigonum gez . compositur ex proportionibus laterum bg . ad ge ., et ag . ad gz . continentium angulos equales; quod oportebat ostendere. Compositur etiam proportio trigoni abg . ad trigonum gez . ex proportionibus bg . ad gz ., et ag . ad ge ., cum latera ag . et bg . sint antecedentia, et latera ge . et gz . sint consequentia: et quia ut diximus in tractatu angularum, proportionem compositam cadere ex facto antecedentium ad factum ex consequentibus, erit utique proportio trigoni abg . ad trigonum gez ., sicut factum ex bg . in ag . ad factum ex eg . in gz .: quare si equalis fuerit multiplicatio lateris eg . in latus gz . multiplicationi laterum bg . in ga ., equale erit trigonum egz . trigono abg .; et si minor minor, et si maior maior; et hoc uoluj demonstrare.

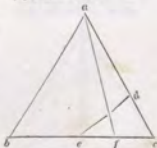
Er si á trigono recta protracta fuerit secans duo latera trigonj, que cum ipsis duobus lateribus faciant trigonum habentem angulum unum comunem cum ipso trigono, erit proportio unius trigoni ad alium, sicut facta ex lateribus continentibus ipsum angulum. Ad cuius rei euidentiam. Esto trigonum abc .; et in ipso protracta fuerit linea de . secans latera ca . et cb . super puncta ed . Dico, trigonum abc . proportionem habere ad trigonum dec ., sicut factum ex ac . in cb . ad factum ex dc . in ce .; quod sic probatur: super latus ac . applicabo trigonum acf . equale trigono dec .; et quia trigona abc . et afc . sub una sunt altitudine, est sicut bc . ad fe ., ita trigonum abc . ad trigonum afc . Sed proportio ac . ad fc . est sicut factum ex ac . in cb . ad factum ex ac . in cf .; ergo proportio trigoni abc . ad trigonum afc . est sicut factum ex ac . in bc . ad factum ex ac . in cf . Et quia trigonum dec . equale est trigono acf ., est proportio trigoni abc . ad trigonum dec . sicut factum ex acb . in acf .: et quia trigona acf . et dce . sibi inuicem sunt equalia, et habent unum angulum comunem; quare circa ipsum angulum comunia patiuntur latera; hoc est quod sunt mutue proportionis, ut in quinto decimo theoremate sexti libri EUCLIDIS habetur: ergo est sicut ac . ad dc ., ita ce . ad cf .; quare factum ex dc . in ce . equatur facto ex ac . in cf .; ergo proportio trigoni abc . ad trigonum dec . est sicut factum ex ac . in cb . ad factum ex dc . in ce .; quod oportebat ostendere. Et si in aliquo laterum sit punctus datus, á quo lineam rectam protrahere uis diuidentem triangulum in duo equa, ut in trigono bgd ., in quo datus sit punctus a . super latus gd .; et sit primus

* ergo proportio trigoni abg . *
(fol. 68 recta, lin. 15-26; pag. 111, lin. 9-16).

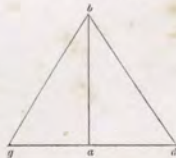


(fol. 68 verso).

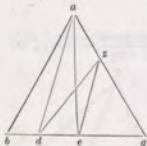
* Sed proportio EUCLIDIS habetur * (fol. 68 verso, lin. 9-15; pag. 111, lin. 22-38).



* ex ac . in cf una uel * (fol. 68 verso, lin. 17-23; pag. 111, lin. 40 — pag. 112, lin. 1-3).



in duo equa ... *abg.* diuisum
fol. 68 verso, lin. 28-33; pag.
112, lin. 7-14).



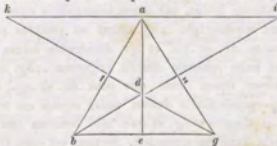
fol. 69 recto.

punctus *a*. super dimidium *gd*; copulabo siquidem *a*. cum *b*., et erit trigonum *bgd*. in duo trigona equalia diuisum á linea *ba*., que sunt *bga*., et *bad*. super equas bases, et sub altitudine una; uel quia factum ex *bd*. in *dg*. duplum est facti ex *bd*. in *da*., duplus est triangulus *bgd*. triangulo *bad*., cum habeant unum angulum comune. Sed non sit datus punctus super dimidium alicuius laterum, ut in hoc alio trigono *abg*., in quo datus sit punctus *d*., qui sit propius puncto *b*. Diuidam latus *bg*. in duo equa super *e*., et copulabo rectas *ad*. et *ae*.; et per punctum *e*. protraham lineam *ez*. equidistantem lineæ *ad*., et copulabo rectam *dz*. Dico quidem, trigonum *abg*. in duo equa diuisum esse á linea *dz*.; quod sic probatur: in equidistantes quidem *ad*. et *ez*.; et super basem *ad*. sunt trigona *ade*. et *adz*. sibi inuicem equalia: communiter addatur ei trigonum *abd*., erunt duo trigona *abd*. et *adz*., hoc est quadrilaterum *abdz*. equalia duobus trigonis *abd*. et *ade*., hoc est trigono *abe*. Sed trigonum *abe*. dimidium est trigoni *abg*.; quare et quadrilaterum *abdz*. dimidium est trigoni *abg*.; reliquum uero, scilicet trigonum *zdg*., est alia medietas trigoni *abg*.: diuisum est ergo trigonum *abg*. á puncto *d*. per lineam *dz*. in duas partes equales, ut oportebat facere. Et si secundum numerum punctum *z*. inuenire desideras; scias quia que pars est *ed*. ex *dg*., eadem est *az*. ex *ag*., cum in trigono *adg*. protracta sit *ez*. equidistans lateri *ad*.; quare multiplicabis *ed*. per *ga*.; et quod prouenerit diuides per *gd*.; et quod exierit, erit *az*. Verbi gratia: sit latus *ab*. 12. et *bg*. 14., et *ga*. 15.; quare *ge*., uel *eb*. est 7.: et sit *de*. duarum partium; quare *gd*. erunt 9.; si multiplicauerimus ergo *ed*. in *ga*., scilicet 2. per 15., uenient 30; quibus diuisis per *gd*., uenient $\frac{1}{3}$ 3 pro linea *az*.; quibus extractis ex *ag*., remanent $\frac{2}{3}$ 11 pro linea *gz*.; quare si multiplicauerimus eam per *gd*., qui est 9., uenient 105, scilicet dimidium multiplicationis *bg*. in *ga*.; quare probatur, trigonum *zgd*. dimidium esse trigoni *abg*., cum utrique eorum comunis sit angulus qui ad *g*.: est enim proportio trigoni *abg*. ad trigonum *zdg*. composita ex duabus proportionibus laterum continentium angulum comunem: hoc est ex ea quam habet *bg*. ad *gd*., et ex ea quam habet *ag*. ad *gz*.; quare est sicut factum ex antecedentibus *bg*. in *ga*. ad factum ex consequentibus *dg*. in *gz*.: ita trigonum *abg*. ad trigonum *zdg*. Sed factum ex *bg*. in *ga*. duplum est facti ex *dg*. in *gz*. Duplum est ergo trigonum *abg*. trigono *zdg*. Vnde si multiplicauerimus *ag*. per dimidium *gb*., scilicet 15. per 7., et summam diuiserimus per *gd*., scilicet per 9., uenient utique $\frac{2}{3}$ 11 pro linea *gz*., ut superius inuenimus.

Preparatoria in diuidendis trigonis per datum punctum infra triangulum.

SI á duobus angulis trigoni super dimidium laterum subtendentium ipsos due recte protrahantur, se se proportionabiliter secabunt, ita quod quelibet portio, que est inter angulum et sectionem sui residui est dupla: et si á reliquo angulo super reliquum latus per punctum sectionis recta trahatur: diuidet utique ipsum latus in duo equa. In trigono quidem *abg*. ab angulis *abg*. et *bag*. super dimidium laterum *ag*. et *bg*. recte protrahantur *ae*. et *bz*. se inuicem secantes super punctum *d*. Dico quod proportio *ad*. ad *de*. est sicut proportio *bd*. ad *dz*.; et quelibet ipsarum sui residui est dupla; quod sic probatur: a puncto quidem *a*. equidistantem recte *bg*. ducam rectam *ai*.; et protraham rectam *bz*. donec concurrat cum *ai*. in puncto *i*.,

et erunt trigona $.azi.$ et $.gzb.$ sibi inuicem similia; quare est sicut recta $.az.$ ad $.zg.$, ita $.iz.$ ad $.zb.$, et $.ia.$ ad $.bg.$ equalis est enim $.az.$ ex $.zg.$; equales ergo erunt $.zi.$ ex $.zb.$, et $.ia.$ ex $.bg.$ Rursus quia similia sunt trigona $.adi.$ et $.bde.$, est sicut $.ia.$ ad $.be.$, ita $.ad.$ ad $.de.$, et $.id.$ ad $.db.$ Sed $.ia.$ recte equalis est recta $.bg.$; quare est sicut $.bg.$ ad $.be.$, ita recta $.ad.$ ad $.de.$, et $.id.$ ad $.db.$: dupla est enim $.bg.$ ex $.be.$; quare dupla est $.ad.$ ex $.de.$, et $.id.$ ex $.db.$: et quoniam equalis est $.iz.$ ex $.zb.$, communiter si adiungatur]



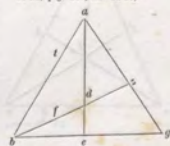
recta $.zd.$, erit tota recta $.id.$ equalis duabus $.bz.$ et $.zd.$ Sed $.id.$ ostensa est dupla ex $.db.$; quare due recte $.bz.$ et $.zd.$ duple sunt recte $.bd.$: communiter si auferatur recta $.db.$, remanebit recta $.bd.$ equalis duplo recte $.dz.$; quare $.bd.$ ex $.dz.$ est dupla: ostensa est enim rectam $.ad.$ duplam esse ex $.de.$; ergo est sicut $.ad.$ ad $.de.$, ita $.bd.$ ad $.dz.$; quod oportebat ostendere. Et si ab angulo $.g.$ per punctum $.d.$ transeat linea $.gt.$ Dico quod latus $.ab.$ diuisum est in duo equa super punctum $.t.$: protraham quidem rectam $.gt.$ extra triangulum $.abg.$, donec concurrat super punctum $.k.$ lineae $.ik.$, et erunt trigona $.adk.$ et (sic) $.edg.$ sibi inuicem similia; quare est sicut $.ad.$ ad $.de.$, ita $.ak.$ ad $.ge.$: sed $.ad.$ ex $.de.$ est dupla; quare recta $.ak.$ est dupla recte $.ge.$, cui etiam dupla est recta $.bg.$, cum equalis sit $.be.$ ex $.eg.$: que uero eidem dupla sunt, et sibi inuicem sunt equalia; quare equalis est recta $.ak.$ recte $.bg.$ Rursus quia similia sunt trigona $.atk.$ et $.btg.$, est sicut $.ak.$ ad $.bg.$, ita $.at.$ ad $.tb.$; est enim $.ak.$ equalis recte $.bg.$, et $.at.$ quidem equalis est recte $.tb.$: diuisum est ergo latus $.ab.$ in duo equa á linea $.gt.$; quod oportebat ostendere.

Et quia in trigono $.abg.$ ab angulis $.abg.$ et $.agb.$ due recte concurrunt super dimidium laterum subtendentium ipsos, que sunt recte $.bz.$ et $.gt.$ se inuicem secantes super punctum $.d.$, erit proportio sectionum ipsarum, una uidelicet est sicut $.bd.$ ad $.dz.$, ita $.gd.$ ad $.dt.$ Dico Rursus quod si á reliquo angulo super dimidium lateris subtendentis ipsum recta trahatur, transibit per punctum sectionum reliquarum duarum linearum á reliquis angulis descendantium super dimidium reliquarum basium. Verbi gratia: describatur rursus trigonum $.abg.$; et super dimidium basium ipsius signentur puncta $.te.$; et copulentur recte $.ae.$ et $.bz.$ sese inuicem secantes super punctum $.d.$ Dico siquidem si á puncto $.g.$ in punctum $.t.$ recta trahatur, per punctum $.d.$ transibit: quod si ita non est, transibit recta ex $.g.$ in $.t.$ super lineam $.bz.$ inter puncta $.bd.$, uel inter puncta $.dz.$ transeat primum super rectam $.bd.$ per punctum $.f.$; et quoniam due recte $.bz.$ et $.gt.$ ab angulis $.abg.$ et $.bga.$ descendant super dimidium laterum $.ab.$ et $.ag.$ sese inuicem secantes super punctum $.f.$, erit $.bf.$ dupla ex $.fz.$: sed $.ad.$ ex $.dz.$ est dupla; ergo est sicut $.bf.$ ad $.fz.$, ita $.bd.$ ad $.dz.$: permutatim ergo est sicut $.bf.$ minor ad $.bd.$ maiorem, ita $.bd.$ maior ad $.dz.$ minorem; quod est inconue-

* est $.ad.$ si adiungatur * (fol. 69 recto, lin. ultimas, e margine inferiore; pag. 113, lin. 5-6).

fol. 69 verso.

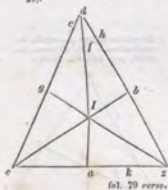
* Et quia in trigono angulis descendantium * (fol. 69 verso, lin. 16-21; pag. 113, lin. 21-26).



fol. 70 recto.

niens; non enim recta protracta ex *g.* in *t.* transiet per *bz.* inter puncta *bd.* Similiter ostendetur, ipsam transire non posse inter puncta *dz.*; per punctum enim *d.* transiet ut dictum est. Ex hoc ergo manifestum est, quod infra trigona non est punctus preter unum, per quem ab angulis transeant recte diuidentes latera trigonj in duo equa. Quare si per punctum ipsum rectam transire uolumus, que diuidat triangulum in duas equas partes, erit utique unaqueque ex descendentibus rectis ab angulis super dimidium laterum ipsius, per quam trianguli in equas portiones diuidentur. Verbi gratia: in trigono suprascripto *abg.* datus sit punctus *d.*, per quem transeant protracte ab angulis recte *ae.* et *bz.* et *gt.* diuidentes latera ipsius trigonj in portiones equales; quilibet enim ipsarum diuidit trigonum *abg.* in duo equa: sunt enim trigona *aeb.* et *aez.* super equas bases, que sunt *be.* et *eg.*, et sub una altitudine, que est ex *a.* in *bg.* perpendicularis ducta; quare equale est trigonum *aeb.* trigono *aez.*, propter eadem et trigona *bzg.* et *bza.* sibi inuicem sunt equalia; nec non et trigona *gat.* et *gtb.* sibi inuicem equantur. Sectum est ergo trigonum *abg.* in duas medietates ab una quaque linearum *ae.* et *bz.* et *gt.* transeunte per datum punctum *d.* Similiter si datus punctus cadat super lineam *ae.* inter *ad.* uel *de.*, diuidetur etiam in duo equa trigonum *abg.* a linea *ae.* transeunte per punctum datum infra triangulum: quod idem intellige si punctus datus fuerit in protractu alicuius duarum linearum *bz.* et *gt.* Er si punctus datus non ceciderit in lineis descendentibus ab angulis super dimidium laterum ipsius: tunc si ab angulis transire fecerimus rectas per ipsum punctum uenientes usque ad latera trigonj, erunt sectiones unius cuiusque lateris sibi inuicem inaequales; ex quibus due sectiones maiores medietate ipsorum laterum erunt circa unum ex angulis trigonj, et due minores circa alium, et una maior, et altera maior reliquum angulum continebunt. Verbi gratia: in trigono quidem *dez.* protrahantur recte *da.* *eb.* *zg.* diuidentes latera ipsius per equalia in punctis *a.* *b.* *g.*, et sese innicem secantes super punctum *i.* Et sit punctus datus aliquis infra triangulum *dez.*, qui non sit in lineis *da.* *eb.* *zg.*, quem oportebit esse infra unum ex sex trigonis continentibus totum triangulum *dez.*: que trigona sunt *dib.* et *dig.* et *die.* et *aie.* et *aiz.* et *zib.*: sit primum datus punctus *f.* infra triangulum *dib.*; cumque duxerimus lineam ex *d.* in *f.*; et fecerimus eam penetrare super latus *ez.*, nimirum inter puncta *az.* ueniet; et hoc fiet, quia punctus *f.* est infra triangulum *daz.*: ueniet ergo super punctum *k.*; quare *zk.* est minus medietate sui lateris *ez.* et *ek.* est plus. Item ab angulo *z.* per punctum *f.* rectam fecerimus penetrare cadet utique inter *dg.* super rectam *de.* cum punctus *f.* sit infra triangulum *gzd.*; quare ponamus ipsam cadere super punctum *c.*, erit ergo *ec.* plus medietate lateris *de.* et *cd.* minus. Ergo circa angulum *e.* sunt due sectiones maiores, que sunt *ke.* et *ec.* Rursus si ab angulo *dez.* protraxerimus per *f.* punctum, rectam cadentem super latus *zd.*, nimirum inter *db.* cadet, cum punctus *f.* sit infra triangulum *deb.*: cadat ergo recta ducta ab *e.* per *f.* super punctum *h.*; quare *zh.* erit plus, et *hd.* erit minus medietate lateris *zd.*; quare et circa angulum *edz.* sunt due sectiones minores medietate laterum, que sunt *cd.* et *dh.*; et angulus quidem *dze.* remanet contentus ab inequalibus sectionibus, scilicet ab una maiore, et ab altera minori medietate suorum laterum; quarum maior est sectio *hz.*, minor est sectio *zk.* Similiter si datus

* ueniet; et hoc ergo *ec.* plus *z*
(fol. 70 recto, lin. 21-25, e marginis inferiore; pag. 114, lin. 21-25).



fol. 70 verso.

$.gz.$; et sic habebuntur .10. pro linea $.gi.$, remanebunt pro linea $.iz.$ 6.; deinde si per $.gi.$ diuiserimus .105., uenient predicta $\frac{1}{2}$ 10 pro linea $.gt.$ Demonstrabo aliter lineam $.gt.$ esse $\frac{1}{2}$ 10: protraham á puncto $i.$ cathetum $.imn.$ super lineam $.gb.$; et erit linea $.in.$ equidistans linee $.ac.$; quare erit sicut $.gi.$ ad $.ga.$, hoc est sicut 10. ad .15., ita $.in.$ ad $.ac.$; quare $.in.$ erit .8.; et quia parallogramum est $.mk.$ quadrilaterum, erit linea $.mn.$ equalis linee $.dk.$; quare $.mn.$ est .3., remanet $.im.$ 5.

Rursus quia recta $.in.$ equidistans est recte $.ac.$, erit sicut $.gi.$ ad $.ga.$, ita $.gn.$ ad $.gc.$; quare $.gn.$ est 6.; remanet ergo .3. pro linea $.nc.$; cui cum sit equalis recta $.ml.$ erunt et recta $.ml.$ similiter .3.; de qua si extrahatur $.dl.$, scilicet $\frac{3}{16}$, remanebunt pro linea $.md.$ $\frac{15}{16}$ 2: et quia trigona $.imd.$ et $.dkl.$ orthogonia sunt, et sibi inuicem similia, erit sicut $.im.$ ad $.md.$, hoc est sicut .5. ad $\frac{15}{16}$ 2, ita $.dk.$, scilicet .3., ad lineam $.kt.$: quare si multiplicauerimus $\frac{15}{16}$ 2 per 3., et quod prouenerit diuiserimus per .3., ueniet $\frac{15}{16}$ 1 pro linea $.kt.$; de qua si extraxerimus $.kc.$, scilicet $\frac{5}{16}$, remanebit $\frac{1}{2}$ 1 pro linea $.ct.$; cui si addiderimus lineam $.cg.$, que est .9., habebunt utique $\frac{1}{2}$ 10 pro linea $.gt.$, ut prediximus. Ostendam rursus per numerum, si in eodem trigono protraxerimus lineas $.ao.$ et $.bp.$ transeuntes per $.d.$ punctum, portionem $.gp.$ minorem esse medietate sui lateris, et $.go.$ maiorem. Quoniam trigono $.aog.$ protracta est recta $.de.$ equidistans recte $.og.$, | erit sicut $.ae.$ ad $.ag.$, ita $.de.$ ad $.og.$; ergo est sicut .3. ad .4., ita $.de.$, scilicet $\frac{3}{16}$ 6. ad $.og.$; quare si multiplicauerimus .4. per $\frac{3}{16}$ 6., et summam diuiserimus per .3., uenient $\frac{2}{3}$ 8 pro linea $.go.$ Rursus quia in trigono $.pbg.$ protracta est recta $.de.$ equidistans recte $.bg.$, erit sicut $.bg.$ ad $.de.$, ita $.gp.$ ad $.pe.$: unde erunt sicut superabundantia $.bg.$ super $.de.$, ita $.ge.$ ad $.ep.$; ergo est sicut $\frac{7}{16}$ 7 ad $\frac{9}{16}$ 6, hoc est sicut .119. est ad .105., uel sicut .17. ad .15., ita $.ge.$, scilicet $\frac{11}{16}$ 3 ad $.ep.$; quare si multiplicauerimus .15. per $\frac{3}{4}$ 3; et diuiserimus per .17., uenient $\frac{11}{16}$ 3 pro linea $.ep.$; quare tota $.gp.$ erunt minus $\frac{1}{2}$ 7., que sunt medietas totius linee $.ga.$ Et notandum, quod semper per subtendentem angulum contentum ab inequalibus sectionibus potest transire linea diuidens triangulum in duo equa; et aliquando poterit linea transiens per datum punctum subtendenti angulo contento á maioribus sectionibus, que etiam diuidet triangulum in duo equa; et nunquam transibit recta per datum punctum, qui diuidat triangulum in duas equas partes, que subtendat angulum contentum á minoribus sectionibus.

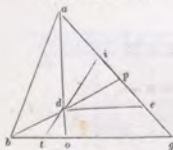
Diuisum est ergo trigonum $.abg.$ in duas equas partes á linea $.it.$ transeunte per punctum datum $.t.$, et est una ipsarum portionum quadrilaterum $.abti.$; et alia est trigonum $.itg.$; quod oportebat facere.

Demonstratio quomodo diuiditur trigonum in duo equa per lineam egredientem á puncto dato extra ipsum.

Si trigonum $.abg.$ per lineam egredientem á puncto dato $.d.$ extra ipsum in duas equas partes diuidere uis, lineam $.ad.$ secans latus $.bg.$ super $.e.$ protrahere; siquidem si recta $.be.$ equalis est recte $.eg.$, factum utique erit propositum; quia $.abe.$ et $.aeg.$ super equas bases sunt, et sub eadem altitudine; unde trigonum $.abe.$ trigono $.aeg.$ iacet equale. Sed non sit $.be.$ equalis recte $.eg.$, erit utique una earum maior; sitque recta $.be.$ maior; á puncto quidem $.d.$ recta protrahatur $.zd.$ equidistans recte $.be.$; et

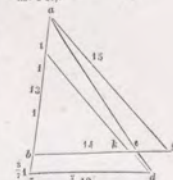
(fol. 71 verso.

ad $.ep.$; quare minoribus sectionibus. » (fol. 71 verso, lin. 7-14; pag. 116, lin. 23-31).



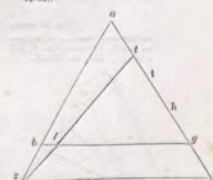
perducatur recta ab . in z . Et quia recta be . maior est medietate lateris bg ., rectangula superficies ab . in be . est plus medietate rectiangularis superficies ab . in bg .; multo plus superficies ab . in zd . est plus medietate superficiem ab . in bg ., cum maior sit zd . quam be . Adiaceat siquidem superficies ib . in zd . equalis dimidio superficiem, que fit ex ab . in bg .; et quoniam maior est superficies ab . in be . superficiem ib . in zd .; erit proportio zd . ad be . minor proportione ba . ad bi . Sed proportio zd . ad be . equalis est proportioni za . ad ab . Disiunctim quidem erit proportio zb . ad ba . minor proportione ai . ad ib .; quare superficies zb . in bi . minor est superficiem ba . in ai .; adiungatur quidem recte bi . parallelogramum superhabundans figura tetragona equale superficiem zb . in bi .; hoc est quod recte bi . adiungatur quedam linea, que multiplicata in se et in bi . faciat equale multiplicationi zb . in bi .; quod parallelogramum sit superficies, que sit ti .; et copuletur recta tkd .; et quia superficies zb . in bi . equa est superficiem ti . in ti ., proportionaliter erit ut zb . ad bt ., ita ti . ad ib .; coniunctim ergo sicut zt . ad bt ., ita bt . ad bi . Sed sicut zt . ad bt ., ita zd . ad bk .; ergo sicut zd . ad bk ., ita bt . ad bi .; quare superficies kb . in bt . equa est superficiem zd . in bi . Sed superficies zd . in bi . equalis est dimidio superficiem ab . in bg .; quare trigonum tbk . dimidium est trigonum abg . Diuisum est ergo trigonum abg . a linea egrediente a puncto d ., que est recta dkt . in duas medietates, quarum una est trigonum tbk ., et alia est quadrilaterum $tkga$.; quod oportebat facere. Que etiam operabor cum numeris. Sit latus ab . 13., et ag . 15., et bg . 14., et dz . $\frac{2}{3}$ 10, et bz . $\frac{1}{3}$ 4.; et diuidam dimidium superficiem ab . in bg ., scilicet 91. per zd ., hoc est per $\frac{2}{3}$ 10.; et uenient $\frac{1}{3}$ 8 pro linea bi .; et multiplicabo zb . in bi ., scilicet $\frac{1}{3}$ 8., uenient $\frac{1}{3}$ 12.; quibus superaddam quadratum dimidij lineę bi ., scilicet multiplicationem de $\frac{1}{3}$ 4 in se; que multiplicatio est $\frac{1}{9}$ 16., erunt $\frac{1}{3}$ 28.; quorum radix, que est $\frac{2}{3}$ 5., est linea ti .; cui si addatur ib ., que est $\frac{1}{3}$ 4., habebuntur 10. pro linea tb .; et quia est sicut zt . ad bt ., ita zd . ad bk .; multiplicabo zd . in bt ., scilicet $\frac{2}{3}$ 10. per 10., erunt 104.; que diuidam per $\frac{2}{3}$ 11., hoc est per lineam zt ., et uenient $\frac{1}{10}$ 9 pro linea bk .; uel 91, que sunt medietas superficiem ab . in bg .; diuidam per bt ., hoc est per 10., exhibunt similiter $\frac{1}{10}$ 9 pro linea bk .; et sic erit trigonum tbk . dimidium trigoni abg ., ut oportet. Et si unum ex lateribus trigoni extra trigonum protrahatur fuerit; et in ipso protractus punctus ille ceciderit, a quo recta egredi oporteat, que diuidat triangulum in duo equa; ut si in trigono abg . extra trigonum educatur latus ab . super punctum z .; et sit z . punctus datus a quo recta egredi oporteat diuidens triangulum abg . in duo equa, eodem supradicto modo a puncto z . producam rectam ze . equidistantem recte bg .; et educam latus ag . in punctum e .; et ponam superficiem ze . in gi . equalem dimidio superficiem ag . in gb .; et applicabo recte gi . parallelogramum, cui superhabundet tetragonum equale eius, quod sit ex eg . in gi .; sitque gt . in ti .; et copulabo tz . Dico diuisum esse trigonum abg . in duo equa a linea tz . egrediente a puncto z ., et est ipsarum partium trigonum zgt ., et alia est quadrilaterum $ztbl$. Quod sic probatur: Quoniam superficies gt . in ti . equa est superficiem eg . in gi ., est sicut eg . ad gt ., ita ti . ad ig .; coniunctim ergo sicut tota et . ad tg ., ita tota tg . ad ig . Sed sicut et . ad tg ., ita ez . ad gl .; per equale ergo erit sicut ze . ad lg ., ita recta gt . ad rectam ig .; quare superficies lg . in gt . equa est superficiem

* superficies ab linea que
(fol. 74 verso, lin. 27-35; pag. 117,
lin. 2-10).



fol. 72 recte.

* zg ., coniunctam . . . ita recta gt .
(fol. 72 recte, lin. 34 e 35, e
marginis inferiore; pag. 117, lin.
41-42).



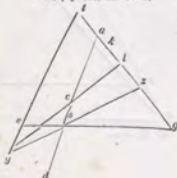
fol. 72 verso.

.ze. in .ig. Sed superficies .ze. in .ig. est medietas superficiæ .ag. in .bg.; quare et superficies .t.g. in .lg. est medietas superficiæ .ag. in .bg.; duplum ergo est superficies .ag. in .gb. superficiæ .t.g. in .gl. Duplum ergo est trigonum .abg. trigono .t.gl.; quare trigonum .t.gl. est medietas trigoni .abg., ut oportet. Que etiam demonstrantur in numeris.

Sit rursus latus .ab. 12., et latus .ag. 15.; basis quoque .bg. 14.; et sit .bz. quarta pars ex .ab.; quare et .eg. erit $\frac{2}{3}$ 3., scilicet quarta ex .ag.; quare .ze. addit quartam partem super .bg.; et sic erit .ze. peritricarum $\frac{2}{3}$ 17.: in quibus si diuiderimus dimidium facti ex .ab. in .bg., scilicet .105., uenient. 6. pro linea .gi.; cui si applicauerimus superficiem .gt. in .ti. equalem eius que sit ex .eg. in .gi., erit utique superficies .gt. in .ti. $\frac{1}{2}$ 22: et ut habeamus notitiam quantitatis lineæ .ti., diuidam .ig. super punctum .h. in duo equa, et erit .ih. 3.: et quia linea .ig. diuisa est in duo equa super punctum .h.; et ei indirecto adiuncta est linea .it., erit multiplicatio .it. in .gt. cum quadrato lineæ .ih., quod est 9., equalis quadrato lineæ .th.; quare .th. est radix de $\frac{1}{2}$ 31; cui si addatur .hg., que est 3., erit tota .tg. radix de $\frac{1}{2}$ 31 et 3.; quare binomium est .tg.: et quia, ut demonstratum est, equale est factum ex .lg. in .gt. ei quod est ex .ze. in .ig., quod est .105., diuidenda sunt .105. per lineam .gt., scilicet per binomium, cuius nomina sunt radix de $\frac{1}{2}$ 31 et 3. Quam diuisionem, qualiter fiat, indicabo; quia binomium est linea .tg., erit utique recisum ipsius binomij linea .ti., que est radix de $\frac{1}{2}$ 31, minus 3.; cum .hi., que est 3.; auferatur ex .th., que est radix de $\frac{1}{2}$ 31; et quia ex .tg. binomio in .ti. reciso provenit ratiocinatum, scilicet $\frac{1}{2}$ 22; si diuiderimus $\frac{1}{2}$ 22 per binomium .gt., ueniet utique recisum .ti.; ergo quotiens $\frac{1}{2}$ 22 sunt in .105., totiens equale .ti. recisi ueniet ex diuisione de .105. in .tg. binomio; unde diuidenda sunt .105. per $\frac{1}{2}$ 22., hoc est 210 per 45., uenient $\frac{2}{3}$ 4.; in quibus si multiplicauerimus recisum .ti., habebimus quantitatem lineæ .gl.; que multiplicatio sic fit; ex multiplicatione quidem de $\frac{2}{3}$ 4 in lineam .ti., scilicet in radicem de $\frac{1}{2}$ 31., uenient quatuor radices, et due tertie de $\frac{1}{2}$ 31, que sunt una radix de 66., que provenit ex multiplicatione quadrati de $\frac{2}{3}$ 4. in $\frac{1}{2}$ 31.; de qua radice tollenda est multiplicatio de $\frac{2}{3}$ 4. in lineam .ih., que est .14.; et sic habebitur pro linea .gl. radix de 66., minus .14., que secundum propinquitatem sunt parum minus de $\frac{1}{2}$ 12, nec non et binomium .gt. secundum propinquitatem est $\frac{1}{2}$ 8: quibus multiplicatis per $\frac{1}{2}$ 12, scilicet .tg. in .gl., uenient circa .105, ut oportet. Et sic est procedendum, cum uolumus diuidere aliquem numerum in ratiocinatum per aliquod binomium. Et notandum, quod si .105. oporteret diuidere per recisum .it., eadem uia esset tenenda; et egrederetur ex ipsa diuisione binomium, cuius nomina essent radix de 66., et 14; et sic studeas operari in similibus. Sed protrahantur duo

fol. 73 recto.

protrahantur duo si inopu-
lus a (fol. 73 recto, lin. 1, 2-5
= 16, pag. 118; lin. 34-42).



lateral trigoni extra trigonum continentia unum ex angulis trigoni; et punctus datus cadat infra lineas continentes angulum exteriorem, qui est equalis angulo interiori; et uolumus ab ipso puncto rectam protrahere diuidentem triangulum in duo equa. Vt si trigoni .abg. duo latera .ab. et .bg. producantur in punctis .de.; et infra angulum .ebd. datus sit punctus .i. a quo egrediatur recta diuidens triangulum .abg. in duo equa, copulabo primum .ib., et ducam lineam .ib. in punto .z. cadens super lineam .ag. Si ergo .az. equalis est .zg., diuisum est trigonum .abg. in duo equa, a linea .iz. Sed si inequales sunt, erit maior una earum, que sit .az.; educam siquidem .za. extra trigonum .abg. super punctum .t.; et a puncto .i. ducam lineam .it. equidistantem lineæ

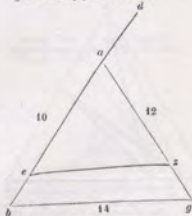
ba.; et quia maior est *za.* medietate lateris *ag.*, erit maior superficies *ab.* in *az.* medietate superficiei *ba.* in *ag.* Vnde adiaceat *lt.* in *ak.* equalis medietati superficiei *ba.* in *ag.*; et accipiantur superficies *al.* in *kl.* equalis superficiei *ta.* in *ak.*, et co-
puletur recta *li.*; et ostendetur per ea, que supra dicta sunt, trigonum *abg.* diuisum
esse in duo equa á linea *il.*; et una sectio earum trigonum est *lac.*, et alia est
quadrilaterum *lcbg.*

Et si per equidistantem uni laterum trigoni trigonum aliquod diuidere uis, qua-
liter hoc fieri debeat in sequenti trigono *abg.* demonstrabitur, quod in duas equales
partes per equidistantem basi *bg.* diuidi oporteat. Latus quidem *ba.* emictatur extra
trigonum in puncto *d.*; et sit *ad.* equalis medietati lateris *ba.*; et linearum quidem
ba. et *ad.* summatur media proportionalis *ae.*, hoc est quod sit sicut *ba.* ad *ea.*,
ita *ea.* ad *ad.*; et per punctum *e.* basi *bg.* equidistans ducatur recta *ez.* Dico si-
quidem, trigonum *abg.* diuisum esse in duas equas partes á linea *ez.*, quarum una
est trigonum *aez.*, alterum est quadrilaterum *ebgz.*; quod sic probatur: trigona *aez.*
et *abg.* sibi inuicem sunt similia, cum anguli *aez.* et *aze.* duobus angulis *abg.* et
agb. sint equales, exteriores uidelicet interioribus; et angulus *bag.* est comunis
utrique. Similia uero trigona ad se inuicem in dupla proportionem sunt homologorum
lateralum, idest similitum; quare est sicut *ba.* ad *ad.*, ita trigonum *abg.* ad trigonum
aez.: est enim *ba.* ex *ad.* dupla; quare trigonum *abg.* trigoni *aez.* est duplum: ergo
medietas trigoni *abg.* est trigonum *aez.*, vel aliter; quoniam quando tres recte sunt
proportionales in proportionem continua, est sicut prima ad tertiam, ita spatium, quod
á prima ei, quod est a secunda simile, et similiter descriptum. Vnde, ut dictum est,
sicut *ba.* prima est ad *ad.* tertiam, ita quod ab *ab.* ei quod ab *ae.* duplum, id est
quod ab *ab.* ei quod ab *ae.*; duplum ergo est trigonum *abg.* trigono *aez.*, ut | pre-
dixi. Aliter quia est sicut *ba.* ad *ae.*, ita *ae.* ad *ad.*, erit factum ex *ba.* in *ad.*
equale ei quod á recta *ae.* tetragonum: quare tetragonum recte *ab.* duplum est te-
tragono, quod á recta *ae.*; et quia equidistans est *bg.* ex *ez.*, proportionaliter est
sicut *ba.* ad *ae.*, ita *ga.* ad *az.*; quare est sicut tetragonum, quod á recta *ba.* ad
tetragonum, quod á recta *ae.*, ita tetragonum, quod á recta *ga.* ei quod á recta *az.*;
duplum est tetragonum recte *ba.* tetragono recte *ae.* Quare duplum erit tetragonum
recte *ga.* eius quod est á recta *az.*; quare factum ex *ba.* in *ag.* duplum est facto
ex *ea.* in *az.*; quare trigonum *abg.* duplum est trigono *aez.* Quod si secundum nu-
merum facere uis, sit latus *ab.* 10; latus quoque *ag.* 12; latus uero *bg.* 14: multipli-
cabo quidem *ab.* in dimidium sui, scilicet 10., per 5., erunt 50., quorum radix est *ae.*;
et ducam rursus *ga.* in dimidium sui, et habebuntur 72; quorum radix est linea *az.*;
et protraham lineam *ez.*, et erit trigonum *aez.* medietas trigoni *abg.*, cum sint circa
unum angulum; et fiat multiplicatio *ea.* in *az.* medietas ex *ba.* in *ag.*: multiplicatio
quidem ex *ea.* in *az.*, scilicet ex radice de 50., in radicem de 72., facit radicem de
3600., scilicet 60., que sunt dimidium ex *ba.* in *ag.*, scilicet de 120.: et si uis habere
notitiam recte *ez.*, multiplicabis *bg.* in dimidium sui, et uenient 98. pro quadrato
linee *ez.*; et sic studeas facere in similibus.

Incipit de diuisione trigonorum in tres partes.

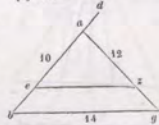
Si TRIGONVM *abg.* in tres equas partes diuidere uis super unum ex lateribus suis,

vel aliter ... trigonum *aez.*, ut a
(fol. 73 recto, lin. 22-25, e mar-
gine inferiore; pag. 119, lin. 20-24).



fol. 52 verso.

ba. in ad. quod est á rec-
ta a (fol. 73 verso, lin. 2-7 e 8;
pag. 119, lin. 23-24).



Demonstratio qualiter á trigono abscidatur pars data per lineam protractam per punctum datum infra triangulum.

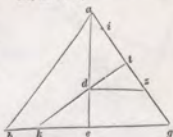
ADJACEAT siquidem trigonum *abg.*, et in ipso datus sit punctus fortuito *d.*, per quem transire uolo rectam abscindentem datam partem, ut dicamus tertiam á triangulo *abg.* protraham quidem per punctum *d.* lineam *ae.*, et considerabo utrum sectio *be.* uel *eg.* sit tertia pars lateris *bg.*; quia si *be.* est tertia pars ex recta *bg.*, tunc trigonum *abe.* erit tertia pars trigoni *abg.* Si autem neutra eorum est tertia pars lateris *bg.*, considerato que dixi super unam quamque linearum egredientium á reliquis angulis: et uenientium super reliqua latera per punctum *d.*: quod si non innenero aliquam ex sectionibus laterum esse tertiam sui lateris, protraham á puncto *d.* lineam *dz.* equidistantem lineæ *ge.*, et ponam superficiem *dz.* in *zi.* equalem tertie parti superficiæ *ag.* in *bg.*, et applicabo lineæ *gi.* superficiem equiangulam, cui deficiat figura tetragona equalem superficiæ *gz.* in *zi.*, que sit superficies *it.* in *tg.*; et copulabo rectam *td.*, et perducam eam in *k.* Dico quidem quod á triangulo *abg.* abscisa est tertia pars, scilicet triangulum *tkg.* á linea *tk.* transeunte per punctum *d.*; quod sic probatur: quia factum ex *gi.* in *gz.* equatur facto ex *it.* in *tg.*, erit sicut *gi.* ad *it.*, ita *tg.* ad *gz.*: permutatim ergo est sicut *ig.* ad *gt.*, ita *gt.* ad *zt.* Sed sicut *gt.* ad *zt.*, ita *kg.* ad *dz.*; ergo sicut *kg.* ad *dz.*, ita *gi.* ad *tg.*; quare factum ex *tg.* in *gk.* equale est facto ex *dz.* in *zi.* Sed factum ex *dz.* in *gi.* est tertia pars facti ex *ag.* in *gb.*; quare et superficies *tg.* in *gk.* est tertia pars superficiæ *ag.* in *gb.*; quare trigonum *tkg.* est tertia pars trigoni *abg.*, ut dictum est.

Demonstratio qualiter abscidatur pars data á dato triangulo per lineam egredientem á puncto dato extra triangulum.

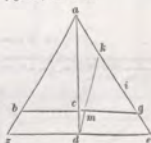
ESTO trigonum *abg.*, et extra ipsum datus sit punctus *d.*; oportet ut á triangulo *abg.* abscidatur pars data, ut dicamus tertiam per lineam egredientem á puncto *d.*; copulabo primum rectam *ad.* secantem latus *bg.* super punctum *c.*; et si *bc.* uel *cg.* est tertia pars lineæ *bg.*, nimirum abscisa est tertia pars trigoni *abg.* per lineam *ad.* ascendentem á puncto *d.*: quod si ita non est, protraham latera *ab.* et *ag.* extra triangulum *abg.* in punctis *ez.*, et per punctum *d.* lateri *bg.* equidistantem protraham lineam *ez.*, et ponam superficiem *de.* in *gi.* equalem tertie parti superficiæ *ag.* in *gb.*, et applicabo recte *gi.* parallogramum, cui superhabundet figura tetragona equale ei quod fit ex *eg.* in *gi.*: sitque superficies *ik.* in *kg.*; et per punctum *k.* ducam rectam *kmd.* Dico, triangulum *kmg.* esse tertiam ex triangulo *abg.*; quod sic probatur: quoniam equalis est superficies *eg.* in *gi.* superficiæ *gk.* in *ki.*, est sicut *eg.* ad *gk.*, ita *ki.* ad *ig.*: coniunctim ergo est sicut *ek.* ad *gk.*, ita *gk.* ad *ki.* Sed sicut *ek.* ad *gk.*, ita *de.* ad *gm.*; ergo est sicut *ed.* ad *gm.*, ita *gk.* ad *gi.*: superficies ergo *gk.* in *gm.* equalis est superficiæ *de.* in *gi.* Sed superficies *de.* in *gi.* est tertia pars superficiæ *ag.* in *gb.*; quare et superficies *gk.* in *gm.* est tertia pars superficiæ *ag.* in *gb.*; quare et superficies *kg.* in *gm.* ad superficiem *ag.* in *gb.*, ita trigonum *kmg.* ad trigonum *abg.*: est ergo | trigonum *kmg.* tertia pars trigoni *abg.*, ut predixi. Similiter eodemque modo possemus abscidere á quolibet triangulo partem quamlibet datam per lineam egredientem á puncto dato inprotractu lateris ipsius extra ipsum, uel infra protractionem duorum laterum continentium ex la-

fol. 74 verso.

* equatur facto . . . quare trigonum *
(fol. 74 verso, lin. 12-16 e 17; pag. 121, lin. 16-21).

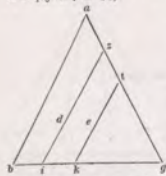


* equidistantem protraham ad. ad
gm. (fol. 74 verso, lin. 24 e 25-31;
pag. 121, lin. 29-36).

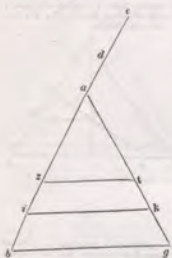


fol. 75 recto.

* apud istum d. puncta data s. (fol. 75 recto, lin. 2 s. 3-11; pag. 121, lin. 42 — pag. 122, lin. 1-7).

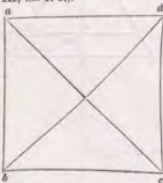


* pars ipsius inuicem similia s. (fol. 75 recto, lin. 13, 14-29; pag. 122, lin. 9-20).



fol. 75 verso.

* quoque sunt parallogramorum s. omnes s. (fol. 75 verso, lin. 1-8; pag. 122, lin. 30-37).



tribus trigonj. Rursus si infra trigonum abg . duo puncta data fuerint de .; et uolumus triangulum abg . in tres equas partes diuidere per rectas transeunt per puncta de ., abscidemus primum a trigono abg . triangulum zig . per lineam zi . transeuntem per punctum d . continentem duas tertias trigonj abg ., remanebit quadrilaterum $zabi$. pro tertia parte trianguli abg .: de inde triangulum izg . diuidemus in duo media a linea tk . transeunte per punctum e .; et erit una portio earum quadrilaterum zik ., et alia erit trigonum tkg .: eodemque modo procedas, si puncta data fuerint extra triangulum. Er si triangulum abg . per equidistantes rectas basi bg . diuidere uolumus, protraham latus ba . secundum quantitatem tertie partis ipsius in puncto d .; et iaceat in directo ipsius recta de . equalis recte da ., et erit tota ae . quantitas duarum tertiarum lineę ba .: et ponam lineam az . median inter ba . et ad .: rursus inter ba . et ae . in proportionem media ponam rectam ai .; et per puncta zi . protraham rectas zt . ik . equidistantes basi bg . Dico, trigonum abg . diuisum esse in tres partes equales, quarum una est trigonum azt ., altera quadrilaterum zik ., tertia erit quadrilaterum $ibgk$.; quod sic probatur: quia est sicut ba . ad az ., ita az . ad ad .; erit sicut ba . ad ad ., ita trigonum abg . ad trigonum azt ., cum ipsa trigona sibi inuicem sint similia: est enim ba . ex ad . tripla; quare et trigonum abg . triplum est trigoni azt .. Ergo trigonum azt . tertia pars est trigoni abg . Rursus quia est sicut ba . ad ia ., ita ai . ad ae . erit sicut ba . ad ae ., ita trigonum, quod ab ea . ei quod ab ai . simile; et similiter descripta sunt enim trigona aik . et abg . sibi inuicem similia super latera ai . et ab . descripta; quare est sicut ea . ad ab ., hoc est sicut 2 . est ad 3 ., ita trigonum aik . est ad trigonum abg .: due ergo tertie trigoni abg . est trigonum aik .; de quo si auferatur trigonum azt ., quod est tertia pars trigoni abg ., remanebit quadrilaterum zik . tertia pars trigonj abg .: residuum uero simile quadrilaterum $ibgk$. erit alia tertia pars: diuisum est ergo trigonum abg . in tres partes equales; quod oportebat facere. Et sic per demonstratos modos omnia genera trigonorum possunt diuidi in quatuor partes uel plures. Vnde ad diuisionem quadrilaterum ueniamus.

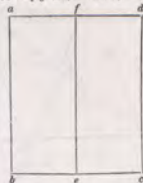
Incipit de diuisione quadrilaterorum.

GENERA quidem quadrilaterorum sunt tria, parallogramina uidelicet, et caput ascisa: atque diuersilatera: parallogramina | quoque sunt, quorum latera et anguli oppositi sibi inuicem equantur: quorum species sunt quatuor: in prima quarum sunt tetragona, que omnia latera equalia et angulos rectos habent; in secunda uero sunt parte altera longiora, que tantum duo latera habent sibi inuicem opposita equalia, et omnes angulos rectos habent: in tertia quoque sunt rumbi, qui ex quatuor lateribus equalibus constant, sed angulos habent inaequales. In quarta sunt rumboides, quorum tantum duo latera sibi inuicem opposita, nec non et angulos oppositos equales habent: et quia unus est modus diuidendj has quatuor species parallogramorum; omnes figuras eorum sub eisdem notulis terminare disposui, ut que in una earum dixerimus, idem in reliquis de ea esse uideatur. Adiacet quidem tetragonum: et parte altera longius: rumbus: et rumboides $abcd$., quorum unumquodque in duo equa diuidi oporteat; quoniam parallogramina sunt quadrilatera $abcd$., dyametri ipsorum ipsos per equalia secant; quare si protraxerimus dyametrum ac ., uel bd ., ut in prima cernitur figura, erunt utique in duas equales partes ab unoquoque dyametrorum ipsorum diuisa. Verbi

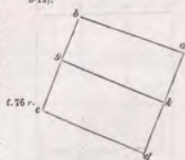
gratia : si protraxerimus dyametrum ac , erit itaque trigonum abc equale trigono acd ; quia latus ad equale est lateri bc , et latus ab equale est lateri dc : basis quoque ac est utrique triangulo communis. Et si super aliquod laterum divisionem incipere uis, ipsum latus in duo equa secabis, et per punctum sectionis super latus sibi oppositum reliquis lateribus rectam equidistantem protrahe, ut in secunda patet figura, in qua super dimidium lateris bc signatus est punctus e , et ab ipso protracta est recta ef equidistans rectis ba et cd ; et sic totum quadrilaterum ac diuisum est in duo equa paralilogramina, que sunt ae et fc : sunt enim super equas bases be et ec , et in eisdem equidistantibus ad et bc . Similiter si protraxerimus lineam gk equidistantem rectis ad et bc , et diuidentem latera super dimidium laterum ab cd , erit utique diuisum unumquoque suprascriptorum paralilograminorum in duo equa a linea gk , ut in tertia figura ostenditur: sunt enim paralilogramina gd et bk sibi inuicem equalia, cum sint super equas bases cg gb eisdem equidistantibus cd et ab . Et si super aliquod laterum punctus datus fuerit, ut in quarta figura, in qua datus est punctus h cadens inter puncta be , signabis in oppositum eius punctum i cadens inter fc ; et inaceat fi equalis recte eh , et copuletur recta hi . Dico quidem, diuisum esse unumquodque quatuor quadrilaterorum in duo equa a linea ih ; quod sic probatur: quoniam in equidistantibus ad et bc recte incident fe et ih , erit angulus ifk angulo keh equalis, nec non et angulus fik angulo khe , et anguli qui ad k sibi inuicem sunt equalis, et basis fi basi eh est equalis: equale ergo est trigonum fki trigono khe : communiter si adiungatur pentagonum $kfabh$, erit quadrilaterum $iabh$ equale quadrilatero $abef$, quod est medietas totius quadrilateri ac . Vel aliter quia paralilogramina sunt ae et fc et ic in eisdem equidistantibus ad et bc habent latera sibi opposita equalia; quare equale est latus af lateri be et fd ex ec . Sed fd est dimidium ex ad ; quare fd equale est recte af ; ergo et af equalis est recte ec , et fi equalis est recte he : tota ergo ai toti ch est equalis, et recta di recte bh est equalis, et latus hi est comune: totum ergo quadrilaterum $iabh$ quadrilatero $ihcd$, ut diximus, est equale. Similiter si datus punctus caderet inter ec ; quantum distaret ab e uersus c , tantum acciperes ex recta fa ; incipiendo ab f ; et sic secundum hoc potes diuidere omnia paralilogramina a dato puncto super quodlibet laterum.

Et si paralilogramum aliquod in duo equa per lineam protractam a puncto dato infra ipsum secare desideras, ut paralilogramum ag , infra quod datus sit punctus c , per quem uolumus lineam transire diuidentem paralilogramum ag in duo equa super dimidium dyametrij bd ; ponas punctum f , et copulabis cf , et protraheas eam in utramque partem in puncta ez . Dico, diuisum esse paralilogramum ag in duas equas sectiones, quarum una est quadrilaterum $eabz$, et alia quadrilaterum $edgz$; quod sic probatur: quoniam in equidistantibus ad et bg due recte ez et db incident, erit angulus fde equalis angulo fbz , et angulus fed angulo fbz , nec non et anguli qui ad f sibi inuicem sunt equalis; equiangula ergo sunt trigona fed et fbz : et quoniam equalis est recta fb recte fd , equalis erit et recta de recte bz , et trigonum dfe trigono $bfbz$ erit equale; comune accipiat quadrilaterum $dfzg$, erit quadrilaterum $ezgd$ equale trigono bgd ; sed trigonum bgd est medietas paralilogrami ag ;

* diximus, idem ... ab equale a (fol. 75 verso, lin. 40-41; pag. 122, lin. 38 — pag. 123, lin. 1 et 2).



* paralilogramina ... super equas a (fol. 75 verso, lin. 24-29; pag. 123, lin. 8-13).

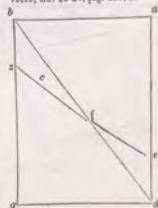


t. 76 r.

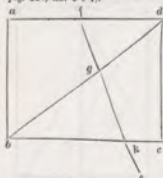
* punctus datus ... recte incident i (fol. 75 verso, lin. 31-35 et margine laterale exteriori, pag. 123, lin. 44-48).



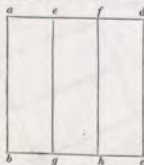
* Et si ... quoniam equalis a (fol. 76 recto, lin. 19-24; pag. 123, lin. 32-41).



* dato extra punctus *e*. v. (fol. 76 verso, lin. ultima e margine inferiore; pag. 124, lin. 6 et 7).



* sicut quo ... et unum quodque * (fol. 76 verso, lin. 8-15; pag. 124, lin. 15-23).



* abscissum parallelogramum ... est parallelogrami * (fol. 76 verso, lin. 22-29 e 30; pag. 124, lin. 29-36).



* *ef*, ut in ... operabitur * (fol. 76 verso, lin. ultima e margine inferiore; pag. 124, lin. 41 e 42).



fol. 77 recto.

quare quadrilaterum *ezgd*. est medietas parallelogrami *ag*., ut predixi: hoc eodem modo diuiduntur omnia parallelogramina erecta protracta á puncto dato super unum ex lateribus ipsius: uerbi gratia; ut si datus punctus esset *e*., diuideret quidem rectam *db*. in duo equa super punctum *f*.; et per ipsum punctum protraheretur linea *ez*., que diuideret parallelogramum *ag*. in duo equa, ut probatum est. Et si parallelogramum aliquod in duo equa secare uis per lineam egredientem á puncto dato extra fol. 76 v. ipsum, ut parallelogramum *ac*., extra quod datus sit punctus *e*., protraham rursus dyametrum *bd*., et diuidam ipsum super punctum *g*., et copulabo rectam *eg*., et protraham eam in puncto *f*.: diuisum est parallelogramum *ac*. in duo equa per lineam egredientem á puncto dato *e*.; quod probatur per superscriptam figuram; et est una medietatum ipsius quadrilaterum *fabk*., et alia est quadrilaterum *fkcd*., ut in ipsa figura patet.

Incipit de diuisione parallelogramorum in plures partes.

ADICEANT quidem superscripte quatuor species parallelogramorum *abcd*.; et uolumus aliquid ipsorum in tres equales partes diuidere super duo data latera eius, que sint *ad*. et *bc*.; diuidamque latus *ad*. in tres equales partes, que sint *ae*. *ef*. *fd*., et per puncta *ef*. protraham rectas *eg*. *fh*. equidistantes lateribus *ab*. et *dc*. Dico quod quale uis ex superscriptis quatuor parallelogramis diuisum esse in tres equas sectiones á rectis *eg*. et *fh*.; quod sic probatur. Quoniam equidistantes sunt recte *ad*. et *bc*., et cum eis copulate sunt recte equidistantes *ab*. et *eg*. et *fh*. et *de*., erunt inter se equales; quare parallelogramina sunt quadrilatera *ag*. *eh*. *fc*., et habent bases equales sibi inuicem, que sunt *bg*. et *gh*. et *hc*.: est enim quelibet earum tertia pars lateris *bc*.; quare et unum quodque ipsorum parallelogramorum tertia pars est totius *ac*. parallelogrami, ut in prima patet figura. Et si super aliquem punctum datum super uno laterum rectam protrahere uis, que abscidat á parallelogramo dato tertiam partem; et datum punctum ponamus esse super latus *ad*.; diuiso quidem primo latere *ad*. super puncta *ef*. ordine supradicto, uidelicet quod quelibet sectionum *ag*. *eh*. *fe*. sit tertia pars totius *ad*., et datus punctus fuerit *e*.; protraham rectam *eg*., et erit á parallelogramo *ac*. abscissum parallelogramum *ag*. á linea protracta á puncto *e*., quod est tertia pars ipsius. Similiter si punctus datus fuerit *f*., erit parallelogramum *fc*. tertia pars parallelogrami *ac*.: si punctus datus non fuerit super *e*., aut super *f*., erit itaque inter *ae*., aut inter *ef*., aut inter *fd*.: sit primum inter *ae*. punctus datus *i*.; et uolo á parallelogramo *ac*. auferre tertiam partem eius á linea protracta á puncto *i*.; signabo primum punctum *f*. super tertiam partem lateris *ad*., et ab ipso puncto *f*. protraham *fk*. equidistantem lateribus *ab*. et *dc*.; et sic erit parallelogramum *fc*. tertia pars ex parallelogramo *ac*.; quare parallelogramum *ah*. duplum est parallelogrami *fc*.: unde oportet ipsum parallelogramum *ha*. diuidere in duo equa per lineam protractam á puncto *i*.; unde quantum distat *i*. ab *a*., tantum distare faciam *k*. ab *h*.: et copulabo *ik*., et erit quadrilaterum *iabk*. medietas parallelogrami *ah*.: secta est ergo tertia pars parallelogrami *ac*. per rectam *ik*., et est diuisum inter equas partes, que sunt quadrilatera *iabk*. et *ikhf*., et parallelogramum *fc*., ut in secunda patet figura. Et si datus punctus *i*. fuerit inter *fd*., operabitur idem in aduersam partem, uidelicet á parallelogramo *ac*. abscidam parallelogramum *ag*., quod sit tertia eius; deinde parallelogramum

ec. diuidam in duo equa per lineam protractam á puncto *i.*, que sit linea *il.*, que abscidit á paralilogramo *ac.* tertiam partem eius, scilicet quadrilaterum *ilcd.*, ut in tertia patet figura. Et si punctus *i.* erit inter *ef.*, abscidam á paralilogramo *ac.* paralilogramum *fc.*, et residuum diuidam in duo equa per lineam protractam á puncto *i.*, que sit recta *im.*; et abscidatur per lineam *im.* quadrilaterum *iabm.* á paralilogramo *ac.*, quod est tertia pars eius; relique due partes erunt quadrilaterum *imhf.*, et paralilogramum *fc.*, ut in quarta figura, scilicet in rumboide *abcd.*, demonstratur. Eodem modo potest omnem paralilogramum diuidi in quatuor uel plures partes equales. Verbi gratia: si uis paralilogramum aliquod diuidere in quatuor partes equales, diuide primo ipsum in duo equa: aut per dyametrum ipsius: aut per rectam equidistantem duobus lateribus eius; deinde unamquamque ipsarum duarum portionum in duo equa secabis; et erit totum paralilogramum in .iiii.^{or} partes diuisum.

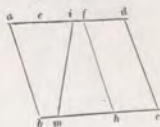
De diuisione paralilogramorum in partes inaequales.

Esro paralilogramum *abgd.*, quod in equaliter inter tres consortes diuidere uolumus, ita quod primus habeat medietatem, secundus tertiam, tertius sextam. Diuidam primum paralilogramum *ag.* in duo paralilogramina equalia, que sunt *az.* et *eg.*; deinde ab uno ipsorum secabo tertiam partem, que sit paralilogramum *ig.*, hoc est quod recta *id.* sit tertia pars ex *ed.* Dico, paralilogramum *ag.* diuisum esse in tres portiones predictas, quarum medietas est paralilogramum *az.*, et eius sexta est paralilogramum *ig.*, et reliquum, scilicet paralilogramum *et.*, est tertia pars totius *ag.* Quoniam *id.* est tertia ex *ed.*, erit *id.* sexta pars ex tota *ad.*; quare paralilogramum *ig.* sextam partem esse dico ex toto paralilogramo *ag.*: possumus quidem qualemcumque partem uolumus accipere ex predictis á linea producta á puncto dato extra, uel intus, uel super numm ex lateribus paralilogramj per ea que dicta sunt.

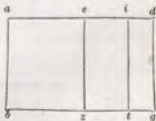
Incipit de diuisione quatuor figurarum caput abscisarum, que duo tantum latera habent equidistantia.

CAPVT abscisarum species sunt quatuor, prima quarum dicitur semicaput abscisa, altera eque caput abscisa, tertia diuerse caput abscisa, quarta caput abscisa declinans; et quia omnium harum diuidendj modus est unus, ipsas omnes per ordinem ponere disposui eisdem litteris, siue notulis denotatis; ut que dicta super aliquam ipsarum inueniantur, super unam quamque reliquarum esse dicta cognoscas. ADIACEANT ergo .iiii.^{or} speties caput abscisarum *abgd.* habentia latera *ad.* et *bg.* equidistantia; et uolumus quamlibet ipsarum diuidere per rectam equidistantem basibus earum, que sunt recte *bg.*: et quia ex equidistantibus *ad.* et *bg.* minor est *ad.* quam *bg.*, si protraxerimus rectas *ba.* et *gd.*, in partes *ad.* concurrent: concurrent enim ad punctum *e.*; et sit quadratus recte *ze.* medietas quadratorum rectarum *eb.* et *ae.*; et per punctum *z.* protraham *zi.* rectam equidistantem basi *bg.* Dico, trapeziem *abgd.* in duo equa diuisum esse á linea *zi.* equidistante recte *bg.*; quod sic probatur. Quoniam quadrata linearum *eb.* et *ae.* dupla sunt quadrato linee *ez.* Dupla erunt et trigona *ebg.* et *ead.* trigono *ezi.*, cum sint sibi inuicem similia. Sed si de trigono *ebg.* relinquamus trigono *ezi.*, qui est equalis sibi idem, remanebunt quadrilaterum *zbg.*, et trigonum *ead.* equalia trigono *ezi.*: comuniter si auferatur trigonum *ead.*, remanebit quadrilaterum *zg.* equale quadrilatero *ai.*: diuisum est ergo quadrilaterum *abgd.* in duo equa á linea *zi.*; quod oportebat facere. Quod etiam ostendamus cum

* et residuum plures partes á (fol. 77 recte, lin. 8, 6-10; pag. 125, lin. 4-8).

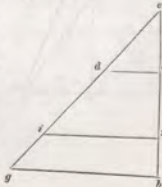


* secabo tertiam qualemcumque partem á (fol. 77 recte, lin. 13-14; pag. 125, lin. 46-51).



(fol. 77 verso).

* dupla sunt id. 12., ita á (fol. 77 verso, lin. 6-15; pag. 125, lin. 39,— pag. 126, lin. 3).



numeris: sit latus ab . 12., et bg . 12. et ad . sit .3; latus quoque gd . 15 perticas contineat: et quia in trigono ebg . protracta est protracta est (sic) recta da . equidistans basi bg ., erit sicut ad . ad bg ., hoc est sicut .3 est ad .12., ita ea . ad eb .; quare erit sicut .3. ad .9., ita ea . ad ab .; ergo ea . est .4., scilicet tertia pars ex ab .; tota ergo eb . est .16.: additis ergo quadratis linearum eb . et ea . in unum, scilicet 256. et .16.: erunt .272.; quorum medietas, scilicet 136., est quadratum linee ez .; et quia est sicut ez . ad eb ., ita zi . ad bg .; erit itaque sicut quadratum linee ez . ad quadratum linee eb ., hoc est sicut 136 est ad 256, quorum proportio in minimis est sicut .17 ad 32., ita quadratum linee zi . ad quadratum linee bg .; quare si multiplicauerimus .17 per 144, et diuiserimus per .32., uenient $\frac{1}{2}$ 76. pro quadrato linee zi .: et quia orthogonium est trigonum ebg ., orthogonium erit et trigonum ezi ., nec non et trigonum ead .: quare si multiplicauerimus dimidium ex ez . in zi ., habebimus utique embadum trianguli ezi ., quod est .51., quod prouenit ex radice multiplicationis quartę partis de .136. in quadratum linee zi ., hoc est in $\frac{1}{2}$ 76; que multiplicatio est radix de 2601.; de quo embado si astulerimus trigonum ead ., quod est .6., remanebunt .43. pro embado quadrilaterj $azid$.; que .43 sunt dimidium totius quadrilaterj semicaputasci $abgd$.: quia si multiplicauerimus dimidium ex ab . in coniunctum ex ad . et bg ., scilicet .6 per .15., utique duplum de .43, scilicet .90 prouenient: quare probatur, quadrilaterum ai . dimidium esse ex toto quadrilatero $abgd$.: vel aliter extracta ez . ex eb ., scilicet radice de .136 de .16. pro linea zb ., remanebunt .16, minus radice de .136.; cuius dimidium, quod est .8., minus radice de 34., si multiplicauerimus per coniunctum zi . et bg ., scilicet per 12, et radice de $\frac{1}{2}$ 76., habebimus similiter .43. pro embado quadrilateri zg . Nam qualiter ipsa multiplicatio fieri debeat, ut habeatur modus multiplicandi binomia per recisa, ostendere procuramus. Pones primum nomina predictorum, ut in margine cernitur, et multiplicabis integra per integra, scilicet .12 per 8, erunt integra .96.; quibus adde multiplicationem de 8 per radicem de $\frac{1}{2}$ 76, prouenient .96, et vna radix facti ex multiplicatione de 64. in $\frac{1}{2}$ 76, scilicet de 4896.; de quibus extrahe multiplicationem de 12 in radicem de 34, scilicet unam radicem de 4896, remanebunt 96 tantum; de quibus extrahe multiplicationem radicis de 34. in radicem de $\frac{1}{2}$ 76, scilicet 51., remanebunt 43, ut predixi, pro embado quadrilateri zg .

Et si super latus ad . aliquod ex supradictis caput abscisis in duo equa diuidere uis, latera ad . et bg . equidistantia in duo equa diuidas super puncta tk ., et copulabis rectam tk ., in secunda patet figura. Dico siquidem, quadrilaterum $abgd$. diuisum esse in duo equa a linea tk .; quod sic probatur.

Copulabo rectas tb . et tg ., et erunt trigona tkb . et tkg . sibi inuicem equalia, cum sint sub una altitudine: et habeant bases equales. Rursus quia trigona bat . et gtd . sunt sub altitudine una, est sicut at . ad td ., ita trigonum bat . ad trigonum gtd .: est enim at . equalis recte td .; quare trigonum bat . equale est trigono gtd . Demonstratum est ergo et trigonum tkb . equale trigono tkg .; quare quadrilaterum ak . equale est quadrilatero tg . Diuisum est ergo quadrilaterum $abgd$. in duo equa a linea tk .; et est manifestum ex his que diximus, quod in omni quadrilatero habente duo latera equidistantia, si recta aliqua proportionaliter secauerit ipsa latera equidistantia, in eadem proportionem secabit ipsam figuram. Fuit enim, ut diximus, sicut at .

fol. 78 recto.

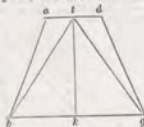
integra rectis additis

$$12 \frac{1}{2} 76$$

radix dim.

$$34 \quad 8$$

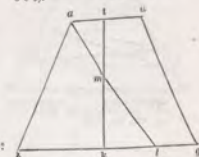
* Copulabo rectas . . . quadrilaterum $abgd$. * (fol. 78 recto, lin. 15-21; pag. 126, lin. 35-40).



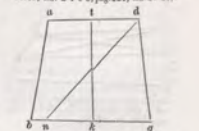
ad *td.*, ita *bk.* ad *kg.*: quare fuit sicut *at.* ad *td.*, ita quadrilaterum *ak.* ad quadrilaterum *tg.* Er si quadrilaterum duorum laterum equidistantium in duo equa diuidere uis per lineam protractam á dato puncto super minus latus equidistantium, ut quadrilaterum *abgd.*, quod diuísus est in duo equa á linea *tk.*; et in ipso super latus *ad.* datus sit punctus *a.*, accipiam super latus *kg.* rectam *kl.* equalem recte *ta.*; et erit *bl.* dimidium laterum *ab.* et *bg.*, et copulabo rectam *al.* Dico, quadrilaterum *abgd.* diuísus esse in duo equa á linea *al.* Quod sic probatur. Quoniam equidistans est recta *at.* recte *kl.*; et in eis incidit recta *al.*, erunt anguli *tam.* et *mlk.* sibi inuicem equales; propter eadem ergo et angulus *atm.* angulo *mkl.* est equalis, nec non et anguli qui ad *m.* sibi inuicem equantur, cum sint á uertice; et fol. 78 v: basis *at.* basi *kl.* est equalis; quare trigonum *amt.* equale est trigono *lmk.*; quibus si addatur in comune quadrilaterum *mabk.*, erit trigonum *abl.* equale quadrilatero *abkt.*; quod dimidium totius *ag.*, ut in tertia patet figura. Simili quoque modo si datus punctus super latus *ad.* fuerit *d.*, accipiam equalem recte *td.* rectam *kn.*, et erit tota *gn.* dimidium laterum *ad.* et *bg.*; et copulabo rectam *dn.*, que diuidet quadrilaterum *abgd.* in duo equa, ut in hac quarta figura cernitur: quod probabitur per ea que dicta sunt in precedenti figura. Er hoc quoque habetur, quod si punctus datus super lineam *bg.* erit inter puncta *n.l.*, casus lineę diuidentis ipsam figuram cadet super latus *ad.* Sed si punctus fuerit datus inter *bn.*, uel inter *lg.*; qualiter linea ab ipso producatur diuidens totum quadrilaterum in duo equa demonstrabimus. Reiterato quidem quadrilatero *abgd.* duorum laterum equidistantium; et in eo protracta recta *dn.* diuidens quadrilaterum *abgd.* in duo equa. Datus punctus super lineam *bg.* sit *b.*; copulabo quidem rectam *db.*, et ponam ei equidistantem lineam *nc.*, et copulabo rectam *bc.* Dico, quadrilaterum *abgd.* diuísus esse in duo equa á linea *bc.*, que protracta est á puncto dato *b.*; quod sic probatur: trigona quidem *ncb.* et *ncd.* sibi inuicem sunt equalia, cum sint inter equidistantes *bd.* et *nc.*, et super eandem basim *nc.*; quibus si addatur in comune trigonum *cng.*, erit trigonum *cgb.* equale trigono *dgn.* Sed trigonum *dgn.* est medietas quadrilateri *abgd.*; quare trigonum *cgb.* est medietas quadrilateri *abgd.* Et sciendum, quod si punctus datus fuerit inter puncta *bn.*; et super lineam *bn.* linea protracta ab ipso dato puncto secabit lineam *gd.* inter puncta *cd.*; que sectio inuenietur si datus punctus inter *bn.* copulabitur cum puncto *d.*; et ipsi lineę equidistans trahatur á puncto *n.* Simili quoque modo operandum est, si punctus datus super lineam *bg.* fuerit inter *lg.* Verbi gratia: Adiaceat rursus quadrilaterum *abgd.* diuísus in duo equa á linea *al.*, et sit *g.* punctus datus; copulabo supradicto ordine rectam *ga.*, et ei protraham equidistantem rectam *lf.*, et copulabo *gf.*, que diuidet quadrilaterum *abgd.* in duo equa, et egreditur á puncto dato *g.* Quod probatur ordine et modo supradicto. Iam ostensum est quomodo in duo equa quadrilatera duorum equidistantium laterum diuidi debeant á linea protracta ab omni dato puncto super lineas equidistantes ipsius; nunc uero ostendamus quomodo diuidantur á linea egrediente á dato puncto super reliqua latera.

ADIACEAT RURSUS quadrilaterum *abgd.* diuísus in duo equa á linea *zi.* equidistante basi *bg.*, et protrahatur etiam in eo linea *gf.* inuencita in suprascripta figura, et sit punctus datus super lineam *ab.* in quacunque uis parte ipsius; eritque inter *bz.*,

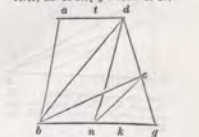
e recta *at.* . . . *mlk.* est = (fol. 78 recto, lin. 34 & 35, e margine laterale externo ad inferiorem; pag. 127, lin. 8 & 9).



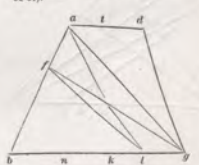
e et basis . . . quadrilaterum = (fol. 78 verso, lin. 2-7 & 8; pag. 127, lin. 10-16).



e inter *lg.* . . . á linea *ab.* = (fol. 78 verso, lin. 12-17; pag. 127, lin. 18-25).

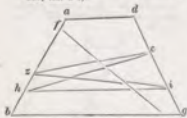


e puncto *cd.* . . . quomodo in duo = (fol. 78 verso, lin. 29-32; pag. 127, lin. 31-37).

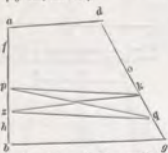


fol. 78 verso.

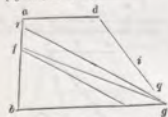
* *abgd.* in duo copulabo lineam *
(fol. 79 recto, lin. 6-10 e 11; pag.
128, lin. 2-6).



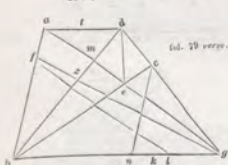
* copulabo rectam ... ei equidistantia
erit * (fol. 59 recto, lin. 12-18 e 19;
pag. 128, lin. 7-14).



* liquide patet ... dimidium quadrilateri
* (fol. 79 recto, lin. 21-25 e 26;
pag. 128, lin. 15-20).



* enim *bg.* ... *ae.* equidistantia * (fol.
79 recto, lin. 24, 25, * margine inferio-
re e laterale externo; pag. 128, lin.
28-30).



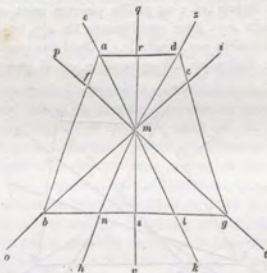
(fol. 79 verso.)

nel inter *zf.*, siue inter *fa.*, uel erit unus ex ipsis; unde si datus punctus fuerit *b.*, diuidetur utique quadrilaterum *abgd.* in duo equa á linea *bc.*: similiter si datus punctus fuerit *z.*, recta quidem *zi.* diuidit quadrilaterum *abgd.*, ut dictum est. Et si *f.* fuerit punctus datus, nimirum recta *fg.* secabit quadrilaterum *abgd.* in duo equa, ut ostensum est: et si *a.* fuerit, secabitur á recta *al.* in duo eque secundum ea que premisimus. Sed sit datus punctus *h.* inter *b.z.* puncta, copulabo lineam *hi.*; et per punctum *z.* protraham rectam *ze.* equidistantem recte *ih.*, et copulabo rectam *hc.* Dico, quadrilaterum *abgd.* sectum esse in duo equa á linea *hc.* protracta á puncto *h.*; quod sic probatur. Quoniam inter equidistantes *hi.* et *zc.*, et super basim *hi.* sunt trigona *hic.* et *hiz.*, ipsa trigona sibi inuicem sunt equalia; quare si addiderimus unicuique eorum in comune quadrilaterum *igbh.*, erit quadrilaterum *egbh.* equale quadrilatero *izbg.*, quod est dimidium totius quadrilateri *abgd.*, ut ostensum est. Et si á puncto *p.* posito inter *zf.* recta sit protrahenda, copulabitur recta *pi.*, et ei equidistant erit recta *zq.*; et copulabitur recta *pq.*, que diuidit quadrilaterum *abgd.* in duo equa; quod probatione non indiget, cum per ea que dicta sunt liquide patet: et si punctus datus fuerit inter *a.* et *f.*, sit *r.*, copulabo rectam *rg.*, et ei equidistantem ponam rectam *fs.*, et copulabo rectam *rs.*, que diuidet quadrilaterum *abgd.* in duo equa: verbi gratia: trigona *fsq.* et *sfr.* sibi inuicem equalia sunt; quibus addito in comune trigono *sbq.*, erit trigonum *rbs.* equale trigono *fbg.* Sed trigonum *fbg.* est dimidium quadrilateri *abgd.*; quare et trigonum *rbs.* erit dimidium eiusdem quadrilateri. Simili quoque modo operandum est, si punctus datus fuerit super latus *dg.*

DEMONSTRO rursus alio modo qualiter quadrilatera duorum laterum equidistantium diuidi debeant ab angulis ipsius. Sit quadrilaterum *abgd.* caputascium, cuius *ad.* et *bg.* latera sint equidistantia, et minus eorum sit *ad.*; et protraham in eo dyametros *ag.* et *bd.* sese inuicem secantes super punctum *m.*; et quia latera *ad.* et *bg.* sunt equidistantia, similia erunt trigona *amd.* et *bm.*; quare est sicut *bg.* ad *ad.*, ita *bm.* ad *md.*, et *gm.* ad *ma.*: maior enim *bg.* quam *ad.*; maior ergo et *bm.* quam *md.*, et *gm.* quam *ma.*: diuidantur ergo dyametri *ag.* et *db.* in duo equa super puncta *e.* et *z.*, et per punctum *e.* equidistantis dyametro *bd.* trahatur recta *ec.*, et copuletur recta *bc.* Dico, quadrilaterum *abcd.* diuisum esse ab angulo *b.* á linea *bc.*; quod sic probatur: copulabo rectas *be.* et *ed.*; et quia punctus *e.* est in medio dyametri *ag.*, erunt trigona *ade.* et *deg.* sibi inuicem equalia, nec non et trigonum *abe.* trigono *bge.* est equale; quare quadrilaterum *edab.* dimidium totius quadrilateri *abgd.* continet: et quia trigona *bdc.* et *bde.* sunt inter equidistantes *bd.* et *ec.* et super basim *bd.*, erunt sibi inuicem equalia: quibus addito in comune trigono *abd.*, erit quadrilaterum *abcd.* equale quadrilatero *abed.* Sed quadrilaterum *abed.* dimidium est quadrilateri *abgd.*; quare et quadrilaterum *abgd.* dimidium est quadrilateri *abgd.* Similiter si protraxerimus lineam *zf.* equidistantem dyametro *ag.*, et copulauerimus rectam *gf.*, erit quadrilaterum *abgd.* diuisum in duo equa á linea *gf.* protracta ab angulo *g.* Deinde ut diuisio proueniat á reliquis angulis, accipiam rectas *bl.* et *gn.* equales dimidio laterum *ad.* et *bg.*; uel lineas *ec.* et *fs.* producam, et cadent necessario super puncta *ln.*; quia superius protracta fuit *ne.* equidistantis dyametro *bd.*

et *lf.* equidistans dyametro *ag.*; et protraham rectas *al.* et *dn.*, et uenient propo-
sita, ut superius demonstratum. Demonstratum est ergo quomodo quadrilatera duo-
rum laterum equidistantium diuidantur á puncto dato super quodlibet latus ipsius;
nunc dicamus qualiter diuidi debeant á dato puncto extra figuram.

ADIACEAT rursus quadrilaterum *abgd.* duorum laterum equidistantium diuisum in duo
equa ab angulis ipsius á lineis *al.* et *dn.* et *gf.* et *bc.*; quibus rectis ab utraque
parte in infinitum protractis in puncta *e.z.i.t.k.h.o.p.*, demonstrabitur punctum extra
quadrilaterum *abgd.* aliquem dari non posse nisi super unam ex ipsis *mn.*^{ae} lineis, uel
inter duas earum per ordinem; quare si datus fuerit punctus super aliquam ipsarum,
erit siquidem ipsa recta protracta á dato puncto diuidens quadrilaterum *abgd.* in
duo equa: ut si datus punctus fuerit *e.*, egredietur ab ipso linea *eal.*, que diui-
dit quadrilaterum *abgd.* in duo equa; quod idem intelligas in reliquis. Sed si datus
punctus *q.* cadens inter lineas *ea.* et *zd.* super latus *ad.*; et uolo ut á puncto
q. egredietur recta diuidens quadrilaterum *abgd.* in duo equa; quoniam equi-
distantia sunt latera *ad.* et *bg.*, producam rectam *qm.*, et ducam eam in puncto
v. Dico, quadrilaterum *abgd.* diuisum esse in duo equa á linea *rs.*, que egre-
ditur á puncto *q.* dato; quod sic probatur: quoniam recte *ad.* et *nl.* sibi inuicem
equidistantes sunt; et in eis recta incidit *rs.*, erit angulus qui sub *ars.* equalis |

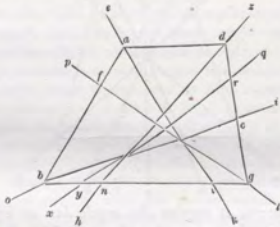


angulo qui sub *rst.*, nec non et angulus *sla.* angulo *lar.* est equalis, et recte *am.*
et *ml.* sibi inuicem sunt equales; cum recte *ad.* et *nl.* sibi inuicem equales esse de-
monstrate sint; quia cum in equalibus et equidistantibus rectis recte sese inuicem secant,
per equalia se secare in geometria monstratur: unde equalis est recta *nm.* recte *md.*,
et *am.* recte *ml.*, ut predixi: quare trigona *arm.* et *msl.* sibi inuicem equalia et
equiangula atque equilatera sunt; quibus si in comune addatur quadrilaterum *absm.*,
erit quadrilaterum *absr.* equale triangulo *abl.*, scilicet dimidio quadrilateri *abgd.* Se-
ctum est ergo quadrilaterum *abgd.* in duo equa á linea *rs.*, que egredietur á puncto
q. Similiter si datus esset punctus sub linea *nl.* inter rectas *nh.* et *lk.*, eodemque
modo esset operandum, uidelicet copularetur ille punctus cum *m.*, et produceretur

* egredietur recta . . . ars. equalis *
(fol. 79 verso, lin. 30, 31-35, e mar-
gine laterale externo ad inferiorem; pag.
129, lin. 14-15).

fol. 80 recto.

ipsa recta super latus $.ad.$ Verbi gratia: ut si punctus fuerit $.v.$; diuideretur utique quadrilaterum $.abgd.$ in duo equa á linea $.rs.$ egrediente á puncto $.v.$ dato. Et si inter lineas $.nh.$ et $.ob.$ datus fuerit punctus $.x.$, ut in hac alia cernitur figura; habeantur duo fila, quorum unum extendatur super dyametrum $.ab.$, et sit fixum super punctum $.d.$; et aliud extendatur ab $.n.$ in $.c.$, et sit fissum (*sic*) super punctum $.n.$; et erant tunc fila sibi inuicem equidistantia: et moueatur filum primum ex $.b.$ uersus $.n.$ secans lineam $.bn.$; et aliud moueatur ex $.c.$ uersus $.d.$ secans lineam $.cd.$; et sint semper in motione sua sibi inuicem equidistantia: et hoc fiat donec sectiones linearum $.bn.$ et $.cd.$ respiciant secundum rectitudinem datum punctum $.x.$; et tunc faciant transire rectam protractam á puncto $.x.$ per sectiones illas; et proueniet quesitum. Verbi gratia. Cadat filum primum super rectam $.dy.$, secundum super rectam $.rn.$; et sint sibi inuicem equidistantia: et puncta $.ry.$ respiciant se secundum rectitudinem cum puncto $.x.$; et protrahatur recta $.xyr.$ Dico, rectam $.ry.$ secare quadrilaterum $.abgd.$ in duo equa; quod sic probatur. Quoniam fila $.nr.$ et $.dy.$ sunt equidistantia; et in eis sunt trigona $.ncd.$ et $.nry.$, super basim $.nr.$ sibi inuicem ipsa trigona sunt equalia: comuniter si addatur trigonum $.rgn.$, erit trigonum $.rgy.$ equale trigono $.dgn.$: sed trigonum $.dgn.$ dimidium est quadrilateri $.abgd.$; ergo et trigonum $.rgy.$ dimidium est eiusdem quadrilateri. Eodemque modo operandum est si punctus erit datus inter lineam $.dz.$, et lineam $.ci.$: ut si ille punctus esset $.q.$; et respiceret secundum rectitudinem puncta $.ry.$ inter equidistantia fila $.dy.$ et $.nr.$; quare si per punctum descendit recta transiens per puncta $.ry.$, diuidetur quadrilaterum $.abgd.$ in duo equa, ut ostensum est. Eademque uia operandum est si punctus caderet inter lineas |



fol. 80 verso.

$.gl.$ et $.dk.$, uel inter lineas $.fp.$ et $.ae.$, hoc est quod poneretur filum super $.g.a.$, et figeretur super punctum $.a.$, et aliud super $.df.$, et figeretur super punctum $.l.$, et mouerentur fila equidistanter secantia rectas $.af.$ et $.gl.$, donec sectiones aspicerent punctum datum in rectitudine una. Verum si punctus datus fuerit extra lineam $.bf.$, et inter lineas $.fp.$ et $.ob.$; qualiter operandum sit, in hac alia demonstretur figura, in qua protracte sint recte $.oi.$ et $.pt.$ diuidentes ab angulis $.b.$ et $.g.$ quadrilaterum $.abgd.$; et punctus datus sit $.z.$ cadens inter rectas $.fp.$ et $.ob.$, á quo uolumus protrahere lineam diuidentem quadrilaterum $.abgd.$ in duo equa. Estendam primum filum ex $.c.$ in $.f.$, et sit

† et lineam $.ci.$ inter lineas $.a.$ (fol. 80 recto, lin. 22-23, e margine laterale externo ad inferiore; pag. 130, lin. 19-22).

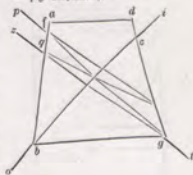
fixum super f .; et aliud filum extendatur super latus gb .; et sit fixum super punctum g .; deinde moueantur fila equidistanter secantia rectas bf . et cg .; donec sectiones respiciant punctum z . datum. Verbi gratia: cadat filum, quod fixum fuit super g .; super lineam gq .; reliquum uero super lineam fx .; et sint puncta xqz . in rectitudine una; et recte gq . et fx . sint equidistantes: et copuletur recta zqx . Dico quidem, quadrilaterum $abgd$. in duo equa diuisionem esse á linea qx .; que protracta est á puncto z . dato; quod sic probatur. Quoniam equidistantes sunt recte gq . et xf .; erunt trigona qgx . et qgf . sibi inuicem equalia: quibus si addatur in comune trigonum qbg .; erit quadrilaterum $qbgx$. equale trigono fbg .; scilicet dimidio quadrilateri $abgd$. Eodemque modo operabimur si punctus datus fuerit extra lineam cg .; et inter rectas ci . et gt . Demonstratum ergo est quomodo diuidatur quadrilaterum duorum laterum equidistantium á linea egrediente ab omni puncto extra figuram.

De diuisione eiusdem generis, qua quadrilaterorum per rectam transeuntem per punctum datum infra ipsum.

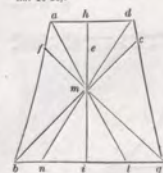
Sit quadrilaterum caput abscisum $abgd$.; cuius latera ad . et bg . sint equidistantia; et minus eorum sit ad . Et iaceat diuisionem in duo equa á qualibet rectorum al . dn . gf . bc .; ut supra: sit primus punctus datus e . cadens infra triangulum amd .: copulabo siquidem rectam em .; et protraham eam in utramque partem in puncta ih . Dico, quadrilaterum $abgd$. diuisionem esse in duo equa á linea hi .; quod sic probatur: trigona hma . et mil . sibi inuicem sunt equalia; quibus si addatur in comune quadrilaterum $abim$.; erit quadrilaterum $abih$. equale triangulo abl .; quod continet dimidium quadrilateri $abgd$. Simili quoque modo, si punctus datus ceciderit infra triangulum nml .; erit operandum, videlicet copulabimus ipsum punctum cum puncto m .; et producemus ipsam lineam in utramque partem, et habebimus optatum. Et si datus punctus fuerit super aliquam ex predictis rectis al . dn . gf . bc .; ipsa namque erit recta transiens per ipsum punctum diuidens quadrilaterum $abgd$. in duo equa. Sed si punctus datus fuerit infra quadrilaterum $abnm$. et $dmlg$.; oportebit nos operari cum filiis, videlicet ponam primum unum filum super puncta db .; et figam eum super punctum d .; et adhuc extendam aliud filum ex n . in c . figens ipsum super n .; et ducam ipsa fila equidistanter secando rectas bn . et cd .; donec sectiones sese respiciant per punctum datum, si possibile fuerit: et si hoc impossibile inuenietur, extendam rursus fila ex a . in g .; et ex f . in l .; et figam ea super puncta al .; et ducam ipsa equidistanter secando lineas fa . et gl .; donec sectiones respiciant se per punctum datum: quod etiam si fuerit impossibile, extendam rursus fila ab c . in g .; et ab f . in e .; et figam ea super puncta gf .; et ducam ea equidistanter secando rectas bf . et cg .; donec sectiones respiciant se per punctum datum; quod sine dubio erit possibile: et tunc protrahatur recta per sectiones illas, et habebitur propositum: quod probabitur per ea que supra disimus (*sic*). Nunc satis dictum est de diuisione caput abscisarum in duas partes equales: modo qualiter diuidi debeant per inequalia in data proportionem ostendere procuramus.

ADIACEAT ITIUS quadrilaterum $abgd$.; quod diuidi oporteat per rectam equidistantem basi sue in data proportionem ez . ad zi . Latera quidem ba . et gd . á punctis a . et d . protrahantur: donec concurrant in t .; et ponam quadratum lineę tl . ad qua-

* inter rectas copuletur recta a . (fol. 80 verso, lin. 8-14; pag. 130, lin. 29 — pag. 131, lin. 8).

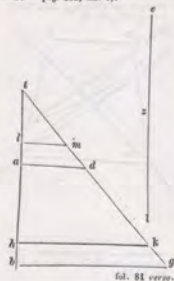


* eorum sit ipsum punctum a . (fol. 80 verso, lin. 25-32 e 33; pag. 131, lin. 16-26).



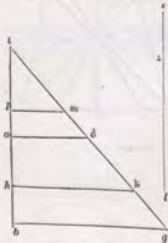
fol. 81 recto.

* que supra ... trigona tlm . et z (fol. 81 recto, lin. 13-27; pag. 131, lin. 28 — pag. 132, lin. 9).



fol. 81 verso.

* disiunctum et ut enim z (fol. 81 verso, lin. 4-16; pag. 132, lin. 19-31).



* quadratum linee ... ita trigonum z (fol. 81 verso, lin. 18, 19-29; pag. 132, lin. 23-42).



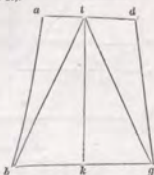
dratum lineę at . sicut zi . ad ez .; et sit quadratum lineę ht . ad quadratum lineę bt . et tl . sicut ez . ad ei .; et per puncta hh . equidistantes utrique rectarum hg . et ad . protraham rectas lm . et hk . Dico, quadrilaterum ag . diuissum esse in proportionem data numeri ez . ad numerum zi . a linea hk .; quod sic probatur. Quoniam trigona tlm . et tad . similia sunt, erit sicut quadratum lineę tl . ad quadratum lineę ta . ita trigonum tlm . ad trigonum tad .: est enim sicut zi . numerus ad numerum ez . ita quadratum lineę tl . ad quadratum lineę ta .: per equele ergo erit sicut zi . ad ez . ita trigonum tlm . ad trigonum tad .: coniunctim ergo erit sicut ei . ad ez . ita trigona tlm . et ead . ad trigonum tad .: permutatim ergo erit sicut ez . ad ei . ita trigonum tad . ad trigona tad . et tlm .: est enim sicut ez . ad ei . ita quadratum lineę ht . ad quadrata linearum bt . et tl . Sed est sicut quadratum lineę ht . ad quadrata linearum bt . et tl . ita trigonum thk . ad trigona tbg . et tlm .: per equele ergo erit sicut ez . ad ei . ita trigonum thk . ad trigona tbg . et tlm . Sed trigono thk . equalia sunt quadrilaterum ak . et trigonum tad . Similiter et trigonis tbg . et tlm . equalia sunt quadrilaterum ag . et trigona tad . et tlm .: ergo est sicut ez . ad ei . ita quadrilaterum ak . cum trigono tad . ad coniunctum ex quadrilatero ag . et trigonis ead . et tlm . Sed sicut ez . ad ei . ita fuit trigonum tad . ad trigona tad . et tlm . Vnde proportio quadrilateri ak . ad quadrilaterum ag . est sicut ez . ad ei .: disiunctim et ergo erit sicut ez . ad ei . ita quadrilaterum ak . ad quadrilaterum hg . ut oportet: quod etiam ostendamus cum numeris. Sit latus ad . 6. et ab . 12. et bg . 15. et dg . 13. et sit rectus angulus qui ad b .; quare productis ba . et gd . in t . erit at . s. et td . 10. quare tota tb . erit .20. et sit proportio ez . ad ei . sicut 4. ad .3. erit ergo quadratum recte tb . 400. et quadratum lineę tl . erit .48. quia iz . ex ze . est $\frac{1}{2}$; unde tres quarte de .64. scilicet quadrati lineę ta . sunt .48. quibus insimul iunctis erunt .448. de quibus si acceperimus proportionem ez . ad ei . scilicet quatuor septimas, uenient .256. pro quadrato lineę th .: ergo th . est .16. et quia recta th . dupla est ex ta . erit ergo hk . ex ad . similiter dupla; ergo hk . est .12. Vnde si coniunxerimus kh . cum ad . et coniunctum multiplicauerimus per dimidium catheti ah . quod est 4. uenient 72. pro area quadrilateri ak .: item multiplicato dimidio ex bh . quod est .2. in coniunctum ex bg . et hk . scilicet in .27. uenient .54. pro area quadrilateri hg .: est enim proportio de 72 ad 54. sicut 4. ad .3. que est proportio data ex ez . ad zi . Aliiter proutius adiaceat ms . ad ls . sicut proportio quadrati lineę tb . ad quadratum lineę ta .; et diuidatur ml . super n . et sit ln . ad nm . proportio data; et accipiat quadratum lineę th . ad quadratum lineę tb . sicut ns . ad sm .; et protrahatur hk . equidistans basi bg .: probatur rursus, quadrilaterum ak . ad quadrilaterum hg . esse sicut ln . ad nm .; quoniam est sicut quadratum lineę tb . ad quadratum lineę ta . ita trigonum tbg . ad trigonum tad .; et est proportio ms . ad ls . sicut quadratum lineę tb . ad quadratum lineę ta .: quare erit sicut ms . ad ls . ita trigonum tbg . ad trigonum tag . Rursus quia est sicut ms . ad sn . ita quadratum lineę tb . ad quadratum lineę th .: est enim sicut quadratum lineę tb . ad quadratum lineę ht . ita trigonum tbg . ad trigonum thk .: erit etiam et sicut ms . ad ns . ita trigonum tbg . ad trigonum thk .: conuersim ergo sicut sm . ad nm .; ita trigonum tbg . ad quadrilaterum hg .; fuit sicut ms . ad ls . ita trigonum tbg .

ad trigonum .*tad*. Vnde si permutauerimus, erit sicut numerus .*ms*. ad trigonum .*tb_g*., ita numerus .*ls*. ad trigonum .*tad*., et numerus .*ns*. ad trigonum .*thk*.: ergo numeri .*ls*., et .*ns*. ad trigonum .*tad*., et .*thk*. sunt in una proportione; in ea uidelicet quam habet numerus .*ms*. ad superficiem .*tb_g*., in qua etiam est numerus .*nm*. ad quadrilaterum .*hg*.: quare disiunctim erit sicut .*sl*. ad .*ln*., ita trigonum .*tad*. ad quadrilaterum .*ak*.; et erit etiam sicut .*sn*. ad .*nm*., ita quadrilaterum .*ak*. ad quadrilaterum .*hg*.: ergo diuisum est quadrilaterum .*ag*. datum per lineam .*hk*. equidistantem basi .*bg*. in proportione etiam data numeri .*ln*. ad numerum .*nm*.; quod oportebat facere: quod etiam operemur cum numeris: est enim, ut diximus superius, quadratum lineę .*tb*. 400, et lineę .*ta*. 64, quorum proportio in minimis est sicut .25 ad .4: quare ponam .*ms*. 25., et .*ls*. 4., remanebit .*ml*. 21.; quibus diuisis in proportione data, scilicet in ea quam habet .4. ad .3. super punctum .*n*., erit .*ln*. 12. et .*nm*. 9: quare si acceperimus quadratum lineę .*tb*. ad quadratum lineę .*tb*., sicut .*sn*. ad .*sm*., hoc est sicut .16 ad .25., inueniemus rursus, quadratum lineę .*th*. esse .256.; quare .*th*. erit .16., sicut superius inuenimus. Vel aliter quadratum lineę .*ta*. auferam ex quadrato lineę .*tb*., remanent .336.; super quatuor septimas quorum, scilicet super .192., si addiderimus quadratum lineę .*ta*., erunt similiter .256. pro quadrato lineę .*th*. Er si per rectam protractam super duo latera equidistantia quadrilaterum caput abscisum in data aliqua proportione diuidere uis, ipsa latera in eadem proportione diuide, et in puncta diuisionem lineam protrahere. Verbi gratia: uolumus quadrilaterum .*abgd*. super latera .*ad*. et .*bg*. equidistantia in data proportione .*ez*. ad .*zi*. secare. Ponam inter .*ad*. et .*bg*. puncta .*t.k*., et sit sicut .*ez*. ad .*zi*., ita .*at*. ad .*td*., et .*bk*. ad .*kg*.; et copulabo .*tk*. Dico, quadrilaterum .*ak*. ad quadrilaterum .*tg*. esse sicut .*ez*. ad .*zi*.; quod sic probatur: producam á puncto .*t*. in punctis .*bg*. rectas .*tb*. et .*tg*., et erunt trigona .*tbk*. et .*tkg*. sub altitudine una; quare est sicut .*bk*. ad .*kg*., ita trigonum .*tbk*. ad trigonum .*tkg*. Rursus quia trigona .*bat*. et .*gtd*. sunt sub altitudine una, cum sint inter duas equidistantes, erit sicut .*at*. ad .*td*., hoc est .*bk*. ad .*kg*., ita trigonum .*bat*. ad trigonum .*gtd*.: ergo sicut .*bk*. ad .*kg*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita quadrilaterum .*ak*. ad quadrilaterum .*tg*.: diuisum est ergo quadrilaterum .*abgd*. in proportione data á recta .*tk*. protracta super latera equidistantia; quod oportebat facere. Er si diuisionem in eadem proportione ad angulis .*a*. et .*d*. habere uolumus, ponemus super latus .*bg*. puncta .*nl*.; et iaceat recta .*kl*. equalis recte .*ta*., et recta .*gn*. equalis recte .*bl*., ut in hac alia ostenditur figura; et copulabimus rectas .*dn*. et .*al*.; et probabitur per ea que dicta sunt, trigonum .*abl*. equale esse quadrilatero .*ak*.: quare erit sicut .*ez*. ad .*zi*., ita trigonum .*abl*. ad quadrilaterum .*algd*. Rursus quia trigona .*abl*. et .*dgn*. sunt super equas bases .*bl*. et .*gn*.; et in eisdem equidistantibus .*ad*. et .*bg*. erunt sibi inuicem equalia. Quare trigonum .*dgn*. equale est quadrilatero .*abkt*.; quare residuum, scilicet quadrilaterum .*nbad*., equale erit quadrilatero .*tkgd*. Vnde erit sicut quadrilaterum .*abkt*. ad quadrilaterum .*tkgd*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita .*dgn*. trigonum ad quadrilaterum .*nbad*.: diuisum est ergo quadrilaterum .*abgd*. ab angulis .*a*. et .*d*. in data proportione .*ez*. ad .*zi*.; quod oportebat facere. Et si ab aliquo angulorum .*b*. et .*g*. rectam protrahere uis diuidentem quadrilaterum .*abgd*. in ea proportione quam habet .*ez*. ad .*zi*., hoc dupliciter facere potes: ut si ab angulo .*b*. hoc

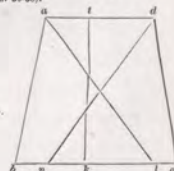
fol. 82 recto.

* diuidere uis lineam s (fol. 82 recto, lin. 13, 14 e 15; pag. 133, lin. 19 e 20).

* protrahere. Verbi hoc est .*ak*. s (fol. 82 recto, lin. 16-24; pag. 133, lin. 20-27).

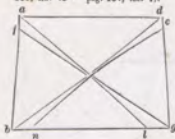


* equidistantia quadrilatero s (fol. 82 recto, lin. 26, 27-35; pag. 133, lin. 20-35).

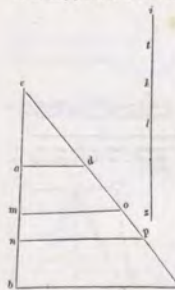


fol. 82 r.

* ponit, ut ponam equidistantem s
(fol. 82 verso, linc. 6-12 e 13, pag.
133, lin. 43 — pag. 134, lin. 7).



* que basi sicut .zti. s (fol. 82 verso,
lin. 20-22; pag. 134, lin. 14 e 15-17).



(fol. 83 recto.

facere uolueris. Signabis punctum .n. ad quem provenit ab angulo .d. diuisio supradicta; et ponas superficiem .bg. in .gc. equalem superficiem .dg. in .gn.; et copulabis rectam .bc.; uel diametro protracto ex .b. in .d. equidistantem rectam protrahes ex .n. in .c., et copulabitur .bc., ut diximus. Similiter faciamus si ab angulo .g. operari uolumus, scilicet intelligam punctum .l., ad quem provenit diuisio supradicta, ab angulo .a.; et ponam superficiem .gb. in .bf. equalem superficiem .ab. in .bl.; uel diametro protracto ex .a. in .g. ponam equidistantem ex .l. in .f., et copulabo .gf., que diuidit quadrilaterum .abgd. in proportionem data; quia erit sicut .ez. ad .zl., ita trigonum .fbg. ad quadrilaterum .afgd., nec non et triangulus .bgc. ad quadrilaterum .abcd. erit sicut .ez. ad .zi.; que probabuntur per ea que dicta sunt; nec non et diuidemus ipsum quadrilaterum ab omni puncto dato super aliquod laterum ipsius, et etiam ab omni puncto dato infra, uel extra.

Incipit de diuisione quadrilaterorum in plures partes.

Si uero aliquod caput ascisum in tres partes equales á rectis equidistantibus sue basi diuidere uis, ut quadrilaterum .abgd., cuius latera .ad. et .bg. sint equidistantia, reliqua uero latera .ab. et .dg. á punctis .ad. producam, donec concurrant in puncto .e.; et adiaceat recta .zti.; et sit proportio .zi. ad .it. sicut proportio quadrati lineę .eb. ad quadratum .ae.; et diuidam .tz. in tres equas sectiones, que sint .tk. kl. lz., et ponam quadratum lineę .em. ad quadratum lineę .eb. sicut .ki. ad .zi. Rursus ponam quadratum lineę .en. ad quadratum lineę .eb. sicut .li. ad .zi., et per puncta .m.n. equidistantes basi .bg. producam rectas .mo.np.. Dico, quadrilaterum .ag. diuisum esse in tria equa, que sunt quadrilatera .ao. mp.ng.; quod sic probatur. Est enim, ut diximus, sicut quadratum lineę .be. ad quadratum lineę .ae., ita trigonum .ebg. ad trigonum .ead.; quare erit sicut .zi. ad .it., ita trigonum .ebg. ad trigonum .ead. Item quia est sicut .zi. ad .ik., ita quadratum lineę .be. ad quadratum lineę .me. Sed sicut quadratum lineę .be. ad quadratum lineę .me., ita trigonum .ebg. ad trigonum .emo.; ergo sicut .zi. ad .ik., ita trigonum .ebg. ad trigonum .emo. Erit etiam sicut .zi. ad .il., ita trigonum .ebg. ad trigonum .enp.: disiunctum erit sicut .it. ad .tk., ita trigonum .ead. ad quadrilaterum .ao.; erit etiam sicut .tk. ad .kl., ita quadrilaterum .ao. ad quadrilaterum .mp.; est enim .tk. equalis .kl.; quare et .ao. quadrilaterum quadrilatero .mp. est equale. Rursus erit sicut .kl. ad .lz., ita quadrilaterum .mp. ad quadrilaterum .ng.: est enim .kl. equalis .lz.; et .pm. quadrilaterum equale erit quadrilatero .ng.: equalia ergo sunt sibi inuicem quadrilatera .ao. mp.ng., ut prediximus; et ut hec operentur cum numeris; .ad. sit .6., et .bg. 15., et .ab. 12., et .dg. 15.; et sit rectus angulus qui ad .b.; quare tota .eb. erit 20., cuius quadratum ad quadratum lineę .ea. est sicut 25. ad 4.: ponam .zi. 25., et .ti. 4., remanet .zt. 21.; quibus in tres equas partes diuisis, erunt in una quaque partium .tk. kl. lz. 7; quare .ik. est 11.: multiplicabo ergo 11. per 100; et diuidam per 25.; uel uigesimam quintam partem quadrati lineę .eb., que est 16., extendam per 11., uenient 176 pro quadrato lineę .em. Rursus extendam .il., scilicet 18. per 16, que sunt $\frac{1}{25}$ quadrati lineę .eb., uenient 288. pro quadrato lineę .en.: ergo .am. est radix de 176., minus .s., cum .ea. sit .s.; et linea .mn. est radix de 288., minus radice de 176.: linea uero .nb. est 20, minus radice de 288.: et quia est sicut quadra-

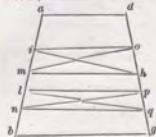
tum lineę .ea. ad quadratum lineę .ad., hoc est sicut .16. ad .9., ita quadratum lineę .em. ad quadratum lineę .mo.: si multiplicauerimus .176 per 9, et diuiserimus per .16.; aut si $\frac{1}{16}$ de .176., que est .11., multiplicauerimus per .9., uenient utique .99. pro quadrato lineę .mo.

Rursus si $\frac{1}{16}$ de .388., scilicet ex quadrato lineę .en., que est .18., multiplicauerimus per .9., uenient .162. pro quadrato lineę .np.: quibus inuentis, si embadum quadrilaterorum .ao. et .mp. et .ng., secundum ea que docuimus, inuestigauerimus; ipsa quadrilatera sibi inuicem equalia esse reperies.

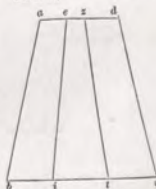
Aliter cum quadrato lineę .eb. adde duplum quadrati lineę .ea., et inuenies, tertiam partem ipsorum esse quadratum lineę .em. Similiter si duplum quadrati lineę .be. addiderimus cum quadrato lineę .ea., tertia eius quod prouenerit erit quadratum lineę .em.; uel extractis .64. de .400., scilicet quadratum lineę .ea. ex quadrato lineę .eb., remanebunt .336.; quorum tertia, scilicet .112., addita super .64., ueniunt .176. pro quadrato lineę .em.: quibus etiam additis .112., reddunt similiter .388. pro quadrato lineę .en.; quorum probatio prouenit ex his que dixi superius, cum docuimus diuidere proportionaliter quadrilatera caput abscisa. Et si latus .ab. fuerit secus uiam; et uoluerit unusquisque trium consortium, ut mos est, tertiam ipsius lateris habere. Diuidam latus .ab. in tres equas partes | super puncta .ih.; et copulabo rectas .iolp.; et per punctum .m. protraham rectam .mh. equidistantem lineę .io.; et per punctum .n. equidistantem recte .lp. protraham rectam .nq.; et copulabo rectas .ih. lq.; et sic diuidetur quadrilaterum .abgd. in tres equas partes a lineis .ih. et .nq., que sunt quadrilatera .aih. et .ilqh. et .lbgq.; quod sic probatur. Quoniam quadrilaterum .amod. est tertia pars quadrilateri .abgd., si ex eo auferatur trigonum .oim., et restauretur ei trigonum .oih., erit quadrilaterum .aih. equale quadrilatero .amod.: eodemque modo probabuntur ceteræ diuisiones. Et si latera .ad. et .bg. equidistantia secauerimus in tres equas sectiones: et in eis copulauerimus rectas; diuidetur utique quadrilaterum in tres equas sectiones. Verbi gratia: adiaceat caput abscisum .abgd.; et diuidantur latera .ad. et .bg. in tria equa super puncta .ez. it.; et copulenter recte .ei. zt. Dico, quadrilaterum .abgd. sectum esse in tres equas sectiones, que sunt quadrilatera .al. et .zg.: habent enim bases et capita sibi inuicem equalia; et sunt sub altitudine una: uel quia est sicut .ae. ad .ed., ita .bi. ad .ig.; erunt ergo in eadem proportionem quadrilaterum .ai. ad quadrilaterum .eg.: et si coniunxerimus, erit sicut .bi. ad .bg., ita quadrilaterum .ai. ad quadrilaterum .ag.: tertia enim pars est .bi. ex .bg., tertia quoque erit et quadrilaterum .ai. ex quadrilatero .ag. Rursus quia est sicut .ae. ad .ez., ita .bi. ad .it.; et est equalis .ae. ex .ez., et .bi. ex .it.; quare et quadrilaterum .ai. ex quadrilatero .et. est equalis; tertia ergo pars est .ai. ex .ag. quadrilatero; tertia quoque erit et .et. quadrilaterum ex quadrilatero .ag.: residuum uero .zg. erit reliqua tertia pars. Et si tertiam partem quadrilateri .ag. ab aliquo angulorum .a. et .d. secare uolumus, diuidemus rectas .ei. et .zt. in duo equa super puncta .km.; et copulabimus rectas .ak. et .dm.; et perducemus eas in puncta .ln.; et erit unumquodque trigonorum .abl. et .dgn. tertia pars quadrilateri .abgd. Quod sic probatur. Quia recta .ek. equalis est recte .ki., erunt et trigona .ake. et .ikl. sibi inuicem equalia et similia, cum equidistantes sint bases .ae. et .il.: quare si in co-

fol. 83 verso.

* super puncta modo probabuntur *
(fol. 83 verso, lin. 1-8; pag. 439, lin. 18-25).



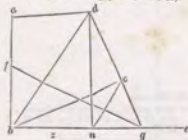
* super puncta quadrilaterum .ai. *
(fol. 83 verso, lin. 13-21; pag. 439, lin. 28-36).



* quadrilateri .ag.ag. Similiter s.
(fol. 83 verso, lin. 24 e 25-33; pag.
135, lin. 28 — pag. 136, lin. 5).



* equa. Er est equale s. (fol. 84
recto, lin. 5-10; pag. 126, lin. 8-12).

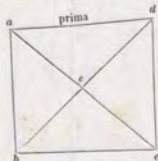


fol. 84 verso.

mune addatur quadrilaterum .abik., erit triangulus .abl. equalis quadrilatero .eb. Sed quadrilaterum .eb. est tertia pars quadrilateri .ag.; quare trigonum .abl. est tertia pars quadrilateri .ag. Similiter ostendetur, et trigonum .dgn. equale esse quadrilatero .zg., quod est tertia pars totius .ag.: resecato quidem trigono .abl. ex quadrilatero .abgd., remanebit quadrilaterum .algd. capudascium: quod si diuisum fuerit per quemcumque modum ex supradictis, reddet quadrilaterum .abgd. diuisum in tres equas sectiones. Similiter si auferatur trigonum .dgn. ex quadrilatero .abgd., remanebit quadrilaterum .abnd. ad diuidendum in duo equa. Er si per lineam protractam á puncto .b. tertiam ex quadrilatero .ag. abscidere uolumus, protraham primum lineam .dn. abscidentem á quadrilatero .ag. tertiam eius, que est trigonum .agn.; et protraham dyametrum .bd., et ei equidistantem ponam lineam, .ne.; et copulabo rectam .bc. Dico quod recta .bc. abscidit á quadrilatero .ag. tertiam eius, que est trigonum .cgb.: quia si super trigonum .cgn. addatur trigonum .cgn., quod est equale trigono .cnd., erit trigonum .cgb. equale trigono .dgn.; ergo trigonum .cgb. est tertia quadrilateri .ag. Aliter quia trigona .abd. et .gbd. sunt sub una altitudine: sub ea uidelicet que cadit orthogonaliter inter equidistantem .ad. et .bg.; erunt ideo ad inuicem sicut bases: quare est sicut .bg. ad .ad., ita trigonum .bgd. ad trigonum .abd.: coniunctum ergo sicut .bg. ad coniunctum ex .bgad., ita trigonum .bgd. ad quadrilaterum .ag.: adiaceat quidem recta .ge. equalis recte .ad.; erunt ergo sicut .bg. ad .be., ita trigonum .abg. ad quadrilaterum .ag.: et abscidat ex tota .be. recta .bz., que sit tertia ex .be.; et iaceat recta .gc. ad rectam .gd. sicut .bz. ad .bg., et copuletur recta .bc. Dico, trigonum .bge. esse tertiam quadrilateri .ag.

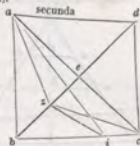
Verbi gratia : trigona quidem .bge. et .bgd. ad se inuicem sunt sicut bases; erit ergo sicut .gc. ad .gd., hoc est sicut .bz. ad .bg., ita trigonum .bge. ad trigonum .bgd. Est enim et sicut .bg. ad .be., ita trigonum .bgd. ad quadrilaterum .ag.: erit ergo sicut .bz. ad .be., ita trigonum .bge. ad quadrilaterum .ag.: est enim .bz. ex .be. tertia pars: quare et trigonum .bge. erit tertia pars quadrilateri .ag., ut predixi. Quod etiam demonstremus cum numeris: sit .ad. 6., et .bg. 24.; et unaqueque rectarum .ab. et .dg. sit .15.: coniunctis quidem 24. cum 6. erunt .30.: ergo sicut .24. est ad .30., hoc est sicut .bg. ad .be., ita trigonum .bgd. ad quadrilaterum .ag.; et est sicut .10. ad .30., ita tertia pars quadrilateri .abgd. est ad quadrilaterum .ag.: quare si proportionauerimus .10. cum .24., scilicet .bz. cum .bg., uenient $\frac{5}{12}$; quibus acceptis ex tota linea .dg. uenient $\frac{1}{4}$ 6 pro linea .gc.: quare si copulauerimus rectam .bc., erit proportio trianguli .bge. ad triangulum .bgd. sicut .bc. ad .gd. Sed .gc. ex .gd. est $\frac{1}{12}$; quare trigonum .bge. est $\frac{5}{12}$ ex trigono .bgd.; quod trigonum est $\frac{24}{120}$, hoc est $\frac{1}{5}$ ex quadrilatero .ag. Ergo trigonum .bge. est $\frac{1}{12}$ ex quatuor punctis ex toto quadrilatero .ag.: ergo trigonum .bge. est tertia totius quadrilateri .ag., cum $\frac{5}{12}$ ex $\frac{1}{5}$ cuiusque rei sint tertia ipsius. Simili quoque modo si protraxerimus dyametrum .ag., erit proportio trigoni .abg. ad quadrilaterum .db., sicut .bg. ad coniunctum ex .bg. et .ad. rectis; de qua proportionem si acceperimus proportionem quam habet tertia integri ad ipsam proportionem, inuenies accipere debere $\frac{5}{12}$ ex linea .ba.; que $\frac{1}{12}$ sit linea .bf.; et copulabitur recta .gf., et erit trigonum .fbg. tertia pars quadrilateri .bd. Quibus ita ostensis demonstrabimus qualiter diuidantur in duo equa residua trigonorum .cgb. et .fbg., sci-

* quod diuidere primum dyametrum s
(fol. 85 recte, lin. ultima; * margin
inferior; pag. 128, lin. 44-42).

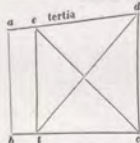


fol. 85 verso.

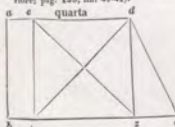
* est ergo sic probatur s (fol. 85
verso, lin. 6-12 & 14; pag. 138, lin.
17-23).



* duo equa sic probatur s (fol. 85
verso, lin. 22-28; pag. 138, lin. 23-25).



* ut in quarta abcd. diuisionem s (fol.
85 verso, lin. ultima; * margine inferi-
or; pag. 138, lin. 40-41).



fol. 86 recte.

Residuum uero quod restat ex toto quadrilatero *ag.*, scilicet *.72.*, habentur pro quadrilatero *ng.* Est enim proportio de *.48.* ad *.60.* sicut *.4.* ad *.5.*, hoc est sicut *.e2.* ad *.zi.*; et proportio de *.60.* ad *.72.* est sicut *.3.* ad *.6.*, hoc est sicut *.zi.* ad *.it.*, ut oportet. Possumus enim reducere cum equidistantibus has diuisiones á tribus punctis ubilibet datis super lineam *.ba.*: et si diuiderimus lineam *.ad.* in datis quibuslibet proportionibus, et in eisdem diuiderimus latus *.bg.*; et in puncta ipsarum proportionum lineas copulauerimus, rederetur utique quadrilaterum *abgd.* in ipsis proportionibus diuisionis; que diuisiones reducemus etiam in puncta angulorum per ea que dicta sunt.

Incipit de diuisione quadrilaterorum diuersilaterum.

PRIMUM quidem demonstrare uolo quod modo diuidatur quadrilaterum diuersilaterum in duo equa ab angulo dato. Esto quadrilaterum *abcd.*, quod diuidere uolo in duo equa ab *a.* angulo dato: protraham primum dyametrum *| bd.* subtendentem angulum *bad.*; et secabo ipsum á dyametro *.ac.* super punctum *.e.*; recte quidem *.be.* et *.ed.* aut sunt equales, aut non. Sint primum equales: et quoniam equalis est recta *.be.* recte *.ed.*, equale erit trigonum *.abe.* trigono *.ade.*, nec non et trigonum *.ebc.* trigono *.ecd.* est equale; quare totum trigonum *.abc.* toti trigono *.acd.* iacet equale. Diuisionem est ergo quadrilaterum *abcd.* in duo equa á dyametro *.ac.* egrediente ab angulo dato; quod oportebat facere. Sed non sit recta *.be.* equalis recte *.ed.* Sed iaceat *.bz.* equalis recte *.zd.*; et protraham rectam *.zi.* equidistantem dyametro *.ac.*, ut in hac secunda figura cernitur; et copulabo rectam *.ai.* Dico iterum, quadrilaterum *abcd.* diuisionem esse in duas equas portiones á linea *.ai.* egrediente ab angulo *a.* dato, que sunt trigonum *.abi.*, et quadrilaterum *aicd.*; quod sic probatur: copulabo rectas *.az.* et *.cz.*, et erunt trigona *.azd.* et *.dzc.* equalia trigonis *.abz.* et *.bzc.*; quare quadrilaterum *azcd.* dimidium est quadrilateri *abcd.*: et quia trigona *.aci.* et *.acz.* sunt super basim *.ae.*; et inter equidistantes *.ac.* et *.zi.* sibi inuicem sunt equalia; communiter si addatur trigonum *.acd.*, erit quadrilaterum *aicd.* equale quadrilatero *azcd.* Sed quadrilaterum *azcd.* dimidium est quadrilateri *abcd.*; ergo et quadrilaterum *aicd.* dimidium est quadrilateri *abcd.*, ut oportet. RERSVS si á puncto dato super unum ex lateribus quadrilaterum aliquod in duo equa diuidere uis, ut quadrilaterum *.ac.*, quod diuidere uolo á puncto dato *e.* super latus *.ad.* Diuidam primum quadrilaterum *.ac.* in duo equa ab angulo *d.*; et sit recta *.dt.* diuidens ipsum; et copulabo *.et.* recta quidem *.et.* aut equidistans est recte *.dc.*, aut non. Sint primum recte *.et.* et *.cd.* equidistantes, ut in tertia ponitur figura; et copuletur recta *.ee.* Dico siquidem, quadrilaterum *.ac.* in duo equa diuisionem esse á linea *.ec.* egrediente á puncto dato *e.* Quod sic probatur. Quia equidistantes sunt recte *.et.* et *.cd.*, erunt et trigona *.ecd.* et *.tcd.* sibi inuicem equalia. Sed trigonum *.tcd.* dimidium est quadrilateri *.ac.*; quare et trigonum *.ecd.* dimidium est quadrilateri *.ac.*: diuisionem est ergo quadrilaterum *.ac.* in duo equa á dato puncto *e.*; quod oportebat facere. Sed non sit equidistans recta *.et.* recte *.dc.*

Ponam rectam *.dz.* equidistantem recte *.et.*; et copulabo rectam *.ez.*, ut in quarta figura demonstratur; et erit quadrilaterum *abcd.* diuisionem in duo equa á linea *.ez.* Quod sic probatur. Sunt enim trigona *.dze.* et *.dzt.* sibi inuicem equalia, cum sint super eandem basim, et in eisdem equidistantibus; quibus si addatur in comune tri-

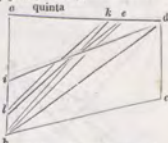
gonum $.dcz.$, erunt quadrilaterum $.ezcd.$ equale triangulo $.dct.$, scilicet dimidio totius quadrilateri $.ac.$ Et notandum, quod si dyameter $.bd.$ diuidat quadrilaterum $.ac.$ in duo equa, peruenient similiter ea que diximus in his duabus figuris. Sed si diuisio ceciderit super latus $.ab.$, ut recta $.di.$, que sit diuidens quadrilaterum $.abcd.$ in duo equa, aliter operari oportet. Diuidam quadrilaterum $.ac.$ ab angulo $.b.$ cum recta $.bk.$; et tunc si $.k.$ fuerit datus punctus super latus $.ad.$, á quo egredi oporteat recta diuidens quadrilaterum $.ac.$ in duo equa, recta erit ipsa linea $.kb.$ Sed si $.k.$ non fuerit datus punctus, erit tunc datus punctus inter $.k.$ et $.d.$, aut inter $.k.$ et $.a.$: sit primum datus punctus $.e.$ inter $.dk.$; et copuletur recta $.be.$; et per punctum $.k.$ protraham rectam $.kl.$ equidistantem recte $.eb.$, et copulabitur recta $.el.$, que diuidet quadrilaterum $.ac.$ in duo equa; et probabitur ordine supradicto.

Reversus sit datus punctus $.e.$ inter $.a.$ et $.k.$, copulabitur similiter recta $.eb.$; et per punctum $.k.$ ducatur equidistans recta $.km.$, et copulabitur recta $.em.$, que erit diuidens quadrilaterum $.ac.$ in duas sectiones equales, que sunt quadrilatera $.am.$ et $.ec.$, ut in sexta patet figura: quod etiam probabitur ordine supradicto. Ad Signabo quidem per modum superius demonstratum quomodo diuidantur diuersilatera quadrilatera á puncto dato super unum ex lateribus ipsius. Esto quadrilaterum $.abcd.$; et datus punctus sit $.e.$ cadens primum super dimidium lateris $.ab.$; et ducam á puncto $.d.$ rectam $.dz.$ equidistantem recte $.ab.$; et diuidam eam in duo equa super punctum $.i.$; et copulabo rectas $.ei.$ et $.ci.$ et $.ec.$; et ducam rectam $.it.$ equidistantem recte $.ec.$; et copulabo rectam $.et.$; et erit quadrilaterum $.ac.$ in duo equa diuisum á linea $.et.$ Quod sic probatur. Quadrilaterum itaque $.az.$ est duorum laterum equidistantium; et linea $.ei.$ secat equidistantia latera eius, que sunt $.ab.$ et $.dz.$ in duo equa; quare quadrilaterum $.ez.$ est dimidium quadrilateri $.az.$ Similiter quia bases $.zi.$ et $.id.$ sibi inuicem equales sunt, erunt trigona $.ezi.$ et $.cid.$ sibi inuicem equalia; quare trigonum $.ezi.$ dimidium est trigoni $.edz.$: fuit etiam quadrilaterum $.ez.$ dimidium quadrilateri $.az.$; ergo quadrilaterum $.ebci.$ dimidium quadrilateri est $.ac.$ Sunt enim et trigona $.eci.$ et $.ect.$ sibi inuicem equalia; quibus si addatur in comune triangulum $.ebc.$, erit quadrilaterum $.ebct.$ equale quadrilatero $.ebci.$ Sed quadrilaterum $.ebci.$ dimidium est quadrilateri $.ec.$; quare et quadrilaterum $.bt.$ dimidium est quadrilateri $.ec.$; quare quadrilaterum $.bt.$ dimidium est quadrilateri $.ac.$, ut oportet. Quibus ita explicatis poterimus diuidere in duo equa omne quadrilaterum ab omni puncto dato super aliquod ex lateribus ipsius: et si punctus datus fuerit extra uel intus, per quod linea egredi ualeat, que diuidat quadrilaterum in duo equa, poterimus hoc cum operatione florum subtiliter operari.

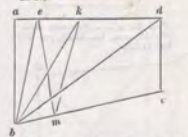
Demonstratio qualiter absconditur á quadrilatero diuersilatero quancumque pars data ab angulo dato.

Esto rursus quadrilaterum $.abcd.$, de quo uolo ab angulo $d.$ abscondere datam partem, que sit tertia. Subtendam quidem angulo $d.$ dyametrum $.ac.$, et secabo ipsum cum dyametro $.db.$ super punctum $e.$; recta quidem $.ce.$ aut tertia pars est dyametri $.ac.$, aut non. Sit primum $.ec.$ tertia pars ex $.ac.$; abscondet utique dyameter $.bd.$ tertiam partem ex quadrilatero $.ac.$, que est trigonum $.bcd.$ Quod sic probabitur. Quia trigona $.dce.$ et $.dca.$ sunt sub una altitudine, erunt adinuicem sicut bases $.ce.$ ad

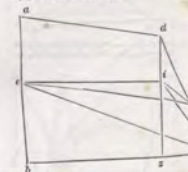
* quadrilaterum $.abcd.$ et per punctum $e.$ (fol. 86 recto, lin. 8, 9-13; pag. 139, lin. 5-9).



* Reversus sit ... datus punctus $e.$ (fol. 86 recto, lin. 16-22; pag. 139, lin. 12-18).

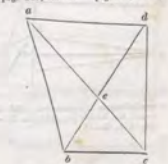


* si addatur ebct. equalis $e.$ (fol. 86 recto, lin. 23-29; pag. 139, lin. 28 e 29).

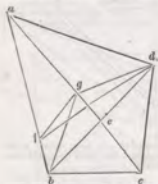


fol. 86 verso.

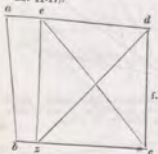
* tertia. Subtendam ad quadrilaterum $e.$ (fol. 86 verso, lin. 11-17 e 18; pag. 139, lin. 29 — pag. 140, lin. 2).



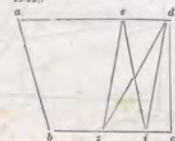
ex quadrilatero scilicet quadrilatero
si » (fol. 86 verso » lin. 19-25; pag.
140, lin. 3-10).



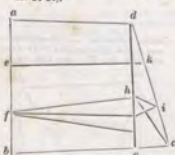
» fbed. Er si ... trigonum acd. »
(fol. 86 verso, lin. 22-34; pag. 140,
lin. 11-17).



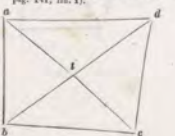
» recte .dc. equale trigono » (fol.
87 recto, lin. 1-6 » 7; pag. 140, lin.
19-23).



» sectiones quadrilateri notis poterimus »
(fol. 87 recto, lin. 12-19; pag. 140,
lin. 27-34).



» quadrilaterum quare est » (fol. 87
recto, lin. 24-30; pag. 140, lin. 37-
pag. 141, lin. 1).



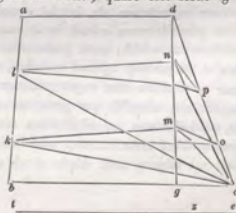
.ca.; propter eadem et trigona .bce. et .abc. sunt in proportionem eadem; quare est sicut .ce. ad .ac., ita trigonum .bcd. ad quadrilaterum .ac.: est enim recta .ce. ex .ac. tertia pars; quare et trigonum .bcd. ex quadrilatero .ac. est tertia pars: abscisa est ergo pars data, scilicet tertia, á quadrilatero .ac. per lineam .bd. egredientem ab angulo .d. dato; quod oportebat facere. Sed non sit .ce. tertia pars ex .ac.; ponam quidem .cg. tertiam ex .ac.; et á puncto .g. dyametro .bd. equidistantem protraham rectam .gf.; et copulabo rectam .fd., que abscidet á quadrilatero .ac. quadrilaterum .fbcd.; quod demonstrabo, tertiam esse ex toto quadrilatero .ac. Quoniam .cg. tertia est ex .ca., erunt trigona .bgc. et .cgd., hoc est quadrilaterum .bcdg., tertia pars trigonorum .abc. et .acd., scilicet quadrilateri .abcd. Cui per ea que dicta sunt demonstrabitur, equale esse quadrilaterum .fbcd. Er si uolueró á quadrilatero dato partem datam á puncto dato super unum ex lateribus abscidere, ut á quadrilatero .abcd., et á puncto .e. super latus .ad. dato; et ponamus, partem datam esse tertiam. Secabo primum á quadrilatero .ac. trigonum .dcz., quod sit tertia pars quadrilateri .abcd.; et copulabo .ez.: recta quidem .ez. aut equidistans erit recte .dc., aut non. Esto primum equidistans ei, tunc copulabo .ec.; et erit trigonum .ecd. equale trigono .zcd.: quare trigonum .ecd. est tertia pars quadrilateri .ac. Sed non sit equidistans recta .ez. | recte .dc.; tunc ponam rectam .id. equidistantem recte .ez., et copulabo rectam .ei.; et erit quadrilaterum .eicd. equale trigono .zcd., quod est tertia pars quadrilateri .ac.; quod oportebat facere. Quod probabitur per trigona .zdi. et .edi., que sunt sibi inuicem equalia, cum sint super basim .di., et inter equidistantes .di. et .ez.: quibus cum additur in comune trigonum .dci., ueniet quadrilaterum .eicd. equale trigono .dcz., ut dictum est: remanebit ergo quadrilaterum .abie. due tertie totius quadrilateri .ac.: quod si in duo equa diuiserimus, erit quadrilaterum .ac. in tres equas partes diuisum. Rursus adiaceat quadrilaterum .abcd., cuius latus .ab. sit in tria equa diuisum, que sint .ae. ef. fb.; et uolo per puncta .ef. quadrilaterum .ac. in tres equas sectiones diuidere. Abscidam primum á quadrilatero .ac. tertiam eius partem per lineam egredientem á puncto .f.; quod etiam faciam per secunde modum, uidelicet ponam .gd. equidistantem recte .ab.; et ponam .gh. tertiam ex .gd.; et copulabo rectas .fh. ch. et .fc.; et protraham rectam .hi. equidistantem recte .fc., et copulabo rectam .fi.; et erit quadrilaterum .fbci. tertia pars quadrilateri .ac. Deinde diuidam quadrilaterum .afid. in duo equa á linea .ek.; et sic erit quadrilaterum .abcd. diuisum in tres equas portiones, que sunt quadrilatera .ak. ei. fc.: quibus omnibus notis poterimus permutare terminos diuisionum á quocumque puncto dato, si supradictarum demonstrationum immemor non extiteris.

Er si quadratum aliquod in duas partes secundum datam portionem, et á dato puncto uel angulo diuidere uis, qualiter hoc fieri debeat, ostendamus. Esto rursus quadrilaterum .abcd.; et data proportio sit .ez. ad .zi.: uolo quidem quadrilaterum .abcd. ab angulo dato .d. secare in proportionem quam habet .ez. ad .zi.: protraham primum dyametro .ac.; et ponam .ct. ad .at. sicut .ez. ad .zi.; et protraham dyametro .db., qui transeat primum per punctum .t. Dico quod recta .bd. diuidit quadrilaterum .ac. in ea proportionem quam habet .ez. ad .zi. Verbi gratia: trigona quidem .dct. et .dta. ad se inuicem sunt sicut bases .ct. ad .ta.: in qua etiam proportionem sunt trigona .cbt.

et *tba.*; quare est sicut *ct.* ad *ta.*, ita trigonum *dcb.* ad trigonum *abd.* Sed *ct.* ad *ta.* est sicut *ez.* ad *zi.*; quare est sicut *ez.* ad *zi.*, ita trigonum *bdc.* ad trigonum *bda.* Diuisum est ergo quadrilaterum *ac.* in duo secundum proportionem datam, et ab angulo dato; quod oportebat facere. Sed non transeat dyameter *bd.* per punctum *t.*; oportet ut transeat aut inter *ct.*, [aut inter *ta.*: transeat primum inter *ct.*: copulabo quidem rectas *bt.* et *td.*; et erit quadrilaterum *tbcd.* ad quadrilaterum *tbad.* sicut *ct.* ad *ta.*, hoc est sicut *ez.* ad *zi.*: et ponam rectam *tk.* equidistantem dyametro *bd.*; et copulabo rectam *dk.*, et erit quadrilaterum *kbcd.* equale quadrilatero *tbcd.*; quod probabitur per ea que dicta sunt; quare erit sicut *ct.* ad *ta.*, hoc est sicut *ez.* ad *zi.*, ita quadrilaterum *kbcd.* ad trigonum *dkb.*: factum est utique propositum. Er si secauerit dyameter *bd.* inter *at.*, protraheret á puncto *t.* recta *tl.* equidistans dyametro *bd.*; et copulabitur recta *dl.*; et erit rursus sicut *ct.* ad *ta.*, hoc est sicut *ez.* ad *zi.*, ita trigonum *dcl.* ad quadrilaterum *abld.*; quod probabitur per premissa. Er si hoc facere uolumus; super latus *ab.* ponam *bl.* ad *la.* sicut *ez.* ad *zi.*; et producam *dm.* equidistantem recte *ab.*; et sit *mn.* ad *nd.* sicut *bl.* ad *la.*; et copulabo rectas *ln.* et *nc.* et *lc.*; et ponam *no.* equidistantem *lc.*; et copulabo *ol.*; et erit quadrilaterum *ob.* ad quadrilaterum *oa.* sicut *bl.* ad *la.*, hoc est sicut *ez.* ad *zi.*; quod etiam probabitur per premissa: et si á puncto *d.* equidistans lineę *ab.* non ceciderit infra quadrilaterum *ac.*, protraham lineam *cp.* equidistantem lineę *ab.*; et ponam *cq.* ad *qp.* sicut *bl.* ad *la.*; et copulabo rectam *lq.* et *dq.* et *ld.*; et per punctum *q.* ponam rectam *qr.* equidistantem lineę *dl.*; et copulabo rectam *lr.*; et erit quadrilaterum *lber.* ad quadrilaterum *alrd.* sicut *bl.* ad *la.*, hoc est sicut *ez.* ad *zi.*; quod probabitur per premissa.

VERVM si quadrilaterum aliquod in plures partes, et in proportionēs datas diuidere uis, qualiter hoc fieri debeat, ostendamus. Adiaceat quadrilaterum *abcd.*; et in ipso protrahatur recta *dg.* equidistans lateri *ab.*; et proportionēs date sint *ez.* *it.*: in quibus proportionibus diuidam latus *ba.* in puncta *kl.*, hoc est sicut *ez.* ad *zi.*, ita *bk.* ad *kl.*; et sicut *zi.* ad *it.*, ita *kl.* ad *la.*: in quibus etiam proportionibus diuidam rectam *dg.* super puncta *mn.*; et copulabo rectas *km.* *ln.* *cm.* et *cn.*; et *ck.* et *cl.*; et per punctum *m.* ducam rectam *mo.* equidistantem recte *kc.*; et per punctum *n.* ducam rectam *np.* equidistantem recte *cl.*; et copulabo rectas *ko.* et *lp.*, que diuidunt totum quadrilaterum *ac.* in proportionēs datas. Quod sic probatur. Quia est sicut *bk.* ad *kl.*, ita *gm.* ad *mn.*; et sicut *kl.* ad *la.*, ita *mn.* ad *nd.* Erit sicut *bk.* ad *ka.*, ita *gm.* ad *md.*; quare erit sicut *gm.* |

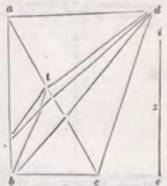
* equidistantem recte . . . sicut *gm.* á
(fol. 87 verso, lin. 31, 32-33, a margine
inferiore; pag. 141, lin. 31-34).



* est sicut . . . ad trigonum á (fol. 87
recte, lin. 32 e 33; pag. 141, lin. 2 e 3).
e z i

fol. 87 verso.

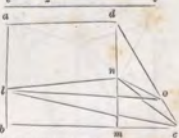
* aut inter . . . Er si secauerit in-
fra s (fol. 87 verso, lin. 7, 8-11 e
15; pag. 141, lin. 11-12).



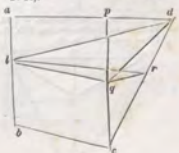
* secauerit dyameter . . . ceciderit in-
fra s (fol. 87 verso, lin. 7, 8-11 e
15; pag. 141, lin. 11-12).



* per premissa . . . per premissa s (fol.
87 verso, lin. 17-22 e 23; pag. 141;
lin. 18-22).



* datas diuidere . . . rectam *mo.* s (fol.
87 verso, lin. 24-30; pag. 141, lin.
24-30).



fol. 88 recto.

ad *md.*, ita quadrilaterum *gk.* ad quadrilaterum *ma.*: est etiam sicut *gm.* ad *md.*, ita trigonum *gcm.* ad trigonum *cmd.*; quare coniunctim erit sicut *gm.* ad *md.*, ita quadrilaterum *kbcm.* ad pentagonum *akmcd.*: sed quadrilaterum *kbcm.* equale est quadrilaterum *bo.*; quare est sicut quadrilaterum *kbcm.* ad pentagonum *akmcd.*, ita quadrilaterum *bo.* ad quadrilaterum *ao.* Sed sicut *gm.* ad *md.*, ita *ez.* ad *zt.* Similiter ostendetur, quadrilaterum *lo.* ad quadrilaterum *ld.* esse sicut *mn.* ad *nd.*, hoc est sicut *zi.* ad *it.*; ergo est sicut *ez.* ad *zi.*, ita quadrilaterum *bo.* ad quadrilaterum *kp.*; et sicut *zi.* ad *it.*, ita *kp.* quadrilaterum ad quadrilaterum *ld.* Erit ergo quadrilaterum

ac. diuisum in proportionem datas, ut oportebat facere. Ex ut hec que necessaria sunt in diuidendis campis perfecte in hoc opere proponantur, quemdam vulgarem modum proponimus. Vt si quadrilaterum *abgd.* super dimidium lateris *ab.* diuidere uolumus in duo equa, ponam *ef.* in medio inter *ab.* et *gd.*; et copulabo rectam *ef.*, que diuidet quadrilaterum *ag.* in duo equa, si equidistantia fuerint sibi inuicem latera *ab.* et *dg.*; que si equidistantia non fuerint, erunt utique quadrilatera *eg.* et *af.* inequalia: mensurabo quidem ea inuestigando embada eorum; et sit quadrilaterum *af.* minus quadrilatero *ge.* secundum quantitatem partium numeri *h.*; et inueniam longitudinem catheti cadentis ab *e.* super rectam *gd.*, qui sit recta *ei.*, numerum: diuidam siquidem *h.* per *ei.*, et proueniat ex diuisione quantitas *kf.*; et copulabo rectam *ek.*: dico siquidem, quadrilaterum *ag.* diuisum esse in duo equa á linea *ek.* Quod sic probatur: ponam *lk.* equalem *kf.*; et copulabo *el.*; et erit embadum trigonij *efl.* equale superficie catheti *ei.* in lineam *fk.*; ergo embadum trigoni *efl.* prouenit ex ducto *ei.* in lineam *kf.*: sed ex *ei.* in *kf.* prouenerit numerus *h.*, in quo quadrilaterum *ebgf.* superhabundat quadrilaterum *af.*; quare quadrilaterum *ebgf.* superhabundat quadrilaterum *af.* secundum quantitatem trigonij *elf.*: quare si auferatur trigonum *elf.* ex quadrilatero *bf.*, remanebit quadrilaterum *bl.* equale quadrilatero *af.* Sunt enim et trigona *ekf.* et *ekl.* sibi inuicem equalia, cum sint super equas bases, et sub eadem altitudine. Et quoniam cum equalibus equalia addantur, que proueniunt sunt equalia. Equalia erunt quadrilatera *kb.* et *ak.* sibi inuicem, ut prediximus. Eodemque modo diuidemus in duo equa quadrilatera similia quadrilatero sequenti *abcd.*, quod habet formam fulminis, cuius dyametra minime se se secare possunt: producam primum dyametrum *db.*, et inueniam embada trigonorum *abd.* et *cbd.*: que si equalia inueniero, erit utique quadrilaterum *abcd.* in duo equa diuisum á linea *bd.*: que si in equalia fuerint, erit embadum unius eorum maius. Esto quidem maius trigoni *cbd.* secundum quantitatem numeri *e.*; protraham quidem á puncto *d.* super latus *cb.* cathetum *dz.*; et ponam superficiem *dz.* in *bi.* equalem numero *e.*; et copulabo rectam *di.*, que diuidet quadrilaterum *abcd.* in duas portiones equalis, que sunt trigonum *cdi.*, et quadrilaterum *abid.*; quod probabitur per ea que diximus in precedenti figura.

Sed si geometrice operari uolumus, copulabo rectam *ac.*, ut in hac alia cernitur figura; et diuidam eam super punctum *e.* in duo equa, et copulabo rectam *be.* Recta uero *be.* aut transibit per punctum *d.*, aut non: transeat primum per punctum *d.* Dico, quadrilaterum *abcd.* diuisum esse in duo equa á linea *db.*; quod sic probatur: trigona quidem *abe.* et *ebc.* sibi inuicem sunt equalia, nec non et trigonum *aed.* equale est trigono *ced.* Vnde si ab equalibus equalia auferamus, que remanebunt,

quadrilaterum ... partium a (fol. 88 recto, lin. 20-28; pag. 142, lin. 8-16).

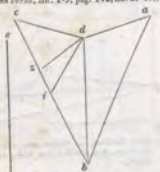
h

numeri h. ... af. secundum a (fol. 88 recto, lin. 20-28; pag. 142, lin. 8-16).



fol. 88 verso.

quod habet ... quadrilaterum a (fol. 88 verso, lin. 1-9; pag. 142, lin. 29-37).



et copulabo ... per punctum e (fol. 88 verso, lin. 13-20 e 21; pag. 142, lin. 39 - pag. 143, lin. 3).

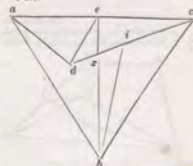


erunt equalia; ergo extracto trigono $.aed.$ ex trigono $.aeb.$, et trigonum $.ced.$ ex trigono $.ceb.$, remanebunt trigona $.abd.$ et $.cdb.$ sibi inuicem equalia, ut predixi. Sed non transeat recta $.eb.$ per punctum $.d.$; secabit ergo unum ex lateribus $.ad.$ uel $.cd.$: secet quidem latus $.cd.$ super punctum $.z.$; et copuletur recta $.ed.$; et iaceat $.dz.$ ad $.zi.$ sicut $.bz.$ ad $.ze.$; et copuletur recta $.bi.$ Dico si quidem, quadrilaterum $.abcd.$ diuisum esse in duo equa á linea $.bi.$; quod sic probatur. Quoniam trigonum $.ezd.$ et $.biz.$ circa equales angulos, qui ad $.z.$, contraria patiuntur latera, hoc est quod sunt mutue proportionis, ipsa trigona sibi inuicem sunt equalia. Est enim sicut $.bz.$ ad $.ze.$, ita $.dz.$ ad $.zi.$ Comune adiungatur trigonum $.cez.$, erunt duo trigona $.cez.$ et $.biz.$ equalia trigono $.ecd.$; sed trigono $.ecd.$ equale est trigonum $.aed.$; ergo trigona $.cez.$ et $.izb.$ equalia sunt trigono $.ead.$: sunt enim et trigona $.eab.$ et $.ebc.$ sibi inuicem equalia: quare si ab equalibus auferantur equalia, que remanebunt erunt equalia: auferatur quidem á trigono $.eab.$ trigonum $.ead.$, et á trigono $.ebc.$ auferantur trigona $.cez.$ et $.izb.$, remanebunt quadrilaterum $.abzd.$, et trigonum $.edz.$ equalia trigono $.cib.$: sed trigono $.edz.$ equale est trigonum $.biz.$; quare quadrilaterum $.abid.$ equale est trigono $.cbi.$, ut predixi.

Incipit de diuisione figurarum plurium laterum.

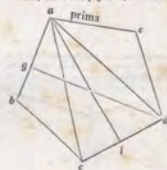
Si PENTAGONVM equilaterum et equiangularum ab aliquo angulorum dato in duo equa secare desideras, lineam ab ipso angulo super dimidium lateris sibi oppositi protrahe. Verbi gratia: sit datum pentagonum equilaterum et equiangularum $.abcde.$; et datus angulus sit $.a.$; super dimidium quidem lateris $.cd.$ lineam $.af.$ protrahe. Dico, pentagonum $.abcde.$ diuisum esse in duo equa á linea $.af.$; quod sic probatur: copulabo rectas $.ac.$ et $.ad.$, et erunt trigona $.abc.$ et $.aed.$ sibi inuicem equalia et equiangulara. Sunt enim et trigona $.afc.$ et $.afd.$ equalia; quare quadrilaterum $.abcf.$ equale est quadrilatero $.aedf.$: diuisum est ergo pentagonum $.abcde.$ ab angulo $.a.$ dato á linea $.af.$; quod oportebat facere. Ex hoc ergo manifestum est, quod cum in pentagono equilatero et equiangularo super dimidium cuiuslibet lateris dirigatur linea ad angulum respicientem ipsum latus, quod ipsa linea diuidet pentagonum in duo equa. Et si á puncto $.g.$ dato super latus $.ab.$ eundem pentagonum in duo equa diuidere uis, considera si punctus $.g.$ erit in medio lateris $.ab.$; quia tunc protrahenda erit recta á puncto dato $.g.$ ad angulum $.d.$; et erit recta $.gd.$ diuidens pentagonum $.abcde.$ in duo equa. Et si punctus datus fuerit inter $.ag.$ puncta, qui sit $.h.$, ut in secunda cernitur figura; tunc diuidam pentagonum á linea $.af.$ in duo equa, et copulabo rectam $.hf.$, cui protraham equidistantem lineam $.ai.$; et copulabo rectam $.hi.$, que diuidit pentagonum $.abcde.$ in duo equa; quod sic probatur. Quoniam trigona $.hfa.$ et $.hfi.$ sunt inter duas equidistantes, et super eandem basim $.hf.$; ideo sibi inuicem sunt equalia: si communiter addatur quadrilaterum $.hbcf.$, erit quadrilaterum $.hbci.$ equale quadrilatero $.abcf.$: sed quadrilaterum $.abcf.$ est dimidium pentagoni $.abcde.$; quare et quadrilaterum $.hbci.$ erit dimidium pentagoni $.abcde.$ Sed non sit pentagonum datum equilaterum et equiangularum, ut pentagonum $.abgde.$; et uolo ipsum diuidere in duo equa; producam rectam $.eg.$; et super dimidium ipsius ponam punctum $.z.$, á quo diuidam quadrilaterum $.abge.$ in duo equa á linea $.zi.$; et copulabo rectam $.zd.$, que etiam diuidit trigonum $.egd.$ in duo equa: recta quidem $.zd.$ aut est

* punctum $d.$, $.ced.$ uel s (fol. 88 verso, lin. 20, 21-28; pag. 143, lin. 3-10).

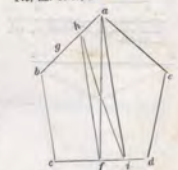


fol. 89 recto.

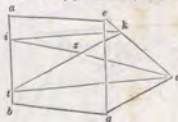
* latera $ed.$, ipsa linea s (fol. 89 recto, lin. 6-13; pag. 143, lin. 21-28).



* recta á puncto quadrilaterum $.hbci.$ (fol. 89 recto, lin. 16, 17-24; pag. 143, lin. 30-37).



* $.zd.$ aut est copulabo rectam s (fol. 89 recto, lin. 32-35; pag. 143, lin. 43 — pag. 144, lin. 4).

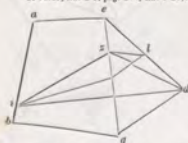


in directo recte .*zi*., aut non: esto primum una eorum in directo alterius, ut in hac tertia cernitur figura: et erit manifestum quod linea .*id*. diuidet pentagonum .*abgde*. in duo equa: quod etiam si á puncto .*x*. dato super rectam .*ab*. ipsum pentagonum diuidet uis, copulabo rectam | .*td*.; et ipsi ponam ei equidistantem rectam .*ik*., et copulabitur .*tk*.; que etiam diuidet idem pentagonum in duo equa: demonstratio est eadem ut supra. Sed non sit recta .*zd*. in directo .*zi*.; copulabo quidem rectam .*id*.; et ponam ei equidistantem rectam .*zl*.; et copulabo rectam .*il*.; que etiam diuidet pentagonum .*abgde*. in duo equa. Probatio. Recte quidem .*iz*. et .*zd*. diuidunt pentagonum .*abgde*. in duas portiones equales: et sunt trigona .*idz*., et .*idl*. sibi inuicem equalia: quibus si addatur quadrilaterum .*ibgd*., erit pentagonum .*ibgdz*. equale pentagono .*ibgdz*., hoc est dimidio pentagoni .*abgde*., ut oportet: et sic secundum hunc modum possumus perducere diuisionem super omne latus pentagoni, et ab omni puncto dato super ipsum; nec non et poterimus in plures partes diuidere eum per ea que dicta sunt. Nam si rectam .*eg*. in tres equas partes diuiderimus; et per puncta sectionum in equas partes diuiderimus quadrilaterum .*abge*., et trigonum .*egd*.; et deinceps processerimus ordine demonstrato, habebimus optatum. Et si pentagonum habuerit formam mitrę, ut pentagonum .*bcdef*., protraheamus ad rectos angulos super latus .*cd*. lineam .*fa*.; et inuestigabo embadum quadrilateri .*bcaf*., nec non et quadrilateri .*fade*.: que si inuenero esse equalia, erit utique pentagonum .*bcdef*. diuisum in duo equa á linea .*af*. Si autem embada eorum in equalia fuerint, sit maius eorum embadum quadrilateri .*ae*. secundum quantitatem numeri .*g*.; et ponam superficiem .*fa*. in .*az*. equalem numero .*g*.; et copulabo rectam .*fz*.; et erit embadum trigoni .*faz*. quantitas medietatis numeri .*g*.; quare linea .*fz*. diuidit pentagonum .*bcdef*. in duo quadrilatera equalia, que sunt .*bczf*. et .*fzde*.; et hoc fit secundum uulgarem modum. SED si geometrice hoc operari uolumus, copulabimus .*be*., et diuidemus .*be*. in duo equa super punctum .*i*., ut in hac alia cernitur figura: et diuidemus quadrilaterum .*bced*. in duo equa á linea .*ik*.; que si transierit per punctum .*f*., diuiditur per lineam .*fk*. pentagonum .*bcdef*. in duo equa; quia si ex quadrato .*bcki*. auferamus triangulum .*bif*.; et á quadrilatero .*ikde*. auferamus triangulum .*ief*., remanebunt quadrilatera .*fc*. et .*fd*. sibi inuicem equalia.

Er si recta .*ik*. secat latus .*ef*. super punctum .*l*., ut in hac ultima figura cernitur. Ponam .*ml*. ad .*lf*. sicut .*il*. ad .*lk*.; et copulabo rectam .*km*., que diuidet pentagonum .*bcdef*. in duas sectiones equalis, quarum una erit quadrilaterum .*mkde*., alia pentagonum .*bckmf*.: probatio: copulabo rectam .*if*., et erunt trigona .*ifl*. et .*kml*. sibi inuicem equalia, cum sit proportio .*ml*. ad .*fl*. sicut .*il*. ad .*lk*.: quare trigonum .*ife*. equale est trigonis .*ile*. et .*klm*.: est enim et trigono .*ief*. equale trigonum .*bif*.; quare trigonum .*bif*. equale est trigonis .*iel*. et .*klm*.: unde si á quadrilatero .*bcki*. auferamus trigonum .*bfi*.; et á quadrilatero .*ikde*. auferamus trigona .*ile*. et .*klm*., remanebunt quadrilaterum .*bckl*., et trigonum .*ifl*. equalia quadrilatero .*kdem*.: est enim trigonum .*klm*. equale trigono .*ilf*.; quare pentagonum .*bckmf*. equale est quadrilatero .*mkde*., ut predixi: quam etiam diuisionem perducemus á puncto .*f*., si copulauerimus .*fk*., et ponemus .*ei*. equidistantem lineam .*mn*., et copulauerimus .*fn*.; et sic erunt

fol. 89 verso.

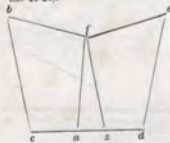
v que etiam ... erit pentagonum x (fol. 89 verso, lin. 2-8; pag. 144, lin. 5-10).



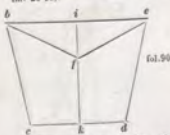
v perducere diuisionem ... ad rectos angulos x (fol. 89 verso, lin. 10-14, 11-17; pag. 144, lin. 12-18).

g

v super latus ... pentagonum bcdef. x (fol. 89 verso, lin. 18-24; pag. 144, lin. 19-24).

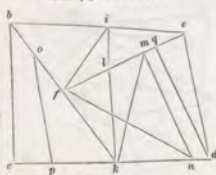


v copulabimus be ... inuicem equalia x (fol. 89 verso, lin. 26-32; pag. 144, lin. 26-31).



fol. 90 r.

v .i.e. que ... sectiones equalis x (fol. 89 verso, lin. ultima, e margine inferiores pag. 144, lin. 23 e 34).



quadrilatera *bcnf.* et *fnde.* sibi inuicem equalia: quod etiam pentagonum si in tres equas partes diuidere uolumus, ascidemus á quadrilatero *bcnf.* tertiam partem cum linea *op.*; et á quadrilatero *fnde.* secabimus similiter tertiam partem cum linea *qd.*; et erit pentagonum *bcdef.* diuisum in tres equas partes, quarum una est quadrilaterum *bcpo.*, secunda pentagonum *opdqf.*, tertia trigonum *qde.* Er notandum quod si exagonum diuidere uolumus, diuidemus ipsum in duo quadrilatera á linea protracta in ipso, que ponat tria latera eius in unam partem, et reliqua tria in aliam; et super dimidium ipsius lineę ponemus punctum, á quo diuidemus utrumque quadrilaterum in duo equa; ut si in exagono *abcdef.* protraxerimus lineam *ad.*, diuidet ipsum exagonum in duo quadrilatera, que sunt *abcd.* et *adef.*: unde si super dimidium lineę *ac.* posueramus punctum *g.*; et ab ipso protraxerimus rectas diuidentes utrumque quadrilaterum in duo equa; et deinceps imitati fuerimus ea que dicta sunt superius, poterimus ipsum exagonum cum linea una in duo equa diuidere; nec non et poterimus permutare sectiones ab omni puncto dato super aliquod ex lateribus eius; nec non, si secundum hoc processerimus in reliquis figuris plurium laterum, poterimus ad notitiam diuisionis ipsarum saussime peruenire.

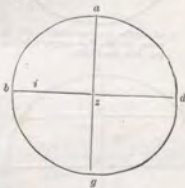
Incipit de diuisione circularum, et eorum partium.

Si circulum aliquem in duo equa secare uolumus, per lineam protractam á puncto dato super periferiam eius, aut extra circulum, ipsum punctum cum centro copula; et ipsam rectam usque ad periferiam ducere studeas; Verbi gratia: | Esto datus circulus *abgd.*; et extra ipsum sit datus punctus *e.*, et sit *z.* centrum circuli; copulata quidem recta *ez.*, et emissa usque in punctum *g.*, erit recta *ag.* diameter circuli *abgd.* Nam diameter circuli est recta per centrum ducta: et in utraque parte periferię terminata. Ducitur quidem recta *ag.* per centrum *z.*; ergo diameter est *ag.*; quare semicirculus est unaqueque portionum *abg.* et *adg.*: diuisus est ergo circulus *abgd.* á recta protracta á puncto *e.* dato extra circulum. Er si infra circulum punctus datus fuerit *i.*, copulabo rectam *iz.*, et ducam eam in utramque partem in puncta *b.d.*; et erit recta *bd.* diameter circuli, qui secat circulum *abgd.* similiter in duo equa. Er si circulum aliquem in tres partes diuidere uolumus, constituemus in ipsum trigonum equilaterum *abg.*; et centrum circuli sit *d.*; et copulabimus rectas *da.db.dg.*, que diuidant circulum *abg.* in tres equas partes, quarum una est sector *dab.*, secunda est sector *dbg.*, tertia quoque est sector *dga.* Verbi gratia: quia equales sunt recte *ab. bg. ga.*, equales erunt arcus *ab. bg. ga.*; quia equales recte in equalibus circulis equales arcus subtendunt. Sunt enim á centro sibi inuicem equales recte *da.db.dg.*; et anguli qui ad *d.* sibi inuicem sunt equales: quare sectiones *e.z.i.* sibi inuicem sunt equales: diuisus est ergo circulus *abg.* in tres sectiones equales, ut oportet. Er si in plures partes ipsum á centro diuidere uis, in tot equales partes periferiam ipsius circuli diuide, quot partes ex eo facere uolueris; et puncta ipsarum sectionum cum centro copulare studeas, et peruenies ad optata.

Si uero circulum per lineas equidistantes in tria diuidere uolumus, hoc sine labore maximo fieri non posse cognosce; tamen qualiter hoc secundum propinquitatem fieri debeat, demonstrabo. Ponam primum in circulo *abg.* rectam *ag.*, que sit latus trigoni equilateri cadentis in ipso; quare periferia *ag.* erit tertia pars periferię totius circuli

fol. 90 verso.

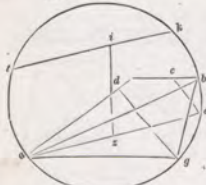
* Esto datus unaqueque portionum *
(fol. 90 verso, lin. 1-6; pag. 145, lin. 20-25).



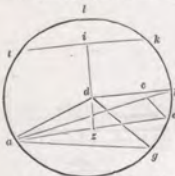
* et centrum in plures * (fol. 90 verso, lin. 13-20; pag. 145, lin. 30-37).



* congiunta sub recta .ab. * (fol. 90 verso, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 146, lin. 6-7).



* portio sibi inuicem * (fol. 91 recto, lin. 9-16; pag. 146, lin. 14-21).



* ad angulos dato circulo * (fol. 91 recto, lin. 34, 35, e margine inferiore; pag. 146, lin. 36-38).



fol. 91 verso.

* „abg., cuius tertis pars * (fol. 91
manus. lin. 1-5; pag. 146, lin. 28-43).



gab. et *dab.* equalia: quibus cum in comune additur portio *abe.*, erit figura contenta sub rectis *ga.* et *gb.*, et arcu *aeb.* equalis sectori *daeb.*, qui est tertia pars circuli *abg.*; ergo figura contenta sub rectis *ga.* et *gb.*, et arcu *aeb.* est tertia pars circuli *abg.*: et quia recte *bg.* et *ez.* equidistantes sunt, erunt arcus *eb.* et *gz.* equales. Sed arcui *eb.* equalis est arcus *ae.*; ergo et arcus *ae.* equalis est arcui *gz.*: comune addatur arcus *bg.*, erit quidem arcus *aebg.* equalis arcui *ebgz.*; quare portio circuli *ezgb.* equalis est portioni circuli *agbe.*: communiter auferatur portio contenta sub recta *bg.*, et arcu *gb.*, remanebit figura contenta sub rectis *ga.* et *ez.*, et arcubus *be.* et *gz.* equalis tertia parti circuli, scilicet figure contente sub rectis *ga.* et *gb.*, et arcu *aeb.*; quod oportebat ostendere. Ostendam rursus quomodo auferatur á circulo dato qualiscunque pars data per circumulum equidistantem ei. Sit datus circulus *abcd.* super centrum *e.*, uolo á circulo *abcd.* auferre partem datam, que sit tertia per circumulum equidistantem ei: protrahe diametrum *ag.*; et ponam quadratum lineę *ae.* triplum quadrati lineę *ez.*; et centro quidem *e.* spatio *ez.* circinabo circumulum *zit.* Dico: á dato circulo *abcd.* secta est tertia eius, que est circumulus *zit.* Probatio. Quoniam *ea.* recta dimidium est dyametri *ag.*, erit quadratum dyametri *ag.* quadruplum ex quadrato lineę *ae.*: propter eandem ergo et quadratum lineę *zt.* est quadruplum quadrati lineę *ez.*; quare est sicut quadratum lineę *ea.* ad quadratum lineę *ez.*, ita quadratum dyametri *ag.* ad quadratum dyametri *tz.*: sed sicut quadratum dyametri *ag.* ad quadratum dyametri *tz.*, ita circumulus *abcd.* ad circumulum *zit.*: sunt enim circuli ad se inuicem sicuti ad quadrata dyametrorum; ut in duodecimo EUCLIDIS monstratum est: quare erit sicut quadratum lineę *ea.* ad quadratum lineę *ez.*, ita circumulus *abcd.* ad circumulum *zit.*: est enim quadratum lineę *ea.* triplum quadrati lineę *ez.*; quare circumulus *abcd.* triplus est circuli *zit.*; et sunt ambo circuli equidistantes, cum unum habeant centrum. Secta est ergo á circulo *abcd.* tertia eius pars per circumulum *zit.* equidistantem ei; quod oportebat facere.

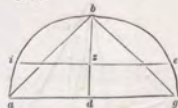
fol. 92 recto.

Incipit De diuisione portionum circularum.

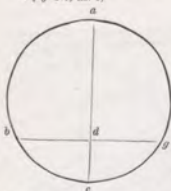
Si SEMICIRCULVM *abg.* in duo equa secare uis; diuide rectam *ag.* in duo equa super punctum *d.*; et a puncto *d.* ad rectos angulos rectam protrahe *db.* Dico, diuisum esse semicirculum *abg.* in duo equa á recta *db.* Probatio: productis rectis *ba.* et *bg.*, erunt trigona *bdg.* et *bda.* sibi inuicem equalia; est enim latus *ad.* lateri *dg.* equale: et in comuni iacet recta *bd.*; nec non et anguli ad *d.* sunt recti; quare recta *bg.* equalis est recte *ba.*; equales uero recte equales sectiones auferunt; quare sectio *bg.* sectioni *ba.* equalis est. Sunt et trigona *bdg.* et *bda.* equalia; quare sectio *bdai.* sectioni *bdge.* est equalis: diuisum est ergo semicirculum *abgd.* in duo equa; quod oportebat facere. Et si ipsum cum recta equidistante basi *ag.* diuidere uis; semidiametrum *bd.* super punctum *z.* diuide: et sit *dz.* ad *zb.* sicut *611.* ad *1512.*: et per punctum *z.* protrahe rectam *ei.*, que diuidet similiter semicirculum *abg.* in duo equa; que habentur ex his que diximus in diuisione circuli in quatuor partes.

Er si portio circuli, siue sit minor, siue maior semicirculo, in duo equa diuidere uis, simili modo super dimidium cordę eius sagittam protrahe: uerbi gratia: sit data portio maior semicirculo *abg.*; et super dimidium cordę ipsius sagittam *da.* pro-

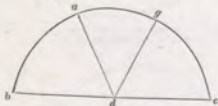
recte equalis . . . et sit *a* (fol. 92 recto, lin. 12, 13-17; pag. 147, lin. 34-38).



* Et si portio *d.*; deinde * (fol. 92 recte, lin. 21-29; pag. 147, lin. 41 — pag. 148, lin. 6)



* Equales sunt *Angulus rectus* * (fol. 92 recte, lin. ultimas, e margine inferiore; pag. 148, lin. 9 e 10).



* sint, ipsae *ad. diuidat* * (fol. 92 verso, lin. 2-12; pag. 148, lin. 11-20).



* recta *ad.* *Explicit distinctio* * (fol. 92 verso, lin. 14-22; pag. 148, lin. 21-30).



trahe: et erit portio circuli *abd.* equalis portioni *adg.*; quod probabitur per ea que dicta sunt in semicirculo: et si á puncto *d.* ad rectos angulos protraxerimus rectam *dc.* super cordam *bg.*, diuidetur utique in duo equa portio circuli *beg.*, que est minor semicirculo. Rursus si semicirculum *abc.* in tria equa diuidere uis, rectam *bc.* in duo equa partire super punctum *d.*; deinde arcum *bac.* in tria equa diuide super puncta *ag.*; et copularis rectas *da. dg.*, que diuident semicirculum *abc.* in tres equas sectiones. Probatio. Quoniam semicirculus est portio *abc.*, erit utique punctus *d.* centrum circuli, cuius medietas est semicirculus *abc.*; quare recte *db. da. dg. dc.* sibi inuicem sunt equales: et quia arcus *ba.* et *ag.* et *gc.* sibi inuicem equales sunt, erit fol. 92 v: sector una queque figurarum contentarum sub duabus rectis, et arcu predictis; quare cum sub equalibus rectis, et sub equalibus arcubus sint, ipsos sectores sibi inuicem equales esse necesse est: diuisus est ergo semicirculus in tres sectores equales, que sunt *dad.*, et *dag.*, et *dgc.*; quod oportebat facere. Et si figuram aliquam contentam sub duabus rectis, et arcu periferi in duo equa diuidere uis, ut trigonum *abdg.*, cuius duo latera *ab.* et *ag.* sunt recta; reliquum uero latus *bdg.* sit arcus circuli. Copulabo primum rectam *bg.*, et diuidam ipsam in duo equa super punctum *e.*, á quo protraham rectam *ae.*; deinde super rectam *bg.*, et á dato puncto in ipsam *e.* protraham ad rectos angulos rectam *ed.* Recte *ae.* et *ed.* aut sunt in directo sibi inuicem, aut non: si fuerint in directo, diuisa erit figura *abdg.* in duo equa á linea *ad.*, cum recta *ae.* diuidat rectilineum trigonum *abg.* in duo equa; et recta *ed.* diuidat portionem circuli *bdg.* in duo equa. Sed non sit in directo recta *ed.* recte *ea.*, ut in hac alia cernitur formula. Copulabo tunc rectam *ad.*; et per punctum *e.* protraham rectam *ei.* equidistantem recte *ad.*; et copulabo rectam *ai.*, que diuidet totam figuram *abdg.* in duo equa. Probatio. Quoniam recte *ad.* et *ei.* equidistantes sunt, et in eis sunt trigona *dai.* et *dea.*, super basim *da.* ipsa trigona sibi inuicem equalia sunt: quibus addita in comuni figura contenta sub rectis *ab.* et *ad.*, et arcu *db.*, erit figura contenta sub rectis *di.* et *ia.* et *ab.*, et arcu *db.*, equalis figure contente sub rectis *de.* et *ea.* et *ab.*, et arcu *bd.*; que figura continet dimidium trianguli *abdg.*, ut oportebat facere.

Explicit distinctio quarta de diuisione camporum inter consortes.

Incipit quinta de radicibus cubicis inueniendis.

Cum Secundum promissa in huius operis principio de radicibus cubicis oporteat me tractare, de quibus in libro abbaci tractatum inserui spetialem: duxi eundem presentatiter rescribendum, ut continuatis distinctionibus suprascriptis ad finem eiusdem operis possum facilius peruenire.

Cvrys quidem numerus est, qui surgit ex multiplicatione trium equalium numerorum, uel ex aliquo quadrato numero in suam radicem ducto. Vt .s. et .37., nam .s. surgunt ex multiplicatione de .2. in .2. ducta in .2., uel ex multiplicatione quaternarij in suam radicem, scilicet in .2., et 27 surgunt ex tribus ternarijs, uel ex nouenario ducto in suam radicem, que est .3. Nam radix cubica octonarij est .2.; et radix cubica de .27. et .3.; et sic intelligas de reliquis cubis numeris, et eorum radicibus: reliqui autem numeri, qui fol. 93 v: cubi non sunt, radices cubicas in numeris habere non possunt: unde radices ipsorum cubice dicuntur surde. Nam qualiter secundum propinquitatem radix cubica cuiusuis nu-

meri reperiri valeat, demonstabo. Sed primum, unde modus reperiendi has radices procedat, nolo presentialiter demonstrare. Cum itaque linea diuisa in duas partes fuerit: erunt cubi ipsarum portionum cum triplo multiplicationis quadrati unius cuiusque sectionis in alia equalis cubo totius lineę. Verbi gratia: sit linea *ab*. ut libet diuisa super punctum *g*. Dico, cubos portionum *ag*. et *gb*. cum triplo quadrati portionis *ag*. in *gb*., et cum triplo quadrati portionis *bg*. in *ga*. equalis esse cubo totius lineę *ab*.; quod uideatur in numeris: sit tota *ab*. 5.; et *ag*. sit 3., remanebit *gb*. 2.; quarum portionum cubi sunt .27. et .8.: quibus insimul iunctis faciunt .35.; et ex triplo quadrati de 3 in 2 ueniunt .54.; et ex triplo quadrati de 2 in 3 ueniunt .36.; et sic habentur in summa .125., scilicet cubus quinarij, scilicet lineę *ab*. Nam .5. est radix cubica de .125.; quia ductis 5. in se faciunt .25.; quibus ductis in .5. faciunt .125. Et cum super hanc definitionem diutius cogitarem: inueni hunc modum reperiendi radices, secundum quod inferius explicabo. Sed primum uolo demonstrare quomodo secundum hanc definitionem debeat quilibet numerus cubicari, ut si uis cubicare .12., accipe cubum de .10., et cubum de .2., in quibus portionibus sint .12. diuisa, erunt .1008.; super que adde triplum quadrati de 10 ductum in .2., et triplum quadrati de 2 ductum in .10., scilicet 600 et 120, erunt in summa .1728., que sunt cubus de .12.: et sic potes operari in cubicatione cuiusque uis numeri. Vnde reuertatur ad inuentionem radicum cubicarum quorumlibet numerorum. Sed primum sciendum est, qui sunt numeri cubi, qui sunt a numeris primi gradus. Nam cubus unitatis est .1., binarij .8., ternarij .27., quaternarij .64., quinarij .125., sexnarij .216., septenarij .343., optionarij .512., nouenarij .729., et cubus itaque decenarij .1000.; quibus per ordinem cordetenus cognitis; scias quod radix cubica numerorum unius et duarum et trium figurarum est una figura; quattuor uero figurarum et quinque et sex radix cubica est numerus duarum figurarum. Septem autem figurarum et octo et nouem radix est numerus trium figurarum: et sic semper deinceps crescendo unam, uel duas, uel tres figuras numero in eius radice crescit una figura tantum: his itaque intellectis, oportet docere qualiter inueniatur differentia, que est inter aliquem | cubum numerum, et suum sequentem; multiplicabis itaque radicem unius per radicem alterius; et quod prouenierit, triplicabis, et summe addes .1., quod prouenit ex cubicatione unitatis, in qua radix maioris cubi superhabundat radicem minoris: verbi gratia: uolo scire quantum addit cubus, qui fit a .3., super cubum qui fit a .2.: multiplicationem itaque de 2. in 3. triplica, erunt .18.; quibus adde .1., erunt .19. pro differentia quesita: que .19., si addatur super cubum, qui fit a binario, scilicet super .8., ueniunt .27., scilicet cubus, qui fit a ternario: his explicatis, ut inueniatur radix de .47., secundum propinquitatem accipe maiorem radicem, quam habent .47. in integris, et est .3.; quorum cubum, scilicet .27., extrahe de .47., remanent .20.; ergo radix cubica de .47. est .3., et remanent .20. Que .3. sit linea *ab*.; et proportionabis .20. ad differentiam, que est inter cubum, qui fit a .3., et cubum, qui fit a .4.; quam differentiam inuenies ex triplo multiplicationis de .3. in .4., uno addito, uel extractione .27. de .64.; que differentia est .37.; ex quibus .20. sunt plus medietate: quare adde $\frac{1}{2}$ super lineam *ab*., sitque *bg*.; et inueniatur cubus numeri *ag*.; qui sic inuenietur: cubicabo sectiones *ab*. et *bg*., erunt $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{27}$; quibus superaddam triplum quadrati numeri *ab*. in *bg*., nec non et triplum quadrati numeri *gb*. in *ba*., hoc est $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$; erunt $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$; quibus usque in .47. desunt $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$; ergo radix cubica de 47 est $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$, et su-

* punctum *g* quadrati *a* (fol. 93 recta, lin. 8 e 9; pag. 149, lin. 5-6).

a g b

fol. 93 verso.

* que est differentiam *a* (fol. 93 verso, lin. 13 e 14; pag. 149, lin. 37 e 38).

a b g d

perhabundat $\frac{1}{4}$; que etiam proportionabis ad numerum, qui uenit ex triplo .ag. in .4., que sunt radix sequentis cubi; qui numerus est .42.: ex quibus predicta $\frac{1}{4}$ sunt quasi decima pars: quare adde numero .bg. $\frac{1}{10}$, que sit .gd.; cuius cubus, qui est $\frac{1}{1000}$ cum triplo quadrati .ag. ducto in .gd., scilicet cum $\frac{1}{1000}3$, nec non et cum triplo quadrati .gd. ducto in .ga., scilicet cum $\frac{1}{1000}10$ extrahe de $\frac{1}{4}$ 4, remanebunt $\frac{914}{1000}$, que sunt $\frac{45}{125}$: ergo radix cubica de 47 est $\frac{4}{10} \frac{1}{2}$ 3, scilicet $\frac{8}{5}$ 3, et remanet inde parum plus $\frac{1}{5}$ unius integri: quam tertiam si proportionaueris ad numerum, qui peruenit ex triplo .ad. in .4., propius nimirum ad radicem de 47 deuenies. Item si uis inuenire radicem cubicam de 900. iam scis quia radix eorum quam habent in integrum, cum sint numerus tertij gradus, est una figura tantum; quam accipe, et est .9., quorum cubus est .729.: quibus extractis ex .900., remanent .171.; et inuenies differentiam, que est á cubo nouenarij in cubo decenarij; que differentia est .271.: proportionare ergo residua .171. cum .271., ueniunt parum minus de $\frac{2}{3}$, quarum duarum tertiarum cubum, scilicet $\frac{8}{27}$, extrahe de .171., remanebunt $\frac{19}{27}$ 170.: deinde multiplica triplum quadrati de .9., scilicet .243 per $\frac{2}{3}$, hoc est accipe $\frac{2}{3}$ de 243, erunt .162.; que extrahe de $\frac{19}{27}$ 170., remanent $\frac{19}{27}$ 170.: deinde accipe quadratum de $\frac{2}{3}$, erunt $\frac{4}{9}$; quas triplica, ueniet $\frac{16}{27}$ 1; quem numerum multiplica per .9., ueniet .12.; que cum non possint extrahi de $\frac{19}{27}$ 170., extrahes $\frac{19}{27}$ 8 de .12., remanent $\frac{1}{27}$ 3.: diminuta ergo radix de .900. est $\frac{2}{3}$ 9, et desunt inde $\frac{8}{27}$ 3., hoc est cubus de $\frac{2}{3}$ 9 est $\frac{8}{27}$ 903.: que inuenies si de $\frac{2}{3}$ 9 facies tertias, scilicet 29., et cubicaueris .29., et eorum cubum per 27. diuideris, scilicet per cubum ternarij. Et sic propius ad radicem de .900. uenire uis, multiplica $\frac{2}{3}$ 9 per 10; et quod prouenerit, triplica; uel triplum de $\frac{2}{3}$ 9 per 10. multiplica, exhibunt .290.; in quibus diuide $\frac{1}{27}$ 3; et quod prouenerit abice de $\frac{1}{27}$ 9, et habebis propositum. Rursus si uis inuenire radicem de 2343., iam scis quia radix eorum, quam habent in integrum, est numerus duarum figurarum: quare ultima figura ipsius radice ponenda est sub secundo gradu; nam que figura ipsa esse debeat, indicabo. Relinque itaque ex 2343 tres figuras, que faciunt tertium: et secundum: et primum gradum, remanent .2.; ex quibus accipe maiorem radicem, quam habent in integrum, que est .1., et remanent .1.; quam radicem, scilicet .1., pones sub .4.; et pro uno, quod remanet, pone .1. super .2.; et copulabis ipsum cum .345., erunt .1345.; et sic pro radice de .2343. habentur .10., scilicet .1. in secundo gradu, remanent .1345.; pro quibus antepositum .1. oportet ponere talem figuram sub .5.; que multiplicata per triplum quadrati positi figurę sub .4., nec non et multiplicata eadem posita figura per triplum quadrati ponendę figurę: etiam et cubicata ipsa ponenda figura; et hec omnia extracta cum fuerint de .1345., non remaneant inde ultra triplum multiplicationis totius inueniet radicis in numerum sequentem in ordine numerorum. Quam figuram inuenire non poteris nisi ex usitato arbitrio; erit enim ipsa figura .3., que posita sub .5., triplicabis quadratum positi figurę, erunt .3., que pones sub tertio gradu; quia cum multiplicatur secundus gradus in se, tertium gradum facit; et multiplicabis posita .3. sub .5. per posita .3. sub .3., erunt .9.; que extrahe ex copulatione de .1. posito super .2. cum sequentibus .3., scilicet de .13., remanebunt .4., que pone super .5. tertij gradus; et triplicabis quadratum positorum trium sub .5., erunt .27., que pones sub secundo et primo gradu; quia cum primus gradus multiplicat se ipsum, primum gradum facit, uel terminationem in ipso, multiplicabis ipsa .27. per .1. positum sub .4.; et extrahes ipsam multiplicationem ex copulatione quaternarij positi super .3., et se-

(fol. 94 recto.

* quadrati posite per posita * (fol. 94 recto, lin. 23-20 et 31; pag. 159, lin. 24-28).

1	4	8		
1	4	7		
2	3	4	5	
		1	3	
		3	2	7

(fol. 94 verso.

quantis quaternarij, scilicet de .44., remanent .17. super ipsa .44.; que copulabis cum .5. primi gradus, erunt .175.; de quibus extrahe cubum ternarij positi sub .5., scilicet .27., remanebunt .148., que non excedunt triplum multiplicationis radices inueniet, scilicet de .13. in numerum sibi sequentem, scilicet in .14.: ergo radix cubica de .2345. est .13., et remanent .148.: accipe ergo triplum multiplicationis de .13. in .14., et adde .1., erunt .547.: ex quibus 148. sunt parum amplius quartę partis. Quare adde $\frac{1}{4}$ inueniet radici, erunt $\frac{1}{4}$ 13.: extrahe ergo cubicationem de $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{1}{64}$ ex 148., remanent $\frac{51}{64}$ 147.; et accipe triplum quadrati de 13, erunt .507.; que multiplica per $\frac{1}{4}$, uenient $\frac{5}{4}$ 126; que extrahe de $\frac{51}{64}$ 147., remanent $\frac{13}{64}$ 21. Item accipe triplum quadrati de $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{3}{16}$; et multiplica eas per 13., uenient $\frac{3}{16}$ 2.; que extrahe de $\frac{13}{64}$ 21, remanent $\frac{51}{64}$ 18.: et sic pro radice de 2345. habentur $\frac{1}{4}$ 13., et superhabundat ex eis $\frac{51}{64}$ 18.: quare multiplica triplum de $\frac{1}{4}$ 13. per primum sequentem numerum, scilicet per .14., erunt $\frac{1}{2}$ 556.: in quibus diuide $\frac{51}{64}$ 18., exhibit circa $\frac{1}{32}$; qua addita cum $\frac{1}{4}$ 13, reddet $\frac{17}{32}$ 13. pro quesita radice; et sic studeas facere in similibus.

Et si radicem cubicam de 56789. habere desideras; iam scis per ea que dicta sunt quia radix eorum est numerus duarum figurarum. Quare dimissis tribus primis figuris, radicem reliquarum, scilicet de .56. accipe, eritque .3., et remanent .29.: pone igitur .3. sub secundo gradu, et 29 super .56.; et tripla quadratum positi ternarij, erunt .27., que pone sub quarto et tertio gradu; quia cum secunda figura multiplicatur in se, facit tertium gradum, uel terminantem in ipso: et studeas antepositum ternarium ponere talem figuram que, cum multiplicata fuerit per .27., que sunt in quarto et tertio gradu; et ipsa multiplicatione extracta de .297., scilicet ex multiplicatione predictorum .29. et sequentium .7., remaneat inde numerus qui, cum copulatus fuerit cum sequenti figura, scilicet cum .8., possis ex ipsa copulatione extrahere multiplicationem tripli quadrati ponende figure in .3., scilicet in positam figuram; et remaneat inde numerus qui, cum copulatus fuerit cum .9. primj gradus, ualeas inde extrahere cubum ipsius ponende figure; et non remaneat inde ultra triplum multiplicationis totius radices inueniet in numerum sequentem. Et hanc considerationem habeas in omni ponenda figura; eritque illa figura .8.; qua posita sub primo gradu, multiplicabis eam per 27., hoc est primo per .2., et postea per 7. Nam ex ductis .8. in .2. ueniunt .16.; quibus extractis de .29., remanent .13. super ipsis; et ex ductis .8. in .7., ueniunt .56.; quibus extractis de .137., remanent .81. super ipsis: post hec multiplica .8. in se, erunt .64. terminantia in primo gradu; que triplica, erunt .192. similiter terminantia in primo gradu: quare pones ea super suos gradus, scilicet sub tertio, et secundo, et primo; et multiplica ultimam figuram de .192. per .3. posita sub secundo gradu, facient .3. in quarto gradu: quare extrahe eadem .8., scilicet ex ultima figura de .81., remanent .5. super .8.; et multiplica sequentem figuram de .192., scilicet .9. per eadem .3., erunt .27. terminantia in tertio gradu; quia cum secundus gradus multiplicat secundum, tertium gradum facit: quare extrahe .27. de .51., que sunt in tertio gradu, remanent in eisdem gradibus .24.; quibus copulatis cum .8. sequentibus, erunt .248.; ex quibus extrahe multiplicationem figure primi gradus de .192. in .3. predicta, remanebunt .242.: quibus copulatis cum .9., erunt .2429.: ex quibus extrahe cubum octonarij, scilicet .512., remanebunt .1017. Vel aliter multiplica .8. in se, erunt .64.; que pone sub secundo, et primo gradu; mul-

* 29.: pone et non * (fol. 94 verso, lin. 21-24; pag. 451, lin. 17-27).

1
2 2
5 9
8 9 1
1 3 4 4
2 9 1 2 7
5 6 7 8 9
3 8
2 7
1 9 2
6 4

fol. 95 recto.

tiplicans .6. per .8., et extrahens de .242., remanent .194. super ipsis .242.; quibus copulatis cum .9. sequentibus, faciunt .1949.; ex quibus extrahe multiplicationem primę figurę de .64. in .8., scilicet .32., remanebunt similiter .1917., que superhabundant triplum multiplicationis de .38. in .39. Ergo radix cubica de .56789. est .38., et remanebunt inde .4917.; quod residuum addit $\frac{2}{3}$ super predicta .38., et parum amplius.

Rvrsvs si uis inuenire radicem de 456., que est .7., pone sub secundo gradu; et residuum, quod est .113., pone super eis; et triplum quadrati de .7., scilicet .147., pone ita ut sint terminantia sub tertio gradu; et studeas inuenire figuram, que ponenda est sub primo gradu ante posita .7. per modum demonstratum; eritque .7., quam pone sub primo gradu; et multiplica ea per .1. de .147., erunt .7.; que extrahe ex .11., que sunt super .45., remanent .4. super quartum gradum; que copula cum .3. sequentibus, faciunt .43.; de quibus tolle multiplicationem eorundem .7. in .4. de .147., remanebunt .15. super .43.; quibus copulatis cum .7., erunt .157.; ex quibus tolle multiplicationem eorundem .7. primi gradus in .7., que sunt in .47., remanebunt .108. super .157.: deinde tripla quadratum septenarij primi gradus, erunt .147. terminantia in primo gradu; que ordinate per suas differentias per .7., que sunt posita sub secundo gradu, secundum quod in diuisione numerorum docuimus, multiplica. Nam ex uno ducto in .7. ueniunt .7.; quibus extractis de .10. remanent .3. super .0.; et ex .4. ductis in .7. ueniunt .28.; quibus extractis de .28 remanent .10. super .38.; et ex ductis .7. in .7. ueniunt .49.; quibus extractis de .108. remanent .59. super tertium et secundum gradum; quibus copulatis cum .9. primi gradus faciunt .599.; ex quibus extrahe cubum septenarij, scilicet .343., remanent .256.; et sic radix inuenta est .77., et remanent .256.

Aduc si uis inuenire radicem de 9876343., diuisis siquidem tribus primis figuris, remanent .9876.; quibus positis in aliam partem, eorum radicem inuenias ordine demonstrato, erit .21., et remanebunt inde 615.: pone ergo .21. sub tertio et secundo gradu: cum radix septem figurarum sit numerus figurarum trium; et remanentia .615. pone super .876., ut hic ostenditur; et tripla quadratum de .21., erunt .1323., que ponenda sunt terminantia in tertio gradu, in quo terminatur multiplicatio unitatis in se, que posita est sub secundo gradu: quibus ita positis cadit ultima figura eorum sub sexto gradu: deinde pone .4. ante .21.; que figura inuenitur ex magisterio superius demonstrato; et multiplicabis ipsa 4 per unamquamque figuram ordinate de .1323.; et incipies extrahere .6., que sunt super sextum gradum; quia cum primis gradus sextum multiplicat, sextum gradum facit: ergo multiplicabis .4. per 1. et extrahes de .6., remanebunt .2. super .6.; et .4. per 3, et extrahes de .21., remanebunt .9. super .1.; et 4 per 2, et extrahes de 93., remanebunt .87. super quintum, et quartum gradum; et 4 per 3, et extrahes de .873., remanebunt 863. super quintum, et quartum, et tertium gradum: deinde accipe triplum quadrati de .4., scilicet .48., et pone sub secundo, et primo gradu; et multiplicabis .4. ex ipsis .48. per 2. de 21. positis in radice, erunt 8., que extrahenda sunt de numero terminante in quarto gradu, scilicet de 86.; quia cum secundus gradus multiplicat tertium, quartum gradum facit, remanebunt .78. ex ipsis .86. super quintum, et quartum gradum: et eadem .4. multiplicabis per .1. de .21., erunt .4., que extrahenda sunt de numero terminante in tertio gradu, scilicet de .783.; quia cum secundus gradus

* quod residuum.... eorundem s. (fol. 95 recto, lin. 19, 20-30; pag. 152, lin. 8-14).

1
32
103
4503
113896
456789
77
147
147
49

fol. 95 verso.

* 615. pone ... et extrahes s. (fol. 95 verso, lin. 9-20; pag. 152, lin. 27-37).

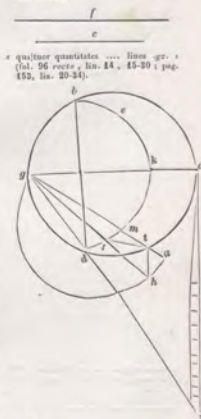
6
77
782
863
2979
61536
9876543
214
1323
48

secundum multiplicat, tertium gradum facit, remanebunt .779. super quintum, et quartum, et tertium gradum. Deinde multiplicanda sunt .s., que restant de .4s., gradatim per eadem .21.; ergo multiplicabis .s. per .2., erunt .16., que extrahes de numero terminante in tertio gradu; quia cum primus gradus multiplicat tertium, tertium gradum facit, remanebunt .763. super quintum, et quartum, et tertium gradum; et s per 1. faciunt s, que extrahes de numero terminante in secundo, scilicet de .7634.; quia cum primus gradus multiplicat secundum, secundum gradum facit, remanebunt inde .7626. super quintum, et quartum, et tertium, et secundum gradum; que copula cum .3., que sunt in primo gradu, erunt .76263.; de quibus extrahe cubum de .4., scilicet 64., remanebunt .76199. super radicem inuenctam, que est .214. Eodem modo si radicem alicuius numeri octo, uel nouem figurarum reperire uis; relictis primis figuris: radicem reliquarum per demonstratum modum inuenire studeas; et de inde, copulato residuo earum cum tribus dimissis figuris, facies secundum quod modo fecimus, et inuenies quesitum. Si deus uoluerit: eademque uia et ordine poteris operari in reperendis radicibus cubicis numerorum decem, uel plurium figurarum.

Cum inter unitatem, et numerum aliquem duo numeri in proportionem continuam ceciderint, primus eorum radix cubica ultimi numeri esse in Geometria monstratur aperte. Vnde si geometricè radicem cubicam alicuius numeri inuenire uolumus, oportet nos uti modis antiquorum, per quos docetur ponere inter duas quantitates datas alias duas quantitates; ita ut omnes quatuor quantitates sint in proportionem una: et quamuis hoc facili operari non possit; tamen, qualiter hoc fieri debeat, indicemus. Sint due date quantitates *c.* et *f.* Volumus inter *c.* et *f.* quantitates duas in continua proportionem ponere; et sit *f.* maior quam *c.* Ponam siquidem circulum *abgd.*, cuius dyameter *ag.* sit equalis quantitati *f.*; et ponam in circulo *abgd.* lineam *gd.* equalem quantitati *c.*; et intelligam super semicirculum *adg.* semicolumnam esse orthogonaliter erectam, cuius semirotunditas cadat super arcum *adg.*: quare dyameter basis columnę cadet super dyametrum *ag.*; et eius termini erunt super puncta *a.* et *g.*: et tunc erigetur super *ag.* superficies plana semicolumnę orthogonaliter; et in ipsa circinabo semicirculum *aeg.*, cuius superficies orthogonaliter erecta est super superficiem circuli *abgd.*; et à puncto *a.* protraham rectam *az.* faciens angulum rectum super rectam *ga.*, et faciam eam concurrere cum linea *gd.* in punctum *z.*; et mouebo semicirculum *aeg.* ex parte *a.*; et reuoluam trigonum *zag.* super rectam *ag.*, que sit immobilis in reuolutione sua; et commouebo semicirculum *aeg.*, stabit immobiliter punctus *g.*; et hoc faciam donec arcus *aeg.* concurrat cum linea *gz.* in superficie columnę in puncto *h.*; et erit tunc dyameter semicirculi *aeg.* recta *gta.*; et copulabo rectam *ht.* cadens orthogonaliter super superficiem columnę super arcum *atd.*, et copulabo rectam *ah.*; deinde intelligam, arcum *dkb.* signatum esse à puncto *d.*, cum reuoluitur triangulus *zaig.*, et cadit punctus *d.* super punctum *b.* in reuolutione sua; et copulabo rectam *gh.*, et signo punctum *l.*, ubi recta *gh.* occurrit arcui *dkb.*; et ducam *lm.* rectam, que cadit orthogonaliter super circulum *abgd.*; et protraham rectam *lt.*; et quoniam in semicirculo *bkd.* protracta est recta *lm.* orthogonaliter super dyametrum eius *bd.*, erit superficies *bm.* in *md.* equalis eius quod à recta *lm.* Sed superficiem *bm.* in *md.* equatur superficies *gm.* in *mt.*, cum recte *db.* et *gt.* secent se in circulo

fol. 96 recto.

* ceciderint, primus ponere inter *
 (fol. 96 recto, lin. 10, 11-13; pag. 153,
 lin. 16-19).



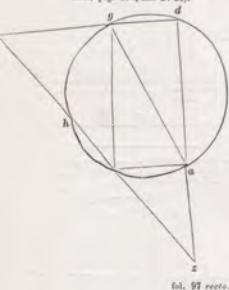
fol. 96 verso.

abgd.; quare angulus *glt.* est rectus. Est enim et angulus *gth.* rectus, cum recta *ht.* sit in superficie columnę. Et quoniam semicirculus est arcus *geha.*, erit et angulus *gha.* rectus: similiter et angulus *gml.* est rectus; orthogonia ergo sunt trigona *gha.*, et *gth.*, et *glt.*, et *gml.*, et habent unum angulum comunem, eum uidelicet qui sub *lgm.*; ergo ipsa trigona sibi inuicem sunt similia: et habent circa comunem angulum latera proportionalia; quare est sicut *ag.* ad *gh.*, ita recta *hg.* ad *gt.*, et *tg.* ad *gl.*, et *lg.* ad *gm.*: posite quidem sunt tres recte continue proportionales inter rectas *gm.* et *ga.*, que sunt *gl.* *gt.* *gh.* Inter rectas quoque *gl.* et *ga.* cadunt due recte *gt.* et *gh.* in proportione continua. Sed *gl.* recte equalis est recta *gd.* Sed *gd.* equalis fuit recte *c.*; et *ga.* equalis est recte *f.*; ergo inter *cf.* quantitates posite sunt due quantitates in proportione continua, que sunt *gt.* et *gh.*; quare si quantitas *c.* fuerit unum, erit quantitas *gt.* radix cubica numeri *f.*; quod oportebat facere.

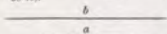
OSTENDAM aliter quiter inueniam inter duas lineas. Duas lineas ita ut continen-
ter omnes secundum proportionem unam. Ponam ergo duas lineas *ab. bg.*; et angulus
eorum sit rectus. Deinde continuabo *ag.*; et faciam super lineam *ag.* triangulum *abg.*
circulum *abg.* Deinde protraham ex puncto *a.* perpendicularem *ad.* super lineam *ab.*;
et ex puncto *g.* super *bg.* perpendicularem *dg.*; et protraham utramque secundum re-
ctitudinem usque ad *z.* et *e.*: deinde faciam transire regulam, que moueatur super
punctum *b.*, et non separetur ab eo; et sic abscondis duas lineas *dz.* et *de.*, et non
cesset moueri, donec sit illud quod cadit ex eis inter *z.b.* equale ei quod cadit inter
e.h.: ergo linea *zb.* est equalis lineae *eh.*; ergo multiplicatio *zh.* in *zb.* est equalis
multiplicationi *be.* in *he.*: uerum *eb.* in *he.* est equalis *de.* in *ge.*; et *hz.* in *zb.*
est equalis *dz.* in *za.*; ergo multiplicatio *dz.* in *za.* est sicut multiplicatio *de.* in *ge.*:
ergo proportio *de.* ex *dz.* est sicut proportio *az.* ex *ge.*. Sed proportio *ed.* ex *dz.*
est sicut proportio *ba.* ex *az.*; et proportio *ba.* ex *az.* est sicut proportio *az.* ex
ge., et etiam sicut proportio *ge.* | ex *bg.*; et illud est quod demonstrare uolumus.
Probatur hec figura per penultimam tertij EUCLIDIS, et per similitudinem triangulorum
hoc modo : si *gb.* ponatur aliquis numerus; et *ab.* ponatur unum, erit *az.* radix cubi-
ca de *gb.*; quia sicut probatum est, ita se habet *ba.* ad *az.*, sicut *az.* ad *ge.*, et
sicut *ge.* ad *gb.*; quare inter *gb.* et *ba.* iam ceciderunt due linee proportionaliter,
scilicet linea *ge.*, et linea *az.* et *a.z.* sequitur unum in proportione; ergo est radix
cubica.

ALITER sint rursus due quantitates .*ab.*, inter quas uolumus ponere duas quantitates, ita ut continentur secundum proportionem unam. Ponam quantitatē .*gd.* equalem quantitati .*a.*; et erigam ei lineam .*de.* rectum angulum; et ponam lineam .*de.* equalem quantitati .*b.*; et protraham lineam .*ge.*; et extendam duas lineas .*gd. ed.* secundum rectitudinem; et non ponam eis utrisque finem determinatum; et erigam super punctum .*e.* lineę .*ge.* lineam orthogonaliter erectam; et protraham ipsam donec occurrat lineę, quę extenditur secundum rectitudinem cum lineę .*gd.* super punctum .*z.*; et ponam ei equidistantem lineam .*gm.*; et extendam lineę .*mg.* in partem alteram secundum rectitudinem usque ad punctum .*p.*; ut sit lineę .*mp.* equalis lineę .*ez.*; et estimabo quod possit .*ez.* moveri ex parte puncti .*z.* inseparabilis in motu suo in lineam .*zd.*; et lineę in motu suo non cesset transire super punctum .*e.* lineę .*ge.*; ut quando mo-

* ex .ge. Sed proportio .ge. » (fol. 96 verso, lin. 34-35, e margine inferiore; pag. 154, lin. 24-25).



† occurat lineae et extendam » (fol.
97 recto, lin. 15 e 16; pag. 154, lin.
38.40).



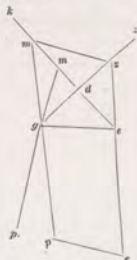
uetur .ze. sicut narrauimus, tunc .z. est extremitas eius ex linea .zg.; tunc linea .ze. est in illa dispositione, ut secundum rectitudinem sit ostendendum, quod est inter motum puncti extremitatis eius, et punctum .e., sicut linea .ze. Deinde signabo super lineam extensam secundum rectitudinem signum .k.; et in imaginabo quod linea .mp. moueatur ex parte puncti .m. ad partem puncti .k.; et sit extremitas eius, que est apud .m. inseparabilis in motu suo in linea .dkk.; et linea .mp. in motu suo non cesset ire super punctum .g. lineę .ge., sicut narrauimus de motu lineę .ze. Et in imaginabo quod due lineę .mp. .ze. in motu suo sint equidistantes; et in imaginabo quod super extremitatem lineę .ze. super punctum .e. sit linea erecta orthogonaliter super lineam .ze. sequens eam in omni motu suo: et non ponam huic lineę finem determinatum; et hec linea non cesset abscidere lineam .mp. apud motum duarum linearum .ze. .mp. Cum ergo mouentur due lineę .ze. .mp.; et sint in motibus suis equidistantes, adherent extremitates utrarumque duabus lineis .zd. .mk., sicut narrauimus: procul dubio lineę fol. 97^r erecta super lineam .ze. orthogonaliter, que mouetur cum ea, et secat lineam .mp., peruenit ad punctum .p.

Quando ergo peruenit linea erecta super punctum .e. ad punctum .p., perueniunt illic due lineę .ze. .mp.; et copulabimus duas lineas .ep. .zm. Et scitum quidem est, quod linea .ep. erigit unamquamque duarum linearum .ze. .mp. orthogonaliter. Quoniam est linea, quam posuimus in principio esse erectam orthogonaliter super lineam .ze., et mouetur cum ea, donec peruenit ad punctum .p. Dico ergo quod due lineę .dm. .dz. sunt due quantitates, que iam ceciderunt inter duas quantitates .gd. et .de.; et proportio .gd. ad .dm. est sicut proportio .dm. ad .dz., et sicut proportio .dz. ad .de.; cuius demonstratio est. Quoniam due lineę .ze. .mp. sunt equidistantes et equales; et duo anguli .zep. et .mpe. sunt recti; tunc linea .zm. est equalis lineę .ep.; et unusquisque duorum angulorum .ezm. et .mpe. est rectus. Sed illa uero linea .md. est perpendicularis super lineam .zg.; et linea .zd. est perpendicularis super lineam .me. Ergo proportio lineę .gd. ad .dm. est sicut proportio .dm. ad .dz., et sicut proportio .dz. ad .de. Verum linea .gd. est equalis quantitati .a.; et linea .de. est equalis quantitati .b.; ergo due lineę .de. .dm. iam ceciderunt inter duas quantitates .a.b.; et continuatur secundum proportionem unam; et illud est quod uolumus ostendere.

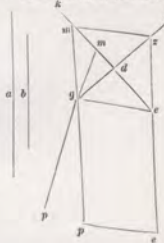
Incipit de multiplicatione radicum cubicarum inter se.

Si vis multiplicare radicem cubicam de .40. per radicem cubicam de .60., multiplica .40. per .60., erunt .2400., quorum radix cubica est id quod queris. Et si uis .3. multiplicare per radicem cubicam de .90., cubica .5., erunt .125.; ergo uis multiplicare radicem cubicam de .125. per radicem cubicam de .90.; quare multiplicabis .125. per .90.; et eius quod prouenerit radix cubica est illud quod queris. Et si uis multiplicare duas cubicas radices de .20. per tres radices cubicas de .40., redige eas ad radicem cubicam unius numeri sic: pro duabus radicibus de .20. cubicabis .2., erunt .s.; que multiplica per .20., erunt .160., quorum radix cubica equatur duabus radicibus de .20.; similiter pro tribus radicibus de .40. cubica .3., erunt .27.; que multiplica per .40.; erunt .1080., quorum radix cubica habetur pro tribus radicibus de .40.: multiplica ergo .160. per .1080.; et eius quod prouenerit radix cubica erit illud quod queris. Item si uis multiplicare radicem cubicam de .20. per aliquid, unde proueniat aliquis numerus datus, ut dicamus .10., cubica .10., erunt .1000.; que diuide per .20., exibunt .50.,

* lineam .mg. mota suo s (fol. 97 recto, lin. 13-29; pag. 154, lin. 40 — pag. 155, lin. 6).



* illic due Verum linea z (fol. 97 verso, lin. 4-16; pag. 155, lin. 17-28).



quorum radix cubica est id quod queris. Et si uis inuenire duas radices | cubicas numerorum non cuborum, que insimul multiplicatae faciant numerum ratiocinatum, cubica unum numerum qualem uis : et inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati faciunt ipsum cubum numerum. Cubice autem radices ipsorum duorum numerorum erunt quesita : verbi gratia : cubicentur .6., erunt .216.; et inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati faciant .216.; eruntque .9. et .24., quorum radices cubice sunt quesita. Aliter adiaceant duo numeri quadrati quales uis; sintque .4. et .9.; multiplica per unum quemque ipsorum per radicem alterius, exhibunt .12. et .18., quorum radices insimul multiplicatae faciunt radicem cubi numeri, ut querebatur.

Incipit de diuisione radicarum inter se.

Si uis diuidere radicem cubicam de .100. per radicem cubicam de .5., diuide .100. per .5., prouenient .20., quorum radix cubica est id quod queris. Et si diuideris .5. per 100, prouenient $\frac{1}{20}$, cuius radix cubica est id quod prouenit ex radice de .5. diuisa in radicem de .100. Et uis diuidere .8. per radicem de .32., cubum de .8., scilicet .512., diuide per .32., uenient .16., quorum radix cubica est id quod queris. Et si uis diuidere radicem de .80. per .2., diuide .80. per cubum binarij, uenient .10., quorum radix cubica est id quod queris. Item si uis diuidere octo radices cubicas de .10. per tres radices cubicas de .5., rediges pluralitatem ipsarum radicum ad radicem unam, et habebis .5120 pro octo radicibus de .10.; et pro tribus radicibus de .5. habebitur radix de 125.

Incipit de aggregatione et disgregatione radicarum.

SCIAS in additione et disgregatione radicum cubicarum euenire ea que inter radices eueniunt quadratorum, uidelicet quod quedam ex eis possunt inter se aggregari, et disgregari: et quedam non. Cum itaque cubice radices inter se proportionem habuerint, ut cubus numerus ad cubum numerum, tunc inter se aggregari possunt, et disgregari. Vnde si eas, quarum cubi habent proportionem sicut numerus cubus ad cubum numerum aggregare uis; radices ipsorum cuborum insimul adde: et quod prouenerit, cubica; et cubicatam summam multiplica per multiplicatam, quam habent cubi ipsarum radicum ad cubos proportionis. Verbi gratia : vis addere radicem cubicam de .16. cum radice cubica de .54., quorum numerorum proportio est sicut cubus numerus .8. ad cubum numerum .27.; et unusquisque ipsorum duplus est sui cubi : adde ergo radicem cubicam de .8. cum radice cubica de .27., scilicet .2. cum .3., erunt .5.; que cubica, erunt 125.; que multiplica per .2. propter .16. et .54., que sunt dupla de .8. et de .27., erunt 250., quorum radix cubica est additio quesita. Et si ipsas radices disgregate uis, radicem de .8. ex radice de .27. extrahe, remanebit unum, cuius | cubum, scilicet .1., multiplica per predictam multiplicationem, scilicet per 2., et habebis radicem de .2. pro residuo quesite extractionis. Item si uis addere radicem cubicam de .4. cum radice cubica de .32., quorum numerorum proportio est sicut .1. ad .8.; et est unusquisque eorum quadruplus sui cubi. Quare radicem cubicam de .1. adde cum radice de .8., erunt .3.; quorum cubum, scilicet .27., quadruplica, erunt .108., quorum radix cubica est additio quesita. Et si radicem de .4. extrahere uis ex radice de .32., radicem de .1. extrahe ex radice de .8., remanet .1., cuius cubum, scilicet .1., quadruplica, erunt .4., quorum radix cubica est residuum quesite extractionis.

Aliter sit linea .ab. radix cubica de .32.; et .bc. sit radix de .4.; et uolo scire quan-

titatem totius *ac*. Quoniam linea *ac*. diuisa est in duo super punctum *b*., erunt duo cubi portionum *ab*. et *bc*. cum triplo quadrati *ab*. in *bc*., nec non et cum triplo quadrati *bc*. in *ab*. equales cubo totius lineę *ac*. Quare addantur cubi portionum *ab*. et *bc*., scilicet .32. cum .4., erunt .36.; et multiplicetur *ab*. in se, scilicet radix cubica de .32., in radicem cubicam de .32., ueniet radix cubica de .1024.; quam radicem triplica, scilicet multiplica .1024. per .27., ueniet radix cubica de .27648.; quam radicem multiplica in *bc*., scilicet in radicem cubicam de .4., ueniet radix cubica de .110592., que est .48.: uel aliter ex quadrato lineę *ab*. in *bc*. proveniet semper cubus numerus in similibus: quare multiplica .1024. per .4., erunt .4096., quorum radix cubica est .16.; que multiplica per .3., erunt .48.; que adde cum .36., erunt .84. Item quadratum lineę *bc*., scilicet radicem cubicam de .16., multiplica per *ab*., scilicet per radicem de .32., ueniet radix cubica de .312., que est .8.; quam multiplica per .3., erunt .24.; que adde cum .84., erunt .108. pro cubo totius lineę *ac*. Ergo *ac*., scilicet coniunctum ex radice de .32., et ex radice de .4. est radix cubica de .108., ut per alium modum inuenimus. Et si radicem de .4. per alium modum ex radice de .32. extrahere nis, quandam diffinitionem lineę diuise, quam huic operi necessariam inueni, oportet predicere, uidelicet. Vt cum aliqua linea utlibet diuisa in duo fuerit, cubus totius lineę cum numero solido, qui fit a quadrato unius portionis, et tota linea equalis duplo numeri solidi, qui fit a quadrato totius lineę, et ab eadem portione, et solido, qui fit a quadrato relique portionis, et a tota linea. Verbi gratia: sit linea *ab*. .5. diuisa super *g*.; et sit *ag*. 3.; quare *gb*. est .2.: erit itaque cubus lineę *ab*. 125.; et solidus qui fit a quadrato lineę *gb*. in lineam *ab*. erit .20.: quibus additis cum .125., erunt .145., quibus equabitur duplum solidi, quod fit a quadrato lineę *ab*. in lineam *bg*. cum solido, quod fit a quadrato lineę *ga*. in lineam *ab*.: quia ex ductu *ab*. in se ueniunt .25.; quibus ductis in *gb*., erunt .50., quorum duplum est .100.: quibus additis cum multiplicatione quadrati lineę *ga*. in *ab*., scilicet cum 45, faciunt .145., ut oportet. Hac itaque diffinitione intellecta, pro radice cubica de .32. adiaceat linea *de*.; et accipiat ex ea portio *ez*., que sit radix cubica de .4., remanet *zd*. ingnota, quam inuenire uolumus. Constituam igitur super lineam *de*. quadrilaterum equilaterum et equiangulum *cdef*.; et signabo punctum *b*. in lineam *ef*., ita ut *eb*. sit equalis lineę *ez*.; et per punctum *b*. protraham lineam *ba*.; et sit *ad*. equalis lineę *be*. Item per punctum *z*. protraham *zg*.; et sit *gf*. equalis *ze*. Quibus explicatis, accipiam cubum lineę *de*., qui est .32.; et multiplicabo *ze*. in se, proveniet radix cubica de .16. pro quadrato *hzeb*.; quam superficiem ductam in altum secundum quantitatem lineę *de*.; hoc est multiplicabo superficiem *zb*., que est in plano, per equalem lineę *de*.; quam intelligo eleuatam in altum, scilicet radicem de .16. per radicem de .32., proveniet radix cubica ipsius numeri, qui provenit ex .16. in .32.: sed ex .16. in .32. provenit idem quod ex dimidio de .16. in duplo de .32., scilicet ex .8. in .64.: sed ex ductis .8. in .64. provenit numerus cubus, cum .8. et .64. sint cubi, cuius radix est illud quod provenit ex radice de .8. in radice de .64., scilicet de .2. in .4.; et sic habentur .8. pro solido, qui fit a quadrato lineę *ez*. in lineam *ed*.: quibus .8. additis cum .32., scilicet cum cubo lineę *ed*., faciunt .40.; de quibus si auferatur duplum solidi, qui fit a superficie *a.d.e.*, et a linea *ed*., hoc est duo solidi, qui fiunt a superficie predicta, et a superficie *zefg*. eleuatis in altum secundum lineam *ed*., remanebit so-

* in *bc*. totius * (fol. 98 verso, lin. 13; pag. 157, lin. 2 + 2).

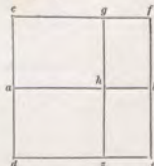
a b c

* qui fit duplo numeri * (fol. 98 verso, lin. 30; pag. 157, lin. 17 + 18).

a g b

fol. 99 recto.

* .16. per radicem predicta, et a * (fol. 99 recto, lin. 17-24; pag. 157, lin. 35-43).



lidum, quod fit eleuatum in altum secundum quantitatem lineę .de. super quadratum lineę .za. ignote, scilicet super quadratum .cahg. Nam solidus qui fit á superficie .adz. eleuata in .de. habetur ex multiplicatione .be. in .ed. ducta in .ed., hoc est ex quadrato lineę .ed. in .ez.; ergo multiplicabis radicem de .32. in se, ueniet radix de .1024.; quam multiplicabis per .be., hoc est per .ez., scilicet per radicem de .4., ueniet radix illius, quod prouenit ex duplo de .4. in dimidium de .1024., scilicet ex .s. in .512.: sed radix eius quod prouenit ex .s. in .512. est id quod prouenit ex .2. in .s., scilicet ex radice de .s. in radicem de .512.; ergo solidus qui fit ex .de. in .ez. producta in .de. erunt .16.; quorum duplum extrahe de .40., remanent .s. pro solido qui fit á quadrato lineę .zd. in lineam .de. Quare si diuideris .s. per lineam .de., scilicet per radicem cubicam de .32., ueniet radix cubica de .16. pro quadrato lineę .zd., hoc est pro superficie quadrata .ag. Quare radix quadrata radicis cubice de .16., scilicet radix cubica de .4., est linea .ha., hoc est linea .zd.: ergo si de radice cubica de .32. auferatur radix cubica de .4., remanet radix cubica de .4., ut per alium modum inuenimus. Et quia inueneta est linea .zd. equalis lineę .ze., erit tota linea .de. duplum lineę .ez. Vnde ex hoc manifestum est, quod cum aliquis numerus fuerit octuplum alterius, tunc radix cubica maioris erit duplum radicis cubice minoris. Vnde radix cubica de .32. soluitur in duabus radicibus de .4.: quare cum uis addere radicem de 32. cum radice de .4., tunc uis addere duas radices de .4. cum una radice de .4., ex qua coniunctione proueniunt tres radices de 4, hoc est radix eius quod prouenerit ex ductis 27. in 4. Similiter cum uis extrahere radicem de 4. ex radice de 32., tunc ex duabus radicibus de 4 extrahe unam radicem de 4, remanebit una radix de 4, ut modo inuenimus. Et ut hec melius declarecant, addatur radix de 135 cum radice de 1715, quorum proportio est sicut cubus 27 ad cubum 343; et est unusquisque eorum quincuplus sui cubi. Quare accipe radices ipsorum cuborum, erunt .3. et 7; dic ergo te uelle addere tres radices de 3 cum 7 radicibus de 5; ex qua iunctione proueniunt decem radices cubice de 5, hoc est una radix de 5000. Et si uis extrahere radicem de 135 ex radice de 1715, extrahe tres radices de 5 ex septem radicibus de 5, remanebunt quatuor radices de 5, scilicet una radix de 320. Et sic intelligas in omnibus radicibus cubis inter se comunicantibus: relique uero radices, que proportionem non habent, addi, nec disrari (sic) possunt. Vnde si uis addere radicem cubicam de 3 cum radice cubica de 2, proueniet ex eorum additione radix de 3, et radix de 2: et si uis eas disgregare, habebis radicem de 5, minus radice de 3; et aliter dici non possunt pulcricus. Vnde huic capitulo finem in ponimus.

Incipit distinctio .VI.ª in dimensione corporum.

CORPORVM QUIDEM GENERA SUNT plura, ex quibus sunt hec: SOLIDI. SERATILIA. PYRAMIDES. COLVMNE. SPHERE., et eorum partes, nec non et CORPORA, que multorum basium nuncupantur, et describuntur circa speras: proprie quidem SOLIDVM est, quod latum longum et altum habet; et constat ex sex superficiebus: ut sunt tassilla: scrinea: cisterne et similia.

SERATILE quoque est dimidium solidi constans ex tribus paralilominis, et duobus triangulis; quod habetur, cum superficies secat solidum sex basium super dyametros eius, soluens ipsum in duas portiones equales, quarum unaqueque Seratile, siue cunus nun-

cupatur. *PIRAMIS* quidem est figura á base, cuiusque sit formę, ad unum punctum deducta. *COLYNSA* uero est figura orthogonaliter eleuata super basem circulem terminata in circulo, qui equalis est sue basi; uel est illud quod ambit paralilogramum rectiangulum circa latus unum immobiliter fixum ad idem punctum reductum; que etiam uocatur figura teres: *piramis columnę* est, quam triangulus rectiangulus ambit circa unum ex lateribus, rectum continens angulum immobiliter fixum ad idem punctum reductum. Si ergo latus fixum alteri equum fuerit, *piramis rectiangula* est: si longius, *exigonium* est; si breuius, *ampligonium* nuncupatur, cuius axis est latus fixum: basis uero circulus.

SPERA uero quidem est corpus undique rotundum, quam uulgo *pallam* dicimus; et est illud quod ambit semicirculus circa dyametrum immobiliter fixum, ad idem punctum reductus, cuius centrum est centrum semicirculi, á quo omnes recte, que egrediuntur ad superficiem sperę, sibi inuicem sunt equales. *SENEISPERA* quidem est, que medietatem sperę amplectitur, cuius basis est circulus maior, qui in spera potest circinari, cuius dyameter est dyameter sperę, cuius termini poli sperę dicuntur.

PARTIO uero sperę est, que plus uel minus est semisperę, cuius basis est circulus minor circulo semisperę. *SOLIDA* multarum basium sunt multimoda, ex quibus sunt solida .viii. basium, et .xii. basium, et .xx. basium equalium, que *EVCLIDIS* in .xiii. libro infra speram construere docet. Sunt etiam alie infinite corporum spes, quorum mensura habebuntur per ea que super prescripta corpora dicere procurabimus: et ut modus mensurandi corpora perfecte habeatur. Hanc distinctionem in tres partes diuidimus. In prima quarum mensurabimus solida equidistantium laterum, nec non et ea que supra bases suas, cuiusque sint formę, in altum eleuantur, et deficiunt in superficies similes, et equales suis basibus. In secunda quoque mensurabimus *piramides*, et eorum partes. In tertia quoque uero mensurabimus *speras*, et eorum partes, nec non et solida multarum basium cadentium infra speras. Et notandum cum dicimus aliquod corpus continere tot ulnas, uel palmos, uel digitos, seu uncias, uel aliquas alias mensuras, tunc intelligimus, illas mensuras esse corporales, seu cubicas; que tribus equalibus dimensionibus, latitudine scilicet, et longitudine, atque altitudine constant. Nam palmus corporalis, siue cubicus est, qui unum palmum in latum, et longum, et altum, et omnes angulos rectos habet: quod idem intellige de ulnis, et alijs mensuris. Et ut ea que dicere uolumus certis probationibus demonstrentur. Quedam que sunt undecimo, et reliquis sequentibus libris *EVCLIDIS* probata apertissime proponantur, ex quibus sunt hec. Linea recta nequaquam potest esse in plano, et alto. Et cum due linee sese inuicem secant, in una sunt superficie. Et omne trigonum in una superficie est. Et cum due plane superficies sese inuicem secant, comunis eorum sectio est linea recta. Et cum super sectionem duarum rectarum recta aliqua perpendiculariter steterit, toti superfici ei orthogonaliter stabit. Et cum steterit linea recta supra comunem sectionem trium linearum cum unaquaque rectum continens angulum, hee tres linee in una superficie sunt linee recte; si eidem superfici perpendicularares fuerint, equidistantes sunt. Inter duas lines equidistantes utcumque recta linea continetur, in earum superficie est. Linearum equidistantium cuicumque superfici altera perpendicularares fuerit, eidem perpendicularis est. Lineę cuiuslibet uni equidistantes, licet non omnes in eadem superficie sunt, et sibi inuicem equidistantes. Lineę due continentes angulum, si equidistant lineis dua-

fol. 200 verso.

bus alium angulum continentibus; nec ipse in una superficie anguli tantum equales ab uno cuiuscunque superficiei puncto duas eidem superficiei perpendiculares in eandem partem erigi impossibile. Si linee due superficiem continentes duabus lineis aliam superficiem continentibus equidistant; nec ipse linee in una superficie, hee superficies equidistantes sunt. Cum superficies duas superficies equidistantes secat, communes sectiones earum equidistantes sunt. Lineas duas, si superficies equidistantes secant, proportionaliter secari necesse est. Ex perpendiculari supra quamlibet superficiem stante quaecumque superficies educte fuerint, super eandem superficiem orthogonaliter stabunt. Quaecumque superficies supra quamlibet superficiem orthogonaliter stantes sese inuicem secant, communis earum sectio subiecte superficiei perpendicularis est. Angulus solidus, si tres planos contineat, eorumque duo simul accepti maius sunt reliquo. Omnes anguli plani, quos angulos solidus continet, quattuor rectis sunt minores. Si equales linee tres angulos | planos continent, quorum quisque duo accepti reliquo sunt maiores, eorum cordis triangulum fieri possibile est. Omnes solidi superficialium equidistantium omnes superficie opposite equales sunt, et equidistantium laterum solidum equidistantium laterum si superficies secet, equidistantes duabus eius superficiebus oppositis proportionem basium secari necesse est. Solidum equidistantium laterum, si superficies secet per diametrum duarum eius superficialium oppositarum, per medium secari necesse est. Solida laterum equidistantium supra basem eandem super lineam unam eiusdem altitudinis equalia: solida laterum equidistantium supra basem eandem, nec super lineam unam, dum eiusdem altitudinis sint equalia: solida laterum equidistantium supra bases equales lineis á basibus in altum orthogonaliter, eademque altitudine eductis equalia. Solida laterum equidistantium supra bases equales, nec lineis á basibus orthogonaliter, dumtaxat eadem altitudine erectis equalia. Omnium solidorum laterum equidistantium eiusdem altitudinis, quae basis ad basem proportio. Solida laterum equidistantium, si lineis á basibus orthogonaliter erectis pariter et equalia fuerint, erunt bases, et altitudines eorum mutue proportionis. Solida laterum equidistantium quaecumque, si equalia fuerint, bases et altitudines eorum mutue proportionis sunt: quod si bases, et altitudines eorum mutue sint proportionis, erunt et ipsa equalia. Inter solida superficialium equidistantium similia proportio solidi ad solidum tripla proportioni laterum eorum adinuicem relatorum. Solida similia dicuntur quae angulos habent equales, et circa equales angulos latera proportionalia. A' planis duobus angulis equalibus, si linee due in altum erigantur, quarum utraque duas altriuscus angulorum cum lineis angularibus contineant, equales duobus angulis, quos altera similiter hinc inde cum lineis angularibus continet. Cum á punctis in lineis in altum erectis quacumque designatis descendant perpendiculares due inter superficies linearum angularium, tum et puncta in quae perpendiculares incident recte linee cum ipsis angulis continent: hee quoque linee cum lineis erectis equales angulos continebunt. Inter solida duorum laterum equidistantium, quorum alterum continent tres linee proportionales: alterum latera equalia, singula medie trium proportionalium, tum et anguli eorum equales fiunt, et ipsa equalia. Si super lineas proportio solida laterum equidistantium similia, eademque informatione construantur, fiunt et ipsa proportionalia: quod si solida laterum equidistantium similia proportionalia fuerint, lineas quoque, | super quas constructa sunt, proportionaliter esse

conuertitur. Si duarum cubi superficierum oppositarum cunctis lateribus per medium diuisis inter puncta diuisionum due describantur superficies, et cubum sese inuicem secantes, comunis eorum sectio dyametrone cubi media mediam secat. Si cunei duorum, quorum alterius paralilograma, alterius basi triangule dupla, eque alti fuerint, equales necesse est. Omnium piramidum eiusdem altitudinis, quibus triangule ubi fuerint in piramidis binas equales totis similes ad cuneos binos equales erunt, proportio basis ad basem, que cuneorum unus ad cuneos alterius. Omnium piramidum, quibus bases triangule, si eque alte fuerint, proportio ad inuicem, que basis ad basem. Omnis cuneus diuidi potest in tres piramides equales basium triangularum. Omnium piramidum, quibus bases triangule, si equales fuerint, fiunt bases, et altitudines earum mutue proportionis. Quod si bases, et altitudines earum mutue sint proportionis, ipsas piramides equales esse conuertitur. Omnium piramidum similium basium triangularum adinuicem proportio tripla proportioni laterum adinuicem relatorum. Omnes columnę, quibus una basis, uel que super equas bases sunt, est earum proportio sicut axis ad axem. Omnis columna teres equalium terminorum, et spissitudinis piramidi tereti super eandem basim eius altitudinis tripla. Omnis columnę, ac piramidis teretis, quibus una basis, idem axis, proportio tripla proportioni, que inter dyametrone basium. Omnis piramidis, columnęque teretis, quibus una basis, idem axis, si eque alte fuerint piramidi, columnęque tereti, quibus una basis, idem axis, erit et piramidum, et columnarum proportio, que basis ad basem. Omnis piramidi, et columna teres, quibus una basis, idem axis, si equales fuerint piramidi, columnęque tereti, quibus similiter una basis, idem axis, erunt bases, et altitudines earum mutue proportionis. Quod si bases, et altitudines earum mutue sint proportionis, ipsas etiam equales esse conuertitur. Omnium sperarum proportio tripla proportioni dyametrorum. Linea proportionē medij et extremorum diuisa, si pars maior directe producat ad equum dimidij lineę diuise, productę lineę tetragonus quincuplum est tetragono dimidij lineę. Linea in duo diuisa, si totius tetragonus quincuplus fuerit tetragono partis minoris, tum pars maior producat usque ad duplum partis minoris. Producta linea proportionē medij et extremorum diuisa est, cuius pars maior, pars maior lineę prioris. Linea proportionē medij et extremorum diuisa, si parti minori continuetur dimidij partis maioris, eius lineę tetragonus quincuplus est dimidij partis maioris. Linea proportionē medij et extremorum diuisa, si producat ad equum partis maioris, tota quoque linea proportionē medij et extremorum diuisa est, cuius pars maior linea prior. Linea proportionē medij et extremorum diuisa, lineę tetragonus simul cum tetragono partis minoris triplus est tetragono partis maioris. Omni linea rationali proportionē medij et extremorum diuisa, pars utraq; residuum est. In pentagono equilatero si tres anguli fuerint equales, erunt omnes anguli equales. In circulo describitur triangulus equilateralis, lateris eius tetragonus triplus est tetragono dimidij dyametri. In circulo descripto lateri decagonico intrinsecus continuetur latus exigonum tota linea linea proportionē medij et extremorum diuisa est, cuius pars maior latus exigonum. In circulo descripto pentagono equilatero latus pentagonum potest super latus exigonum, ac latus decanonicum. In circulo descripto pentagono equilatero duorum eius angulorum corde sese inuicem secant, utraq; secari necesse est. Ad idem punctum proportionē medij et extremorum maior utriusque pars equalis lateri penta-

fol. 102 recto.

gonico in omni circulo, cuius dyametrum rationali pentagoni equilateri latus inrationale est, cui nomen linea minor. In spera, cuius dyametros longitudine rationalis, si construatür solidum .xx. basium triangulorum equilaterum, latus eius inrationale est, cui nomen linearum minor. In spera, cuius dyametrum potentia rationale, si construatür solidum .xij. basium pentagonorum, latus eius in rationale est, cui nomen est residuum.

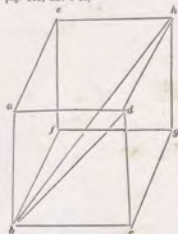
Incipiunt theoremata quartidecimi libri.

LATVS exigonicum, si proportionē medij et extremorum diuidatur, pars maior est latus decagonicum. In centro circuli deducta perpendicularis á latus pentagonicum equalis est dimidio lateris exagonici, laterisque dactagonici. In circulo tetragonus lateris pentagonici simul cum tetragono corde anguli pentagonici quincuplum est tetragono lateris exagonici. Depositis assumimus demonstrandum, quoniam pentagonum solidum .xij. basium pentagonorum et triangulorum .xx. basium triangularum in eadem spera constructarum; idem circulus continet in circulo descripto pentagono equilatero tringituplum superficiē contentę latere pentagonico ac perpendiculari á centro circuli ad latus pentagonicum deducta, equum est superficiē solidi .xij. basium pentagonorum. Similis demonstrationis est; quoniam si triangulum equilaterum circulus contineat, á cuius centro in latus trianguli perpendicularis descendat, tringituplum superficiē latere trianguli, et ea perpendiculari contentę equum est superficiē solidi .xx. basium triangularum. Depositis assumimus quoniam proportio superficiē solidi .xij. basium pentagonarum ad superficiē solidi .xx. basium triangularum in eadem spera constructarum, quę lateris cubici eiusdem sperę ad latus solidi .xx. basium triangularum. De inde assumimus, quoniam proportio lateris cubici ad latus solidi .xx. basium triangularum eiusdem sperę, quę lineę potentis tetragonum totius lineę proportionē medij et extremorum diuise partem cum tetragono partis maioris ad lineam potentem tetragonum eiusdem lineę totius simul cum tetragono partis minoris: per hoc, concluditur, quoniam quę proportio lateris cubici ad latus solidi .xx. basium triangularum, ipsa est solidi .xij. basium pentagonarum ad solidum .xx. basium triangularum. Quicquid enim decedit cuiusquę proportionē medij et extremorum diuise idem accidit omni lineę similiter diuise. Post has quidem omnes probationes oportet nos scire subscriptas operationes, quę in eisdem libris EVCLIDIS dicuntur, videlicet. Vt á dato puncto in altum á puncto in alto designato supra datam superficiē perpendicularē deducere á dato puncto in designata superficie perpendicularē eidem superficiē in altum erigere. Ex tribus angulis planis quorum quique duo simul accepti maius sunt reliquo, angulum solidum construere: Vnde necesse est, eos tres angulos .iij. rectis esse minores. Ad signatum punctum datę lineę angulum solidum construere equalem signato angulo lineę contentę. Supra datam lineam solidum construere simile signato solido superficiem equidistantium. Inter duos circulos, qui sunt ab uno centro, describere superficiē multiangulam minime contingentem minorem circulum. Inter duas speras, quę sint ab uno centro, describere solidum plurimarum superficiem maiorem speram contingens minorem speram. Et infra datam speram solidi .iij. rectis, et sex., et viij., et xij., et xx. basium construere: nec non et latera ipsarum quinque figurarum infra unam speram insimul collocare: et quedam ex suprascriptis quinque solidis infra quedam eorum aptare: ut in quintodecimo libro fieri docetur.

Cum autem aliquod corpus huius primę partis mensurare desideras; embadum basis ipsius, secundum quod superius in tractatu embadorum docui, diligenter inquiras: quod per ipsius corporis altitudinem multiplica, et quod prouenerit, erit embadum ipsius corporis: est enim altitudo corporum huius primę partis linea recta, que orthogonaliter erigitur supra basem, et terminatur in superficiem equidistantem basi. Et ut hec aperte monstrentur, adiaceat primum cubus *aeg.* habens palmos .10. in latitudine: longitudine: et latitudine. Cuius sex superficies sunt tetragonę, cum habeant angulos rectos, lateraque equalia; et sit basis eius tetragonum *ac.*, cui equidistans est tetragonum *eg.*: cumque aream basis, que est .100., in lineam *ac.*, que est altitudo cubi, multiplica- ueris, .1000. palmos cubicos pro embado ipsius cubi habebis: et si dyametrum ipsius cubi, scilicet lineam *hb.* habere uis, quadrata laterum *ba.* et *ad.* insimul iunge, et habebis .200. pro linea *db.*: quibus si addatur tetragonum lineę *dh.*, quod est .100., habebuntur .300. pro quadrato dyametri *bh.*: ergo dyameter *bh.* est radix trecentorum. Et notandum quod recta *bh.* est dyameter sperę, in qua cadit cubus *aeg.* Et tantum notitiam dyametri *bh.* habueris; et per ipsam latera cubi, et embadum eius habere de- sideras: dyametrum in se multiplica, et eius quod prouenerit tertiam accipe, et ha- bebis tetragonum lateris cubi; quod tetragonum, si per radicem eius multiplicaueris, nimirum embadum ipsius cubi procreabitur. Et si aliquis dixerit: aggregaui quadratum dyametri cubi cum quadrato ipsius lateris, et prouenerunt .400.; ponam latus *ab.* rem, quam multiplicabo in se, et proueniet census; quem addam cum triplo eius, scilicet cum quadrato dyametri *bh.*, proueniet .1000. census, qui equantur .400. dragmis: diuide ergo .400. per .4., ueniet .100. pro quadrato lateris cubi, quod est *ab.*; quare *ab.* est 10. Item aggregaui quadratum dyametri cum latere ipsius, et prouenerunt .310.: ponam iterum latus *ab.* rem, scilicet radicem; quare quadratum dyametri *bh.* equatur tribus censibus, hoc triplo quadrati lineę *ab.*: ergo pro quadrato dyametri cubi, et pro la- tere ipsius habentur tres census, et una radix, que equantur .310.: redige hoc ad censum unum, scilicet accipe tertiam partem omnium adiacentium, et proueniet census, et tertia radice, que equantur $\frac{1}{3}$ 103.: quare dimidianda est illa tertia radice, et proue- niet $\frac{1}{6}$; quam in se multiplica, ueniet $\frac{1}{36}$; quam adde cum $\frac{1}{3}$ 103., erunt $\frac{13}{36}$ 103.; quorum radicem accipe, que est $\frac{1}{6}$ 10, et extrahere inde sextam pro ea quam multiplicasti, re- manebunt .10. pro latere *ab.*; cuius quadratum, scilicet .100. triplica, et habebis qua- dratum dyametri *bh.*: et sic secundum hoc possumus consimiles subtilitates in cubis inuenire. Rursus esto solidum, cuius basis sit tetragona habens in uno quoque latere pedes .10.; altitudo quoque ipsius sit plus uel minus laterum basis; multiplicabis si- militer embadum basis per eius altitudinem; quam pono esse .12., uenient pedes .1200. pro embado ipsius solidi; cuius dyametrum inuenies esse radicem de 344.: si super duplo quadrati lateris ipsius, scilicet super 200, addideris quadratum altitudinis eius, quod est 144. Et si proponatur, dyametrum solidi equidistantium laterum esse radicem de 344., cuius basis sit tetragona; et eius altitudo excedat latera basis in duobus; et queratur latus ipsius basis, nec non et ipsius solidi embadum, ut in solido *aei.*, cuius dyame- ter sit linea *tb.*; ponam latus *ab.* radicem, et addam quadratum lineę *ab.* cum qua- drato lineę *ad.*, et uenient duo census pro quadrato lineę *db.*: et signabo punctum *c.* in rectam *dt.*, et sit *ct.* duo; remanebit ergo *dc.* equalis rectę *da.*; quare *dc.*

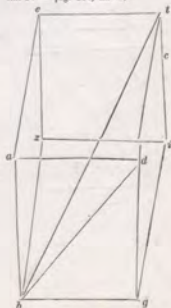
fol. 103 recto.

e equalis et sit eius multiplicatio- nis + (fol. 103 recto; lin. 9-19, 20; pag. 163, lin. 8-17).



fol. 103 verso.

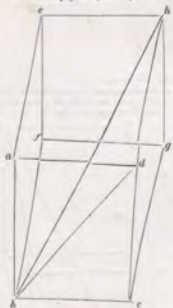
e altitudo quoque ..., cum duplo + (fol. 103 verso, lin. 3-15, 16; pag. 163, lin. 34 — pag. 164, lin. 2).



est radix: et quia recta *dt.* diuisa est in duo super punctum *c.*, erunt duo quadrata sectionum *dc.* et *ct.* cum duplo *tc.* in *cd.* equalia quadrato lineę *td.* Nam ex *dc* in se prouenit census; et ex *ct.* in se prouenient 4.; et ex duplo *tc.* in *cd.* proueniunt 117^{or} radices: ergo pro quadrato lineę *td.* habetur census, et 117^{or} radices, et 4 dragme; quibus additis duobus censibus, scilicet cum quadrato lineę *db.*, uenient tres census, et 117^{or} radices, et 4 dragme pro quadrato dyametri *tb.*, que equantur 344.: ex quibus si comuniter auferantur .4 dragme, remanebunt tres census, et 117^{or} radices, que equantur 340.: quare si hec redigantur ad censum unum, ueniet census, et radix $\frac{1}{2} 1$, que equantur $\frac{1}{2} 113$: quare si dimidiauerimus $\frac{1}{2} 1$, uenient $\frac{1}{4}$; quibus in se multiplicatis, et cum $\frac{1}{2} 113$ additis, erunt $\frac{1}{2} 113$; de quorum radice, que est $\frac{1}{2} 10$, si auferantur $\frac{1}{2}$, remanebunt .10. pro latere *ab.*; quare altitudo *dt.* est .12.; in qua si multiplicabitur tetragonum *ag.*, quod est 100., uenient .1200. pro embado solidi *aci.* Rursus esto basis *ag.* tetragona; et altitudo *dt.* excedat latus *ab.* in duobus; et aggregaui quadrata linearum *ba.*, et *ad.*, et *dt.* cum quadrato dyametri *tb.*; et fiunt totum illud quod aggregatum est 688.; quoniam quadratum dyametri *tb.* habetur ex aggregatione quadratorum linearum *ba.*, et *ad.*, et *dt.*: si dimidiauerimus 688., uenient 344. pro quadrato dyametri *tb.*, cum quibus operaberis ut supra. Item aggregaui latera *ab.*, et *bd.*, et *dt.* cum quadrato dyametri *tb.*, et fuit illud quod aggregatum est 376.: ponam iterum latus *ab.* radicem; quare ex aggregato *ab.*, et *bd.*, et *dt.*, ueniunt tres radices, et duo; quibus additis cum quadrato dyametri *tb.*, scilicet cum tribus censibus, et 117^{or} , erunt tres census, et septem radices et .6., que equantur 376: comuniter si auferantur .6., remanebunt tres census, et septem radices equales de 370.: quibus reductis ad censum unum, ueniet census, et radices $\frac{1}{2} 2$, que equantur $\frac{1}{2} 123$ etc. Possumus quidem in similj solido diuersas huiusmodi ponere questiones, que omnes per hunc modum soluuntur. Item sit solidum equidistantium laterum *aeg.* cum lineis a base orthogonaliter erectis, cuius latitudo *ba.* sit .10.; et *ad.* longitudo sit .11.; et *dh.* altitudo sit .12.; et sit orthogonum quadrilaterum *ac.*: quare si eius embadum, quod est ex *ba.* in *ad.*, producetur in *dh.*, habebuntur 1320 pro embado ipsius solidi. Nam quadratum dyametri eius, qui est *hb.*, habebimus ex aggregatione quadratorum linearum *ba.*, et *ad.*, et *dh.*, quorum suma est 365. Et si in similj modo ponamus dyametrum radicem esse 365.; et longitudinem basis ipsius superhabundare latitudinem eius in unum; et altitudinem eius *dh.* superhabundare eandem latitudinem *ab.* in .2.; et uolumus inuenire basis, nec non et solidi altitudinem, ponamus *ab.* radicem; quare latus *ad.* erit radix, uno addito; et *dh.* altitudo erit similiter radix, duobus additis; quare ex quadrato lineę *ab.*, hoc ex *ab.* in se, prouenit census; et ex *ad.* in se prouenit census, et due radices, uno addito; et ex *dh.* prouenit census, et 117^{or} radices, et quatuor; et sic habebimus tres census, et sex radices, quinque additis, pro quadrato dyametri *hb.*, quod est 365.: comuniter si auferantur .5., remanebunt 360., que equantur tribus quadratis, et sex radicibus: quare census, et due radices equantur 120.; quare dimidium radicem multiplicauerimus in se, ueniet unum; quo addito cum 120., erunt .121.; de quorum radice auferatur .1., remanebunt .10. pro *ba.*; quare *ad.* est .11., et *dh.* est 12. Similiter si dicatur: addidi quadrata linearum *ab.*, et *ad.*, et *dh.* cum quadrato dyametri *hb.*; et fuit totum illud quod

fol. 104 recto.

ex *ab.* . . . duobus additis = (fol. 104 recto, lin. 20-22, 33; pag. 164, lin. 95 — pag. 165, lin. 5).



aggregatum est .730; dimidiabo siquidem ea, et teneient 365. pro quadrato dyametri *hb.*, cum quibus operandum est ut supra. Sed si dictum fuerit: aggregavi altitudinem *dh.* cum quadrato dyametri *hb.*, et habui 377.; et fuit *dh.* uno plus ex *da.*, et *da.* uno plus ex *ab.*; ponam similiter *ba.* rem; quare et *ad.* erit res, uno addito, et *dh.* erit res, duobus additis; et erunt quadrata earum trium linearum, secundum quod demonstratum est superius, tres census, et sex radices, et 3, que equantur quadrato dyametri *hb.*: cui si addatur altitudo *dh.*, que est radix, duobus additis, erunt tres census, et septem radices: septem additis, que equantur 377: de quibus comuniter diminutis .7., remanebunt tres census, et septem radices, que equantur 370; quare census, et radices $\frac{1}{2}$ 2 equantur 123 et $\frac{1}{2}$: deinde procedas ut supra. Sed si unde procedat embadum similium solidorum embadum prouenire ex multiplicatione basis ipsius in eius altitudinem scire uis, considera quod, cum ex altitudine ipsius summatur mensura unius pedis; et per terminum ipsius pedis superficies equidistans basi infra ipsum solidum adsignetur, erunt tunc tot pedes cubici inter basim, et ipsam superficiem, quot pedes superficiales fuerint in embado basis. Similiter si per duplum unius pedis lex altitudine superficiem aliam signauerimus equidistantem basi, erunt utique inter ipsam superficiem, et basem tot pedes cubici, quot in duplo basis sunt pedes superficiales. Similiter ex triplo unius pedis accepta in altum procreatur solidum, in cuius embado erunt tot pedes cubici in ipso solido, quot fuerunt in triplo basis pedes superficiales; ergo quoniam multiplex est altitudo cuiuscumque solidi vnus pedis, tam multiplices sunt pedes embadi ipsius solidi ex embado basis. Quare quando multiplicatur embadum basis per altitudinem solidi, habetur utique embadum solidi, ut dictum est. Et quanuis non eleuetur aliquod solidum á lineis orthogonaliter erectis supra basem, tamen solida, que super equas bases, et sub eadem altitudine sunt, sibi inuicem equentur; erit utique illud idem in eo, uidelicet quod ex ducta base in eius altitudinem procreabitur embadum solidi; hoc idem intelligi potest de quoque corpore huius prime partis.

ADICEAT RURSUS solidum equidistantium superficialium *dhf.*, cuius basis *abcd.* sit orthogonia, super quam sint erecte recte *ae. bf. eg. dh.* minime orthogonaliter stantes, ita ut anguli *abf.* et *dcg.* sint acuti; quare anguli *eab.* et *hdc.* sunt otusi; et erunt superficies *af.* et *dg.* ambo rumbi, uel rumboides: relique uero due superficies *fc.* et *ed.* erunt aliquando rectiangule, aliquando non: sed qualescumque sint, si altitudinem ipsius solidi inueniremus, et eam per basis embadum multiplicauerimus, ipsius solidi embadum incontanter habebimus. Nam qualiter ipsam altitudinem habere debeamus, breuiter indicabo: á puncto quidem *f.* super lineam *ab.* cathetum protraham *fi.*; linea uero *fi.* aut est cathetus super superficiem *ac.*, aut non. Nam si cathetus est, erit altitudo ipsius corporis ipsa linea *if.*: si uero cathetus non est linea *if.*, protraham per punctum *i.* rectam *ko.* ad rectos angulos super rectam *ab.*; super quam protraham cathetum á puncto *f.*, et habebo altitudinem ipsius corporis; uel aliter, secundum uulgarem modum, eiciam á puncto *f.* super planum *ac.* plumbum cum filo cadere faciam; et sic inueniam cathetum eius, si á puncto *f.* ceciderit super latus *ab.*, uel extra. Nam si infra corpus ceciderit super basem *ac.*, et corpus densatum fuerit, ita ut non possit plumbum orthogonaliter cadere á puncto *f.* infra basem *ac.*, faciam ipsum cadere a puncto *h.*, uel etiam á puncto *e.*, ut cadat extra figuram. Sed si se-

fol. 164 verso.

* sit orthogonia cum filo * (fol. 164 verso, lin. 23-35; pag. 165, lin. 27-39).



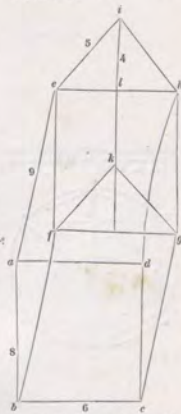
fol. 165 recto.

per 20, et venient .280. pro embado basis quadrilateri .eg.; quibus ductis in dimidium .al., scilicet in .6., venient .160., ut supra, pro embado seratilis .abgde.

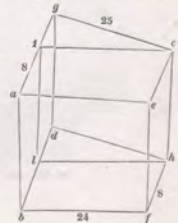
Si vero corpus aliquod commistum fuerit ex solido sex basium equidistantium, et aliquo cuno, ut sunt arcg, in quibus tenetur frumentum: embadum solidi cum embado seratilis in unum coniunge, et habebis propositum, uel catheti trianguli dimidium super altitudinem solidi equidistantium laterum adde; et quod pronenerit, in basem arcg multiplica. Verbi gratia: esto arca, cuius basis sit quadrilaterum orthogonium .abcd.; et super angulos eius stent orthogonally recte .ae. bf. eg. dh., que sint sibi inuicem equales; et super puncta .eh. protracte recte .le. ih. facientes angulum .eih.; similiter super puncta .fg. eleuentur recte .fk. kg. facientes angulum .fkg.; et sit pentagonum .aeihd. in superficie una; pentagonum quoque .bfkgc. in superficie alia; et sint ambo pentagona sibi inuicem equalia; et copulentur recte .ik. ef. fg. gh. et .he.; et erit quadrilaterum .eg. equidistans, et equale basi .ac.: quadrilaterum quoque .af. quadrilatero .gd., nec non et quadrilaterum .fe. quadrilatero .ad. Solidum ergo equidistantium laterum est .dhf., cuius embadum habebitur ex .ab. in .da. ducta in fol. 166^{re} .ae.: embadum quoque seratilis .efghik. habebitur ex superficie .ef. in .eh., hoc est ex .ba. in .ad. ducta in dimidium catheti trianguli .fkg. Verbi gratia: sit .ab. s.; et .ad. sit .6., et .ae. sit .9.; et unumquodque laterum trigonorum .eih. et .fkg. sit .5.; quare cathetus .kl. erit .4.; et multiplicetur .ba. in .ad., erunt .48.; pro quo ducto per .ae., et per dimidium .kl., hoc est per 11., venient .528. pro embado totius arcg. Et si commistio solidi et seratilis fiat secundum alium modum, ita quod una ex superficiebus, que supra basem erecta est, sit altior superficie sibi equidistanti; et relique due superficies coniungantur eis, secundum quod fit in domibus, uel ut in sequenti figura patet, in qua ponimus superficiem .abgd. erectam orthogonally super superficiem .af.; et sit unaqueque rectarum .ab. et .gd. ulnarum .20; et altitudo ipsius superficie, que est .ag., uel .bd. sit ulnarum .15.; et ponimus superficiem .efch. equidistantem superficie .ad.; et sit una queque rectarum .ec. fh. ulnarum .8.; et in unoquoque laterum .ae. et .bf. contineat ulnas .24. Quare una queque rectarum .gc. et .dh. erit .25; quod sic cognoscitur: per puncta quidem .ch. rectis .ea. et .fb. equidistantes protraham rectas .ci. hl., eritque unaqueque earum .24., cuius quadratum, scilicet .576., si addatur cum quadrato lineę .ig., quod est .49., tenient .625. pro quadrato lineę .gc., quorum radix, que est .25., erit linea .gc. Vnde si embadum huius corporis habere uis, lineas .ec. et .ag. in unum coniunges; et eorum dimidium, quod est $\frac{1}{2} 11$, per embadum basis .af. multiplica, scilicet per 480., erunt 5220. pro embado totius corporis.

ETSI basis alicuius corporis huius primę partis quadrilatera, sed non rectiangularis fuerit, non etiam latera sint equidistantia, cum in simili superficie, et equali, et equidistanti basi terminetur. Nimirum habebitur embadum eius, si area basis in altitudinem corporis ducatur; quod manifeste nidebitur, si per dyametros basis, et superficie sibi equidistanti superficiem transire fecerimus secantem ipsum corpus in duo seratilia, quorum embadum habebitur, ut demonstratum est, per multiplicationem basis uniuscuiusque: que triangula erunt in eorum altitudine, que est eadem. Similj quoque modo si basis alicuius corporis huius partis fuerit pentagona, uel plurium laterum, poterant

* Si uero est .dhf. * (fol. 165 verso, lin. 22-25, e margine inferiore; pag. 167, lin. 3-16).



* equidistanti; et si embadum * (fol. 166 recto, lin. 8, 9-19; pag. 167, lin. 22-32).



fol. 106 verso.

* corda .ag. totius exagoni * (fol.
106 verso, lib. 10, 41-49, 20; pag.
198, lin. 12-20);



resolui in tres, uel plures cunos habentes bases triangulas, cum quolibet figura plana rectilinea resoluatur in duos triangulos minus numero laterum ipsius, ut pentagonum quod resoluatur in tres triangulos, exagonum in .vij^{or}. etc. Vnde cum areas omnium triangulorum cadentium infra basem | similium corporum: hoc est aream eiusdem basis per altitudinem corporis multiplicaueris, nimirum embadum ipsius corporis habere non dubites. Sed quia inuentione embadorum multilaterum figurarum cadentium in circulis alia, preter ea que dicta sunt, dicere possumus; ut hoc opus perfectum sit, aliqua inde dicere presentialiter procurauimus. Habetur quidem embadum exagoni equilateri et equianguli cadentis in circulo ex multiplicatione dyametri in tres quartas cordis anguli exagonici; que corda est latus trianguli equilateris cadentis in eodem circulo, cuius quadratum est triplum quadrati semidyametri circuli, hoc est lateris exagonici. Ad cuius rei euidenciam, in circulo .agd. esto exagonum .abgdez.; et protrahatur in ipso corda .ag., que secetur in duo equa per dyametrum .be. super punctum .k.; erit ergo triangulus .iab. sexta pars exagoni .abgdez.; et corda .ag. est latus trianguli equilateri cadentis in circulo .agd., cum arcus .abg. sit tertia circumferentie circuli; et diuidatur .kg. in duo equa super punctum .l.; erit ergo .ak. duplum .kl.: ex ductu quidem .ak. in .bi. prouenit duplum embadi trianguli .abi.; quare ex ductu .al. in .bi. prouenit triplum embadi trianguli .abi. Sed dyameter .be. duplus est ex .bi.; quare ex ducto dyametro .be. in .al. prouenit sextuplum embadi trianguli .abi. Quod sexcuplum embadi trianguli .abi. est embadum totius exagoni. Est enim .al. medietas et quarta, hoc est $\frac{3}{4}$ corde .ag.: ergo ex dyametro circuli ducto in tres quartas corde anguli exagonici habetur embadum exagoni, ut predixi. Quod etiam habebitur ex multiplicatione trium quartarum dyametri in totam cordam anguli exagonici. Et cum similj inuentione inueni embadum tetragoni prouenire ex multiplicatione dyametri circuli continentis ipsum in septem octauas corde anguli exagonici. Embadum quoque octagoni prouenit ex multiplicatione dyametri circuli continentis ipsum in totam cordam anguli octagonici; que corda est latus quadrati cadentis in ipso circulo: et sic secundum hanc inuestigationem possunt inueniri embada figurarum plurium laterum cadentium in circulis.

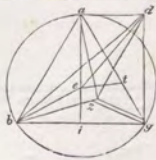
fol. 107 recto

Et si columnam metri desideras, cuius dyameter basis sit pedum .7.; et altitudo nero, scilicet axis eius, sit pedum .20., aream circuli sug basis, que est $\frac{1}{2}$ 38, per altitudinem suam multiplica, et habebis pedes .770. pro embado ipsius columnę. Et notandum, quod omnia corpora cuiuscunque sint forme, cum sibi inuicem fuerint similia, erit proportio embadi unius ad embadum alterius, sicut proportio triplicata similis lateris unius ad simile latus | alterius. Verbi gratia: si aliquius solidi longitudo fuerit pedum .2., et alterius longitudo sit pedum .3., erit proportio minoris solidi ad maius sicut proportio binarij ad ternarium triplicata. Nam proportio triplicata binarij ad ternarium est sicut cubus, qui sit a binario ad eum, qui fit a ternario, hoc est sicut .8. ad .27. Est enim sicut sicut (*sic*) .2. ad 3, ita 8 ad 27., et 12 ad 18, et 18 ad 27.; et sicut proportio de .8. ad 27 est triplicata proportio binarij ad ternarium. Vnde si embadum minoris corporis sciueris, et eum per 27 multiplicaueris, et sumam per 8 diuideris, nimirum embadum maioris solidi proueniet, et cet. Et notandum, quod quicquid dictum est superius de solidis, uel columna, hoc idem intelligatur de cisternis, et puteis, cum in eis intelligatur esse latum, longum, et altum.

Incipit pars secunda de dimensione pyramidum.

Cum itaque pyramidem aliquam metiri desideras, embadum sup basis, cuiuscumque sit forme, per tertiam altitudinis ipsius multiplica; et quod prouenit, erit embadum ipsius pyramidis; que regula prouenit ex eis que demonstrata sunt in ECLIDE. Videlicet quod solidum est duplum seratilis. Seratile quoque est triplum sup pyramidis habentem trigonam basem. Ad cuius rei euidentiam. Esto pyramis *abgd.* equilatera habens basem triangulam, que est *abg.*; altitudo uero eius est id quod cadit orthogonaliter á puncto *d.* supra basem *abg.*: quare oportet nos inuenire casum ipsius in triangulo *abg.*; quod sic fit: circa triangulum *abg.* describam circulum *abg.* circa centrum *e.* Dico quidem, *e.* punctus est casus perpendicularis cadentis á puncto *d.* super superficiem trianguli *abg.*: quod si non est, esto *z.*, et copulentur recte *dz.* *za.* *zb.* *zg.*; et quoniam *dz.* perpendicularis est super planum *abg.*, rectus est unusquisque angulorum *dza.* et *dzb.* et *dzg.*: latera ergo *dz.* et *za.* possunt super rectam *da.* Similiter et quadrata rectarum *dz.* *zb.* equantur quadrato lineę *db.*: similj quoque modo et quadratum lateris *dg.* equatur quadratis rectarum *dz.* *zg.* Sed latera *da.* *db.* *dg.* sibi inuicem sunt equalia; ergo duo quadrata linearum *dz.* et *za.* duobus quadratis linearum *dz.* et *zb.* equalia sunt: comuniter auferatur quadratum lineę *dz.*, remanebunt quadrata linearum *za.* *zb.* equalia; quare *za.* recta equalis est recte *zb.* Similiter ostendetur, rectam *zb.* equalem esse utrique rectarum *za.* *zb.*; ergo á puncto *z.* ad periferiam circulj *abg.* concurrunt tres recte sibi inuicem equalles; quare punctus *z.* est centrum circulj *abg.*: quod minime locum habet, cum *e.* punctus sit centrum circulj *abg.* Protracto quidem cateto *de.*, si tertiam eius multiplicabimus per aream trigonj *abg.*, habebimus | embadum pyramidis *abg.* Quod ostendimus cum numeris: sit unumquodque laterum pyramidis .12.; et copulentur recte *ae.* *be.* *ge.*, que sibi inuicem sunt equalles; et protrahantur recte *ae.* *be.* in punctis *i.t.*; et erit punctus *i.* super dimidium lateris *bg.*, cum anguli *bai.*, et *gai.* sibi inuicem sint equalles: et quia *ab.* et *ag.* sibi inuicem sunt equalia, *ai.* cathetus est super rectam *bg.*: et quia recta *bt.* secatur super dimidium lateris *ag.*, secabit etiam et cathetum *ai.* super tertiam eius, ut in tractatu triangulorum in tertia distinctione huius operis demonstrauit. Extracto quidem quadrato recte *bi.* ex quadrato lateris *ab.*, scilicet 36 de .144., remanent .108. pro quadrato lineę *ai.*: et quia *ei.* est tertia ex *ai.*, erit quadratum lineę *ei.* nona pars quadrati lineę *ai.*: ergo quadratum lineę *ei.* est .12.; cui si addatur quadratum lineę *ib.*, erunt .48. pro quadrato lineę *be.*: vel quia *ae.*, hoc est *be.*, est $\frac{2}{3}$ ex *ai.*, erit quadratum lineę *be.* 48, scilicet $\frac{4}{9}$ ex quadrato lineę *ai.*: quod si auferatur ex quadrato lineę *db.*, remanebit quadratum catheti *de.* 96.: ex ductu quidem *ai.* in *bi.* prouenit radix de .3888. pro area trianguli *abg.* quod si ducatur in tertiam *de.*, hoc est in nonam quadrati eius, que est $\frac{2}{3}$ 10., uenient 41472. pro quadrato embadi pyramidis *abgd.*, cuius radix est $\frac{2}{3}$ 203., et aliquantulum plus; quod plus est minus de $\frac{1}{19}$, et plus de $\frac{1}{21}$. Ex hoc quidem erit manifestum quod in omni pyramide equilatera quadratum sup altitudinis est $\frac{2}{3}$ quadrati unius laterum eius; nec non et quadratum rectę procedentes ab unoquoque angulorum ad casum altitudinis pyramidis est tertia quadrati eiusdem lateris: quod possumus inue-

* *zb.* *zg.*, et recte *zb.* *z* (fol. 107 recto, lin. 23-30; pag. 169, lin. 12-19).



fol. 107 verso.

* embadum pyramidis triangulorum *a* (fol. 107 verso, lin. 1-7; pag. 169, lin. 23-29).

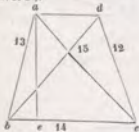


stigare hoc modo. Est enim bi dimidium $ex\ bg$; quare quadratum $ex\ bi$ est quarta quadrati $ex\ ab$; quare quadratum $ex\ ai$ est $\frac{1}{4}$ ex quadrato, quod fit à recta ab : est enim recta ae $\frac{2}{3}$ $ex\ ai$; quare quadratum $ex\ ae$ est $\frac{4}{9}$ ex quadrato recte ai ; ergo quadratum $ex\ ae$, hoc est $ex\ be$, uel $ex\ ge$, est $\frac{4}{9}$ de $\frac{1}{4}$ quadrati lateris ab . Sed $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{9}$ alicuius rei est quantum $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{9}$ eiusdem rei, hoc est $\frac{1}{27}$; ergo quadratum uniuscuiusque rectarum $ae\ be\ ge$ est tertia quadrati lateris ba ; hoc est $ex\ latere da$. Vnde si $ex\ quadrato$ lateris da auferatur quadratum lineę ae , remanebunt pro quadrato altitudinis de $\frac{2}{3}$ $ex\ quadrato$ lateris da , ut predixi. Et notandum quod in omni pyramide, cuius basis triangula est habente latera ab angulis basis ipsius adscendentia ad punctum summitatis eius sibi inuicem equalia; casus ipsius altitudinis erit centrum circuli continentis basem ipsius pyramidis. Rursus esto pyramis $abcd$ habens latera $da\ db\ dc$ sibi inuicem equalia; basis uero eius, scilicet trigonum abc , sit cuiuslibet triangulę formę; et uolumus innenire casum cadentem à puncto d super trigonum abc per numerum; qui casus erit centrum circuli continentis trianguli abc ; protraham primum cathetum ae in triangulo abc , in quo diuidam id quod fit $ex\ ba$ in ac ; et quod prouenerit, erit dyameter circuli continentis triangulum abc , ut in tractatu circulorum superius demonstrauimus. Ad cuius rei similitudinem esto latus ab 13, latus ac 15, latus quoque bc sit 14; quare cathetus ae erit 12: in quo si diuiderimus superficiem $ex\ ba$ in ac , hoc est 195, uenient $\frac{1}{2}$ 16. pro dyametro circuli continentis triangulum abc ; cuius dimidium, scilicet $\frac{1}{4}$ 8, est differentia, que est à casu altitudinis pyramidis ad unumquemque angularum basis. Ponamus etiam, unumquodque laterum $da\ db\ dc$ esse 12; quare si $ex\ quadrato$ ipsius, que est 144, auferatur quadratum de $\frac{1}{4}$ 8, quod est $\frac{1}{16}$ 64, remanebunt 78, minus $\frac{1}{64}$ pro quadrato catheti dg ; in cuius nomam si multiplicauerimus quadratum trianguli abc , quod est 7035, habebitur quadratum embadi totius pyramidis.

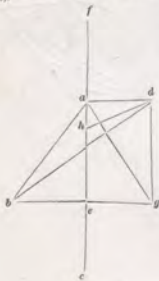
Et notandum quod si basis similium pyramidum fuerit acutiangula, tunc casus altitudinis ipsius cadet infra trigonum abc : et si angulus bac fuerit rectus, tunc dyameter circuli continentis triangulum abc erit recta bc ; et superscriptus casus erit super dimidium lineę bc : et si angulus bac fuerit obtusus, tunc ipse casus erit extra triangulum à parte bc . Item ponam pyramidem, cuius basis abg sit trigonum equilaterum, uel equilurium; ex lateribus uero $da\ db\ dg$ sint duo tantum sibi inuicem equalia, que sunt $db\ dg$; nolo ostendere modum quomodo habeatur altitudo ipsius pyramidis. Quoniam in trigono dbg duo latera db et dg alternis equalia sunt; si à puncto d super basem bg cathetus ducatur de , diuidet basem bg in duo equa super ae . Similiter quia trianguli abg latera ab et ag equalia sunt; si à puncto c recta protrahatur ea , erit utique ae recta cathetus super basem bg : producat quidem ae in utramque partem in infinitum in punctis f et c ; deinde super rectam fc producam cathetum à puncto d , qui erit altitudo pyramidis dag , cuius altitudinis casus quandoque cadet inter ae , quando cadet extra triangulum inter puncta af , uel ec , uel aliquando in puncto a , uel in puncto e ; que omnia ostendamus cum numeris. Esto unumquodque laterum ab et ag 10; latus quoque bg 12; et unumquodque laterum db et dg 14; latus quoque da sit 12: inneniam primum cathetum de , qui erit radix de 160, cum | quadratum casus be ablatus sit ex quadrato lateris db . Similiter

Ed. 108 recto.

* demonstrari. Ad ... 78, minus * (fol. 108 recto & lin. 7, 8-14; pag. 170, lin. 17-24).



* que sunt ... de 160, cum * (fol. 108 recto, lin. 24-35; pag. 170, lin. 32-43).

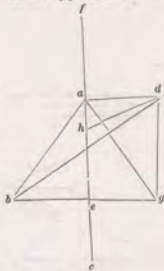


Ed. 108 verso.

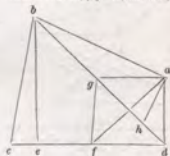
cathetus ae . erit .s.: deinde inueniam casum trigoni dae . super basem ae . sic: ex quadrato quidem, quod fit ex de ., auferam quadratum ex da ., scilicet 144. de 160., remanebunt .16.; quibus diuisis per ae ., uenient .2.; quibus additis cum ae ., erunt 10.; cuius dimidium, scilicet .5., est maior casus á latere maiori de .: quare ponam h . super punctum casus, ut sit eh . 5. remanebunt pro ah . 3.: ergo si quadratum lineę ah . auferatur ex quadrato lineę da .; uel ex quadrato lineę de . auferatur quadratum lineę eh ., erit illud quod remanebit, scilicet 125., quadratum catheti dh . Et notandum, quod si angulus dah . esset rectus, tunc da . esset cathetus descendens á puncto d . caderet extra triangulum super lineam af .: similj quoque modo si angulus deh . esset rectus, tunc de . esset altitudo pyramidis; et obtusus esset angulus deh ., tunc cathetus descendens á puncto d . caderet inter puncta ec . extra triangulum: et si unusquisque angulorum dah . et deh . acutus esset, caderet utique tunc perpendicularis inter puncta ae . super lineam ae . Esto rursus pyramis, cuius summitas sit a .; basis quoque eius sit trigonum bcd . diuersilaterum, cuius latus bc . sit 13.; latus quoque cd . 14.; latus uero db . 15., cuius cathetus esto recta be .; ex reliquis uero lateribus descendentibus á puncto a . ad puncta bcd . sint latera ac . et ad . equalia, quorum unumquodque sit pedum .10.; reliquum uero latus ab . sit .15.: uolo ergo cathetum cadentem á puncto a . super planum, in quo est trigonum bcd ., inuenire. Protraham primum in trigono acd . cathetum af .; et per punctum f . in superficie trigoni bcd . protraham lineam fg . facientem rectos angulos gfd . et gfe .; et copulabo rectam ag .; et in trigono afg . super lineam fg . cathetum producam, que erit cathetus cadens á puncto a . super planum trigoni bcd .; que cathetus sic per numerum inuenitur: quia rectus est angulus gfd ., erit linea fg . equidistans catheti be .; quare est sicut df . ad de ., ita dg . ad db .: est enim de . 9, et df . est 7., scilicet dimidium ex ed ., cum equilurium sit trigonum acd .; ergo est sicut 7 ad 9., ita dg . ignota ad db . notam, que est .15.: quare si multiplicauerimus .7. per .15., et diuiserimus per .9., uenient $\frac{7}{3}$ 11. pro linea dg . Similiter si multiplicauerimus df . per be ., scilicet 7 per 12, et diuiserimus per de ., uenient $\frac{1}{3}$ 9 pro linea fg .: deinde in trigono abd . super latus bd . cathetum protraham ah ., et erit casus longior bh . $\frac{5}{3}$ 11.; breuior uero dh . erit $\frac{1}{3}$ 2.: quare quadratum catheti ah . erit $\frac{1}{9}$ 88; cum quo si addatur quadratum lineę hg ., quod est $\frac{1}{9}$ 69., erunt $\frac{1}{9}$ 158. pro quadrato lineę ag . Rursus si de quadrato lineę ad . auferatur quadratum ex df ., scilicet 49 de 100., remanebunt .51. pro quadrato lineę af .; ergo linea af . est radix de .51.; et linea ag . est radix de $\frac{1}{9}$ 158.; linea quoque fg . est $\frac{1}{3}$ 9.: et postquam habemus latera trigoni afg . nota, possumus notitiam catheti descendentis ab a . super lineam fg . habere per doctrinam, quam docuimus in dimentione embadorum triangulorum.

Rursus adiacet pyramis $abg.d$., cuius basis est trigonum abg . diuersilaterum; latera uero descendencia á puncto d . in puncta $ab.c$. sint similiter diuersa, et inaequalia; quare aliquando erit unum ex eis orthogonaliter erectum super trigonum abg ., et quandoque erunt omnia latera declinantia. Verbi gratia: sit latus ab . 10., et ag . 9., et bg . 5., et da . 15.; latus quoque db . 12., et gd . sit .12.; in hoc pyramide recta dg . est cathetus ipsius, cum quadrata linearum bg . et gd . equeantur quadrato lineę

* quadratum casus unumquodque *
(fol. 105 verso, lin. 1-14; pag. 170.
lin. 42 — pag. 171, lin. 12).

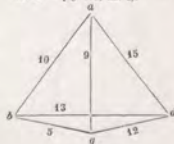


* lineam fg 7. per .15. s. (fol. 108 verso, lin. 24-30; pag. 171, lin. 20-27).



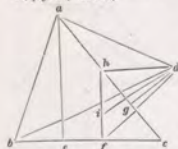
fol. 109 recto.

* diuersilaterum; . . . pyramide $abg.d$. *
(fol. 109 verso, lin. 7, 8-15; pag. 171,
lin. 28 — pag. 172, lin. 3).

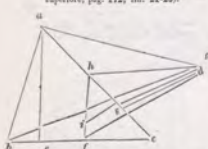


db.; nec non et quadrata linearum *dg.* et *ga.* equeuntur quadrato lineę *ad.*; ergo si tertia ex *dg.* ducatur per embadum trianguli *abg.*, habebitur embadum pyramidis *abgd.* Sed non sit cathetus pyramidis aliqua ex lineis descendantibus á summitate eius, ut in pyramide *abcd.*, cuius latus *ab.* sit .13., *bc.* 14., *ac.* 15.; latus quoque *bd.* 12., et *dc.* 13., et *da.* 14. Primum in triangulo *abc.* protraham cathetam *ae.*; et in trigono *dbc.* protraham cathetum *df.*; et per punctum *f.* protraham lineam *fh.* equidistantem catheto *ae.*, ut sit angulus *hfc.* rectus: deinde in trigono *dac.* protraham cathetum *dg.* super rectam *ac.*; ex quibus omnibus habebitur nota linea *dh.*; quare latera trigoni *dfh.* erunt nota; ergo et cathetus cadens in ipso á puncto *d.* super lineam *fh.* erit nota, que erit altitudo pyramidis. Verbi gratia: cathetus quidem *ae.* est .12.; casus quoque *be.* 3.; et casus *ec.* est .9. Similiter cathetus *df.* in superficie trianguli *dbc.* est .12.; et casus *fc.* est .5.; et quia *fh.* equidistans est catheto *ae.*, erit sicut *cf.* ad *ce.*, ita *fh.* ad *ae.*, et *ch.* ad *ca.*; quare *fh.* est $\frac{2}{3}$ 6., et *ch.* est $\frac{1}{3}$ 3.: deinde ut inueniamus cathetum *dg.*, auferam quadratum *dc.* ex quadrato lateris *da.*, scilicet 169 de 196., remanent .27.; quibus diuisis per *ac.*, ueniet $\frac{1}{5}$ 1.; quod addam cum *ae.*, erunt $\frac{13}{5}$ 16; cuius dimidium, scilicet $\frac{13}{10}$ 8., est casus maior *ag.*; quare casus minor *gc.* est $\frac{1}{10}$ 6.; et ex his habebuntur $\frac{1}{10}$ 11 pro catheto *dg.*: cuius quadrato si addatur quadratum ex *gh.*, habebuntur $\frac{1}{10}$ 123. pro quadrato lineę *dh.*; quare *dh.* est $\frac{1}{10}$ 11.: restat ut in trigono *dfh.* inueniamus cathetum cadentem á puncto *d.* super lineam *fh.*; et erit casus maior *fi* $\frac{1}{2}$ 4.; quare cathetus *di.*, qui est

• *dec.* ex quibus de 196., remanent s. fol. 109 recto, lin. 22-23 e 39; pag. 172, lin. 8-13).



• altitudo pyramidis *dec.* fuerit s. fol. 109 verso, lin. 1-3 e 4, e margine superiore; pag. 172, lin. 21-23).



fol. 109 v.

• sicut *be.* quod fit s. fol. 109 verso, lin. 16-32; pag. 172, lin. 24 — pag. 173, lin. 6).

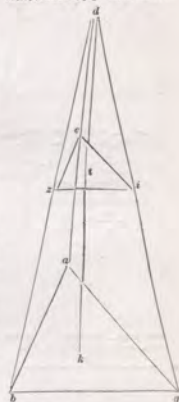


altitudo pyramidis, erit radix de $\frac{1}{10}$ 123.: in qua si multiplicauerimus tertiam embadi trigoni *abc.*, que est .28., habebimus radicem de 97029 pro embado pyramidis *abcd.* Notandum, quod si trigoni *dbc.* angulus *dc.* fuerit obtusus, tunc cathetus *df.* cadet extra triangulum *dbc.*, ut in hac alia cernitur formula, in qua ponimus latus *ac.* 13., et *bc.* 9.; latus quoque *ab.* radicem de 160.; et sit latus *da.* 19.; latus quoque *db.* 17.; latus uero *dc.* sit .10.: quare cathetus *ae.* erit .12.; et casus *be.* erit .4.; et *ec.* erit .5.: cumque extraxerimus quadratum *dc.* de quadrato lateris *db.*, remanebunt 189 diuidenda per *bc.*, scilicet per .9., uenient .21.; que si addita fuerint cum eisdem .9.; et summa diuidatur in duo equa, provenient .15. pro casu *bf.*; ergo punctus *f.* cadit extra *bc.*; et est *cf.* 36., cuius quadratum si auferatur ex quadrato lateris *dc.*, uenient .64. pro quadrato catheti *df.*; quare *df.* est .8.: deinde protraham lineam *fh.* equidistantem catheto *ae.*; et faciam eam concurrere cum linea *ba.* in puncto *h.*; et copulabo *dh.*, et erit trigonum *hbf.* orthogonum, et simile trigono *abe.*: quare erit sicut *be.* ad *ea.*, ita *bf.* ad *fh.*; quare *fh.* est .45., cuius quadratum, quod est 2025, si addiderimus cum quadrato basis *bf.*, quod est 225, uenient .2250 pro quadrato lineę *bh.* Vel quia est sicut *bc.* ad *bf.*, ita *ba.* ad *bh.*; si multiplicauerimus quadratum ex *bf.* per quadratum ex *ba.*, hoc est 225 per 160, et diuiderimus summam per quadratum ex *be.*, quod est 16, uenient similiter .2250. pro quadrato lineę *bh.*: deinde ut perueniamus ad notitiam lineę *dh.*, inueniam cathetum trigoni *dha.* cadentem á puncto *d.* super latus *ba.*; quod sic fit: ex quadrato, quod fit ex *da.*, auferam quadratum ex *db.*, scilicet 289 de 361, remanebunt .72. diuidenda per latus *ba.*, quod est radix de 160.; quare quadratum de 72, quod est 5184, diuidam per 160, et ueniet $\frac{3}{32}$ 32.; quibus additis cum 160, uenient $\frac{3}{32}$ 192.: de quibus si auferatur du-

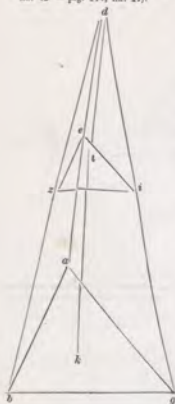
plum radices multiplicationis de $\frac{2}{3}$ 22 in 160.; quod duplum est .144., remanebunt $\frac{2}{3}$ 48. pro quadrato dupli minoris casus, qui sit .*bk.*; quare quadratum ex .*bk.* erit $\frac{4}{10}$ 12, scilicet quantum de $\frac{2}{3}$ 48; quibus $\frac{4}{10}$ 12 extractis de quadrato lineę .*db.*, remanebunt $\frac{2}{10}$ 276 pro quadrato catheti .*dk.*: deinde ut habeamus notitiam lineę .*kh.*, addam quadratum ex .*bk.* cum quadrato, quod fit a .*bh.*, scilicet $\frac{4}{10}$ 12 cum 2250, erunt $\frac{4}{10}$ 2262; ex quibus auferam duplum radices eius, quod fit ex $\frac{4}{10}$ 12 in 2250; quod duplum est .330., remanebunt $\frac{4}{10}$ 1932 pro quadrato lineę .*kh.*: cui si addatur quadratum ex .*dk.*, scilicet $\frac{2}{10}$ 276, uenient .2209. pro quadrato lineę .*dh.*; quare .*dh.* est 47.: deinde ut inueniamus cathetum|trigoni .*dsh.* cadentem a puncto .*d.* super latus .*fh.*, quod est .45.; et latus .*df.* est .8., operabimur suprascripto modo; et inueniemus, ipsum cathetum cadere extra lineam .*hf.* secundum quantitatem de $\frac{1}{3}$ 4; qui casus esto .*fl.*; et auferatur quadratum ex .*fl.*, quod est $\frac{2}{3}$ 4, ex quadrato ex .*df.*, quod est .64., remanebunt $\frac{2}{3}$ 62 pro quadrato lineę .*dl.*, scilicet cathetum pyramidis .*abcd.* Quod idem inuenies, si ex quadrato lateris .*dh.* auferatur quadratum casus .*hl.*; uel si ex quadrato lineę .*dc.* auferatur quadratum lineę .*cl.*; et est quadratum lineę .*cl.* equale duobus quadratis linearum .*cf.* .*fl.*: uel aliter protraham lineam .*ae.* in puncto .*m.*; et sit .*em.* equalis .*fl.*; quare tota .*am.* erunt $\frac{1}{3}$ 13.; et copulabo .*lm.*, que erit equalis ex .*ef.*, quod est .11.: addam quadrata linearum .*am* et .*ml.*, et habeo quadratum lineę .*al.*: quod si auferam ex quadrato lineę .*da.*, scilicet ex .361., remanent similiter $\frac{2}{3}$ 62 pro quadrato catheti .*dl.* Ex hoc ergo patet, quod recta .*dl.* orthogonaliter stat super planum .*fbh.*, cum faciat rectos angulos cum lineis .*lh.* .*la.* .*lc.*: deinde si cathetum .*dl.* multiplicauerimus per tertiam trigoni .*abc.*, que est .18., habebimus .20160 pro quadrato embadi totius pyramidis .*abcd.*; et sic in omnibus pyramidibus procedere studeas: potes etiam ad notitiam altitudinum omnium pyramidum cum instrumentis supradictis arundinum, uel cum filo, et plumbo uerissime peruenire. Et si basis alicuius pyramidis fuerit quadrilatera, aut multilatera, non minus tertia sue altitudinis, in totam basim erit multiplicanda; quia si basis, quodcumque sit laterum, in trigona diuisa fuerit; et ab angulis ipsorum triangulorum ad punctum altitudinis pyramidis recte protrahantur, resoluetur itaque tota pyramis in tot pyramides habentes bases triangulas, quot fuerint trianguli protracti in ipsa base; et erit altitudo omnium pyramidum una. Quare si tertia pars ipsius altitudinis ducatur in aream uniuscuiusque trianguli, hoc est in totam basim diuise pyramidis, nimirum embadum omnium pyramidum resolutorum, scilicet totius pyramidis, habebitur. Et si ab aliqua piramide auferatur pyramis aliqua per superficiem equidistantem sue basi; et uoueris scire embadum residui; quod curta, siue decurtata pyramis nuncupatur. Ex embado totius pyramidis embadum abscise pyramidis tolle: et quod remanserit, erit embadum decurtate pyramidis. Verbi gratia: si ex pyramide .*dabg.*, cuius basis est trigonum .*abg.*, auferatur pyramis .*dezi.*, cuius basis, scilicet trigonum .*ezi.*, sit equidistans basi .*abg.*; et uolumus embadum curte pyramidis .*abgezi.* inuenire. Ex embado quidem pyramidis | .*dabg.* tollemus embadum pyramidis .*dezi.*; et quod residuum fuerit, erit embadum decurtate pyramidis .*abgezi.*: uel aliter, quoniam trigonum .*ezi.* equidistans est trigono .*abg.*; et sunt latera trigoni .*ezi.* secantia superficies .*dab.* et .*dbg.* et .*dga.*, erunt etiam et latera ipsorum trigonorum equidistantia; latus quidem .*ez.* lateri .*ab.*, et latus .*ei.* lateri .*ag.*: similiter et latus .*zi.* lateri .*bg.*: et quoniam

fol. 110 recto.

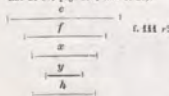
v. si cathetum . . . cuius basis s (fol. 110 recto, lin. 15-33; pag. 173, lin. 24-37)



fol. 110 verso.



et *aei.* . . . et latus s (fol. 141 verso,
lin. 26-30; pag. 174, lin. 17-22).



ADIACEAT . . . auferatur s (fol. 141
recto, lin. 11; pag. 174, lin. 36).

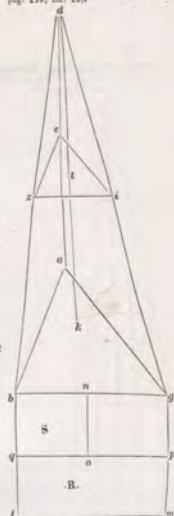


in trigonis *dab.* et *dag.* et *dbg.* protracte sunt recte *ez.* *ei.* *zi.* equidistantes basibus *ab.* *ag.* *bg.*, erunt anguli exteriores equales oppositis et interioribus angulis, siquidem qui sub *dez.* angulo qui sub *dab.*, nec non et anguli qui sub *dze.* et *dzi.* et *diz.* et *die.* et *dei.* angulis qui sub *dba.* et *dbg.* et *dgb.* et *dga.* et *dag.* sunt equales. Sunt enim et anguli *zei.* et *eiz.* et *ize.* equales angulis *bag.* et *agb.* et *gba.*, cum superficies *aei.* equidistet superfici *abg.* Quare anguli solidi qui ad *e.* et *z.* et *i.* pyramidis *dezi.* equantur angulis solidis, qui sunt ad *a.* et *b.* et *g.* Vnde patet, pyramidem *dezi.* similem esse toti pyramidi *dabg.* Similes ergo pyramides ad se inuicem sunt in triplici proportionem similium laterum: quare proportio pyramidis *dabg.* ad pyramidem *dezi.* est proportio triplicata lateris *bg.* ad latus *zi.*; quare ponamus esse sicut *bg.* ad *zi.*, ita quantitas *c.* ad *f.*; et sicut *c.* ad *f.*, ita *f.* ad *x.* et *x.* ad *y.*; et erit *c.* ad *y.* proportio triplicata lateris *bg.* ad latus *zi.* Quare est sicut *c.* ad *y.*, ita pyramis *dabg.* ad pyramidem *dezi.*: auferatur quidem ex quantitate *c.* quantitas *y.*, et remaneat quantitas *h.*; erit deinceps sicut *c.* ad *y.*, ita quantitas *h.* *y.* ad quantitatem *y.* Ergo est sicut quantitas *h.* *y.* ad quantitatem *y.*, ita pyramis *dabg.* ad pyramidem *dezi.*: erit ergo disunctim sicut *h.* ad *y.*, ita curta pyramis *abgezi.* ad pyramidem *dezi.* Vnde si latera trigonorum *abg.* et *aei.*; et altitudo pyramidis *dabg.* erunt nota, erit siquidem notum, per ea que dicta sunt, embadum curte pyramidis *abgezi.* Que ostendantur cum numeris. Sit latus *ab.* 12., et *ag.* 13., et *bg.* 14.; et altitudo pyramidis *dabg.*, que sit recta *dk.*, sit 24.; et super dimidio laterum *da.* *db.* *dg.* transeat superficies trigoni *aei.*; et erit latus *ez.* $\frac{1}{2}$ 6; et latus *ei.* $\frac{1}{2}$ 7; latus quoque *zi.* erit 7.; et cathetum *dk.* ponamus 24., que secta est á superficie *aei.* in duo media in puncto *t.* Et ponamus quantitatem *c.* esse 8.; et quia latus *bg.* duplum est lateri *zi.*, erit quantitas *c.* duplum quantitatis *f.*, et *f.* quantitatis *x.*, nec non et *x.* duplum est quantitatis *y.*; quare *f.* est 4., et *x.* 2., et *y.* est 1.; et tollatur ex quantitate *c.* equalis | quantitati *y.*, scilicet 1. de 8, remanebunt 7. pro quantitate *h.*: et quia inuenimus esse sicut *h.* ad *y.*, ita pyramis curta *abgezi.* ad pyramidem *dezi.* Est enim *h.* septuplum ex *y.*; quare decurtata pyramis *abgezi.* est septuplum pyramidis *dezi.* Sed pyramis *dezi.* est 84., que proueniunt ex ductu tertie partis altitudinis *dt.*, que est 4., in triangulum *aezi.*, qui est 21. Quare si multiplicauerimus 84. per 7., habebimus 588. pro embado curte pyramidis *abgezi.*: uel si ex tota pyramide *dabg.*, que est 672; que proueniunt ex ductu tertie partis altitudinis *dk.*, que est 8., in triangulum *abg.*, qui est 84., extraxerimus 84., scilicet pyramidem *dezi.*, remanebunt similiter 588 pro pyramide *abgezi.*

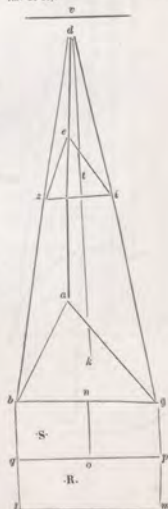
ADIACEAT RURSUS pyramis *dabg.*, cuius summitas sit *d.*; et auferatur á pyramide *dabg.* pyramis *dezi.* cum superficie *aei.* equidistante basi *abg.*; et protrahatur in ea á puncto *d.* cathetus *dtk.* Dico quod embadum curte pyramidis *abgezi.* prouenit ex ductu tertie partis altitudinis ipsius, que est *ek.*, in summam arearum basis, et capitis illius, et superfici, que est in proportionem media inter superficiem basis, et superficiem capitis. Quod sic probatur: super rectam quidem *bg.* ordinabo superficiem rectiangulam *bm.* equalem superfici *trianguli abg.*; et ponam lineam *ng.* equalem lineę *zi.*; et applicabo super rectam *ng.* superficiem rectiangulam *nopg.*

equalem superficiei trianguli $\triangle ezi$; et ducam rectam po . in q . Dico primum, superficiem np . similem esse superficiei bm . Quod sic probatur: quoniam, ut in antecedente figura, trigona abg . et ezi . demonstrata sunt equiangula esse, erunt etiam propter hoc sibi inuicem similia. Similia uero trigona in duplici proportionem sunt similitum laterum. Latera quidem bg . et zi . sibi inuicem sunt similia; quare proportio trigoni abg . ad trigonum ezi . est duplicata lateris bg . ad latus zi .: sit itaque sicut bg . ad zi . ita zi . ad u .; quare est sicut bg . ad v . ita trigonum abg . ad trigonum ezi . Sed trigono abg . equalis est superficies rectiangula bm . et trigono ezi . equalis superficies np . Quare erit sicut bg . ad v . ita superficies bm . ad superficiem np .: et est ng . equalis recte zi . Vnde est sicut bg . ad ng . ita ng . ad v . Et quando tres recte continue proportionales sunt, erit sicut prima ad tertiam, ita figura, que est a prima, ad figuram que est ad secundam similem, et similiter descriptam. Vnde est sicut bg . ad v . ita quadrilaterum bm . ad quadrilaterum descriptum a linea gn . simile quadrilaterum bm . Vnde si quadrilaterum np . non est simile quadrilatero bm . describentur super lineam ng . et in angulo ngm . aliud quadrilaterum, quod erit maius, uel minus quadrilatero np .: ad quod quadrilaterum bm . descriptum a linea bg . haberet proportionem eam quam habet bg . ad v . Sed sicut bg . ad v . ita demonstratum est quadrilaterum bm . ad quadrilaterum np .: ergo quadrilaterum bm . ad duo diuersa haberet eandem proportionem; quod est inconueniens. Simile est ergo quadrilaterum np . quadrilatero bm . ut predixi. Similes quidem superficies circaequales angulos latera habent proportionalia. Vnde est sicut bg . ad gm . ita ng . ad gp .: permutatim ergo est sicut bg . ad ng . ita mg . ad pg . Sed sicut mg . ad pg . ita superficies bm . ad superficiem bp .; et etiam sicut bg . ad ng . hoc est sicut mg . ad pm . ita superficies bp . ad superficiem pn .; ergo est sicut superficies bm . ad superficiem bp . ad superficiem pn . Quare superficies bp . est media in proportionem inter superficiem bm . et superficiem pn . hoc est inter superficiem abg . et trigonum ezi . Quare ostensum est quod multiplicatio tertie partis tk . in coniunctum ex superficiebus trigonorum abg . et ezi . et superficiei bp . hoc est in coniunctum ex superficiebus bm . et bp . et pn . faciat embadum abscissionis $eziabg$.: primum quidem manifestum est quod embadum totius pyramidis $dagb$. habetur ex multiplicatione tertie partis altitudinis dk . in superficiem trianguli abg . hoc est in superficiem bm .; ergo ex ductu dk . in superficiem bm . prouenit triplum aree pyramidis $dagb$. Sed multiplicationi dk . in superficiem bm . equales sunt multiplicationes ex dt . et tk . in superficiem bm .; ergo ex multiplicationibus dt . in bm . et ex tk . in bm . prouenit triplum aree pyramidis $dagb$.: de quo triplo si auferatur triplum aree pyramidis $dezi$.; quod triplum habetur ex ductu dt . in superficiem trianguli ezi . hoc est in superficiem np . remanebit multiplicatio ex tk . in superficiem bm . et ex dt . in superficiem R . et S . pro area tripli curte pyramidis eg .: his itaque demonstratis, copulabo rectas bk . et zt . que erunt in superficie trianguli dkb .; et erunt recte bk . et zt . equidistantes. Quare est sicut bd . ad zd . ita kd . ad dt . Sed sicut bd . ad zd . ita bg . ad ng . et mg . ad pg .: quare diuisum erit sicut bn . ad ng . uel sicut mp . ad pg . ita kt . ad dt . Sed sicut mp . ad pg . ita superficies qm . ad superficiem bp .; quare multiplicatio tk . in superficiem bp .

et a pyramide quod erit e (fol. 111 recto, lin. 12-35; pag. 174, lin. 96 — pag. 175, lin. 16).



et auius, uel superficiem bm . et e (fol. 111 verso, lin. 1-24; pag. 175, lin. 16-37).



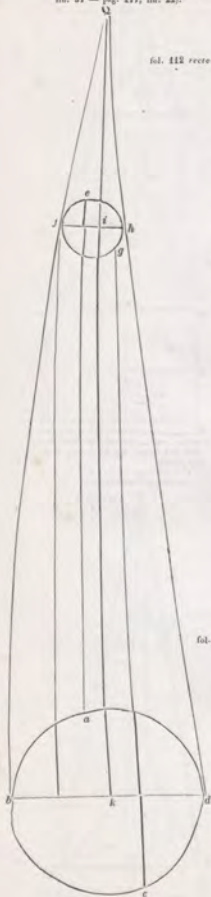
* curtam pyramidem ... erit .2.; quia *
(fol. 112 verso, lin. 2-35; pag. 476,
lin. 37 — pag. 477, lin. 22).

fol. 112 recto.

fol. 112 verso?

equalis est multiplicationi ex *dt.* in superficiem *.R.*, hoc est in superficiem *.qm.* Rursus quia est sicut *.bn.* ad *.ng.*, ita *.tk.* ad *.dt.*; et est sicut *.bn.* ad *.ng.*, ita superficies *.S.*, hoc est superficies *.bo.*, ad superficiem *np.*: quare multiplicatio ex *tk.* in superficiem *np.* equatur multiplicationi ex *dt.* in superficiem *.S.*; ergo multiplicatio ex *tk.* in coniunctum ex superficiebus *bp.* et *pn.* equalis est multiplicationi *dt.* in superficiem *.R.* *S.*: communiter adiaceat factum ex *tk.* in superficiem *.bm.*, erit multiplicatio *tk.* in superficies *.bm.* *bp.* et *.pk.* equalis multiplicationi *tk.* in *.bm.*, et ex *de.* in superficies *.R.S.* Sed ex multiplicatione *tk.* in superficiem *.bm.*, et ex *dt.* in superficies *.rs.* provenit triplum aree curte pyramidis *.eg.*; ergo ex ductu *tk.* in superficies *.bm.* *bp.* *pm.*, hoc est in superficies trigonorum *.abg.* *ezi.*, et in superficiem *bp.*, que est media inter ipsa trigona, provenit triplum embadi abscise pyramidis *.eg.* Quare multiplicatione tertie partis ex *tk.* in superficies trigonorum *.abg.* et *ezi.*, et in superficiem *bp.* provenit embadum propositae abscisionis pyramidis; et hoc est quod volui demonstrare. Et si numeris utilibet. Esto latus *.bg.* palmorum .12.; cathetus cadens in triangulo *.abg.* a puncto *a.* super latus *.bg.* sit .15.; latus quoque *.zi.* sit .4.; altitudo quidem *tk.* esto 12. Quare erit sicut .3. ad .1., ita *.bg.* ad *.zi.*: triplum est enim latus *.bg.* lateris *.zi.*; et est sicut *.bg.* ad *.zi.*, ita *.zi.* ad *.v.*; quare *.bg.* nonnuplum est ex *v.*: et quia est sicut *.bg.* ad *v.*, ita superficies trigoni *.abg.* ad superficiem trigoni *ezi.* Superficies ergo trianguli *.abg.* est nonupla trianguli *ezi.* Nam superficies trianguli *.abg.* est palmorum .90. quadratorum, qui colliguntur ex ducto catheto predicto in dimidium basis *.bg.*: quare nona pars de palmis .90., scilicet .10., est area trianguli *ezi.*; superficies uero cadens inter triangulum *.abg.*, et triangulum *ezi.*, in proportione media est .30.; quia est sicut 90 ad 30., ita 30 ad .10. Collectis itaque his tribus superficiebus in unum, scilicet 90 et 30 et 10., faciunt .130.; quibus ductis per tertiam *tk.*, scilicet per 4., venient palmi cubici .520. pro area curte pyramidis *.eg.* Ad quam etiam summam veniemus, si ex toto pyramide *.dabg.* auferamus pyramidem *.dezi.*; quod sic fit. Quoniam est sicut *.bg.* ad *.zi.*, hoc est sicut *.bg.* ad *ng.*, ita *.dk.* ad *dt.*: disiunctim ergo erit sicut *bn.* ad *ng.*, ita *kt.* ad *td.*: quare si multiplicaverimus *ng.* per *kt.*, hoc est 4 per 12., et diuiserimus per *ba.*, hoc est per *s.*, venient .6. pro catheto *dt.*; quare tota *dk.* erit .18.; ex quibus tertia ducta in trigonum *.abg.*, scilicet in .90., venient .540. pro embado totius pyramidis *.dabg.*; de quo embado si auferatur embadum pyramidis *.dezi.*, scilicet .20., que proveniunt ex ducta tertia catheti *dt.* in triangulum *ezi.*, scilicet de .2. in .10., remanebunt .520., ut supra, pro embado curte pyramidis *.eg.* Similiter ostenditur eisdem demonstrationibus, si basis alicuius curte pyramidis fuerit quadrilatera, uel multilatera, uel circularis, ex eis omnia que dicta sunt euenire; tamen ut hoc opus magis perfectum sit, quandam curtam pyramidem habentem basem, et caput circulares proponamus.

Esto quidem pyramis curta *.ec.*, cuius basis sit circulus *abcd.*, et eius caput sit circulus *efgh.*, et altitudo eius sit linea *ik.*, cuius termini sunt centra circulorum predictorum; et protrahantur dyametri ipsorum *bd.* et *fh.*; et sint ipsi circuli sibi inuicem equidistantes. Quare multiplicabitur tertia ex *ik.* in summam superficierum circulorum *abcd.* et *efgh.*; et eius superficie, que est media in proportione utriusque

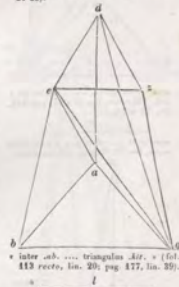


circulj. Verbi gratia: semi *bd.* pone inter utrumque in proportione media semidiametrum *bk.* et *ifl.m.* lineam, cuius spatio circinetur circulus *mno.* Dico primum, circulum *mno.* cadere in proportione media inter circulum *abc.*, et circulum *efg.* PROBATIO. Quoniam est sicut *bk.* recta ad rectam *lm.*, ita recta *lm.* ad rectam *if.* Quare erit sicut *bk.* ad *fi.*, ita quadratum ex *bk.* ad quadratum ex *lm.* Sed sicut quadratum ex *bk.* ad quadratum ex *ml.*, ita quadratum dyametri *bd.* ad quadratum dyametri *pm.* Est enim sicut quadratum dyametri *bd.* ad quadratum dyametri *pm.*, ita circulus *abcd.* ad circulum *mnp.*: ergo est sicut quadratum semidiametri *bk.* ad quadratum semidiametri *ml.*, ita circulus *abc.* ad circulum *mno.*; et quia est sicut *bk.* ad *lm.*, ita *lm.* ad *if.* erit sicut quadratum ex *bk.* ad quadratum ex *n.q.m.*, ita quadratum ex *lm.* ad quadratum ex *if.* Quare est sicut quadratum ex *ml.* ad quadratum ex *if.*, ita circulus *abc.* ad circulum *omn.* Est etiam et sicut quadratum ex *lm.* ad quadratum ex *if.*, ita circulus *omn.* ad circulum *ofg.* Ostensum est enim esse sicut quadratum ex *mb.* ad quadratum ex *if.*, ita circulus *abc.* ad circulum *omn.*; ergo est sicut circulus *abc.* ad circulum *omn.*, ita circulus *omn.* ad circulum *efg.*; ergo circulus *omn.* medius est in proportione inter circulum *abc.*, et circulum *efg.*; et hoc uolui demonstrare. Et ut habeamus summam super ex horum suma trium circulorum, aggregabimus quadrata semidiametrorum *bk. ml. fi.* in unum; et quod prouenerit, ducemus in $\frac{1}{2}$ 3., et habebimus summam arcarum ipsorum trium circulorum; quam si duxerimus in tertiam altitudinis *ik.*, habebimus embadum curte pyramidis *ec.* Que ostendantur cum numeris. Sit semidiameter *bk.* 4., et semidiameter *if.* sit 1. Quare semidiameter *lm.* erit 2.; quia | est sicut 4. ad 2., ita 2. ad 1.; et aggregemus quadrata horum trium semidiametrorum, scilicet 16. et 4. et 1., erunt 21.; quibus ductis in $\frac{1}{2}$ 3., uenient 66.; quibus ductis in tertiam altitudinis *ik.*, que sit 5., uenient pro embado totius pyramidis *ec.* 330. Et si uolumus supplere totam pyramidem *qabcd.*, intelligemus, trigonum *qbd.* secare pyramidem *qabcd.* in duo equa, in cuius superficie est cathetus *ik.*: quo catheto protracto in *q.*, erit linea *kq.* cathetus trianguli *qbd.*; in quo si protrahamus lineam *fr.* equidistantem lineę *ik.*, erit linea *fr.* equalis lineę *ik.*, cum equidistans sit linea *fi. ke. bk.*; et erit *rk.* equalis lineę *fi.*; et trigona *qif.* et *frb.* erunt sibi innicem similia. Vnde si extraxerimus *kr.*, hoc est *if.* ex *kb.*, remanebit *br.* 3.: et quia est sicut *br.* ad *rf.*, ita *fi.* ad *iq.*: si multiplicamus *rf.* per *if.*, et diuiderimus per *br.*, uenient 5. pro catheto *qi.* Quare tota *qk.* est 20., que est altitudo pyramidis *qabcd.*

DEMONSTRO rursus aliter quomodo ex ductu altitudinis cuiuscunque pyramidis decurtatę in summam superficiem basis et capitis ipsius, et eius superficie, que media est in proportione inter utramque, egrediatur triplum ipsius pyramidis decurtatę. Ad quod demonstrandum, adiaceat pyramis decurtata *abgdez.*, cuius basis sit triangulus *abg.* maior; et eius caput sit triangulus *dez.* minor equidistans basi. laceat quidem inter *ab.* et *de.* in proportione media recta *it.*, et triangulus *kit.* similis unicuique triangulorum *abg.* et *dez.*; et erit sicut *ab.* prima ad *de.* tertiam, ita trigonum *abg.* ad trigonum *kit.* Sit rursus sicut *it.* ad *de.*, hoc est sicut *ab.* ad *it.*, ita *de.* ad *i.* permutatim erit sicut *bg.* ad *de.*, ita *it.* ad *i.* Sed sicut *it.* ad *b.*, ita trigonum *kit.* ad trigonum *dez.*; ergo equale est sicut trigonum *abg.* ad trigonum

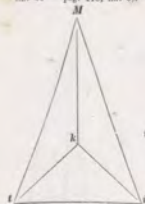
fol. 113 recto.

* *Ag. ethetus* laceat quidem * (fol. 113 recto, lin. 7-19; pag. 177, lin. 27-38).



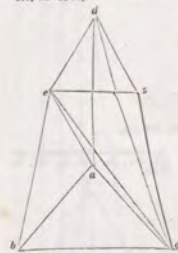
* inter *ab.* triangulus *kit.* * (fol. 113 recto, lin. 20; pag. 177, lin. 39).

* ad *de.* tertium *ag.* et *dp.*; et *
(fol. 113 verso, lin. 22-24; pag. 177,
lin. 40 — pag. 178, lin. 5).



f. 113 r:

* trisectis eorum ad pyramidem *
(fol. 113 verso, lin. 4-16, 17; pag. 178,
lin. 11-24).



* pyramidem *gdez.* diuisa est *
(fol. 113 verso, lin. 16 + 17; pag. 178,
lin. 22 + 23).

* recta *ab.* et earum * (fol. 113
verso, lin. 19-22; pag. 178, lin. 24-27).



f. 114 r:

kit., ita trigonum *kit.* ad trigonum *dez.*; ergo trigonum *kit.* est in proportione media inter trigonum *abg.* et trigonum *dez.* Eleuetur siquidem super trigonum *kit.* cathetus *km.* equalis catheto cadenti inter triangulum *daz.*, et triangulum *abg.*; et copulentur recte *mi.* et *mt.*; et erit altitudo pyramidis *mkit.* equalis altitudini pyramidis decurtatę *abgdez.* De inde protrahantur recte *ae.* et *ag.* et *dg.*; et fient in dicta pyramide decurtata tres pyramides continue proportionales, quarum maior est pyramis *abge.*, media *agde.*, minor uero *dgze.* Quod sic probatur. Quoniam linee *de.* et *ab.* equidistantes sunt; et in eis sunt trigona *abe.* et *ade.*, erit altitudo utriusque trianguli una; quare erit sicut *ab.* ad *de.*, ita trigonum *abe.* ad trigonum *ade.*; ita pyramis *gabe.* maior ad pyramidem *gade.* mediam. Sunt enim ambe pyramides sub altitudine una, que est á *g.* puncto; quia est sub tractus eorum ad planum *dabe.*; ergo est sicut *eba.* ad *de.*, ita pyramis *gab.* ad pyramidem *gdae.* Rursus quia equidistantes sunt recte *ag.* ad *dz.*, ita trigonum *agd.* ad trigonum *gdz.* Sed sicut trigonum *agd.* ad trigonum *gdz.*, ita pyramis *eagd.* media ad pyramidem *edgz.* minorem, cum sint sub una altitudine: habent enim caput unum, quod est *e.*; et bases eorum sunt in uno plano, scilicet in eo, in quo est quadrilaterum *dagz.*; ergo est sicut *ag.* ad *dz.*, ita pyramis *edg.* ad pyramidem *edgz.* minorem. Sed sicut *ag.* ad *dz.*, ita *ab.* ad *de.*, cum trigona *abg.* et *dez.* sint equidistantia. Ostensum est etiam et sicut *ab.* ad *de.*, ita pyramis *gab.* maior ad pyramidem *gade.* mediam; et est etiam sicut *ab.* ad *de.*, hoc est sicut *ag.* ad *dz.*, ita pyramis *gade.* media ad pyramidem *gdez.* minorem. Quare est sicut pyramis *abg.* ad pyramidem *eagd.*, ita pyramis *eagd.* ad pyramidem *gedz.* Quare tota pyramis *abgdez.* decurtata diuisa est in tres pyramides continue proportionales, in ea uidelicet, in qua est recta *ab.* ad rectam *de.*: sed sicut *ab.* ad *de.*, ita fuit triangulus *abg.* ad triangulum *kit.* Sed sicut triangulus *abg.* ad triangulum *kit.*, ita pyramis *eabg.* ad pyramidem *mkit.*: sunt enim ambe sub equali altitudine; ergo est sicut *ab.* ad *de.*, ita pyramis *eabg.* ad pyramidem *mkit.* Demonstratum est etiam sicut *ab.* ad *de.*, ita pyramis *eabg.* ad pyramidem *gdae.*; ergo pyramis *eabg.* ad duas pyramides, que sunt *mkit.* et *gdae.*, eandem proportionem habent: quare equalis est pyramis *mkit.* pyramidi *gade.* Quare erit sicut pyramis *gdae.* ad pyramidem *gdez.*, hoc est sicut *ab.* ad *de.*, ita pyramis *mkit.* ad pyramidem *gdez.*: pyramides ergo *eabg.* et *mkit.* et *gdez.* continue proportionales sunt, et sub equali altitudine, nec non et toti pyramidi *abgdez.* equantur. Unde si ducatur altitudo eorum in bases ipsorum, scilicet in trigona *abg.*, *kit.*, *dez.*, nimirum triplum ipsorum pyramidum, hoc est totius decurtatę pyramidis *abgdez.* deueniet; et hoc est quod uolui demonstrare.

Explicatis his que ad areas cubicas pyramidum, et earum partium pertinent.

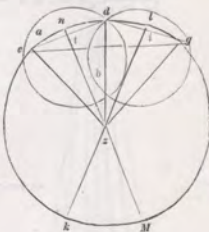
Nunc tractemus de his que spectant ad mensurationem, et earum partium.

Si infra speram summatur punctus, á quo quatuor recte sibi inuicem equales [ad superficiem sperę concurrent; et termini ipsarum non sint in una superficie plana; punctus erit centrum sperę. Verbi gratia: sit spera *ab.*; et in ipsa sit punctus *z.*, á quo protracte sint quatuor recte *zb.* *zg.* *zd.* *ze.* sibi inuicem equales; et non sint puncta *b.g.d.e.* in una superficie plana. Dico, punctum *z.* esse centrum sperę *ab.*

Probatio: protrahantur á puncto *.b.* in puncta *.g.d.e.* recte *.bg.bd.be.*; et copulentur recte *.dg.de.*, et erunt omnes iste recte infra speram. Et quoniam omne trigonum, ut in undecimo habetur EUCLIDIS, est in uno plano, erunt puncta *.bg.d.* in uno plano; et puncta *.b.d.e.* in alio; circa que puncta circinentur circuli *.bgd.* et *.bde.*; et á puncto *.z.* ad plana circulorum *.bgd.bde.* perpendiculares protrahantur *zi.zt.*, et emittantur ab utraque parte in puncta *.kl.m.n.*; et per punctum recte protrahatur *.ib.ig.id.* Et quoniam *.zi.* stat orthogonaliter super planum circuli *.bgd.*, erunt siquidem anguli *.zib.* et *.zig.* et *.zid.* recti: et quia recte *.zb.zg.zd.* sibi inuicem equales sunt; et in comune iacet recta *.zi.*; erit itaque recte *.ib.* et *.ig.* et *.id.* sibi inuicem. Quare ut in EUCLIDE habetur, *i.* punctus centrum est circuli *.bgd.*; et quoniam *.kl.* transit per centrum circuli *.bgd.* orthogonaliter, erit ipsa *.kl.* dyameter sperg; et puncta *.kl.* erunt poli circuli *.bgd.*, ut in libro MILES. et TEODOSII probatum est; propter quod in linea *.kl.* est centrum sperg. Similiter ostendetur, punctum *.t.* esse centrum circuli *.bde.*; propter quod et linea *.mn.* probatur esse dyameter sperg *.ab.*; quare in recta *.mn.* est centrum sperg; et quia *.z.* punctus est in utroque dyametro *.kl.* et *.mn.*, patet ipsum esse centrum sperg, ut predixi.

Cum linea que protrahitur ex puncto capitis omnis pyramidis columnę ad centrum basis eius perpendicularis super basim ipsius; tunc lineę rectę, que protrahuntur ex puncto capitis eius ad circulum continentem superficiem basis eius sunt equales: et multiplicatio unius linearum que protrahuntur ex capite eius ad circulum continentem basim eius in medietatem circuli continentis basi eius est embadum superficię pyramidis columnę, hoc est eius que est inter punctum capitis, et lineam continentem circulum basis. Verbi gratia: esto pyramis columnę *.abgd.*, cuius summitas sit *.a.*; et eius basis sit circulus *.bgd.*, cuius centrum est *.e.*; et linea *.ae.* orthogonaliter erecta sit super planum circuli *.bgd.*; et á puncto *.a.* ad lineam continentem circulum *.bgd.* per superficiem pyramidis *.abgd.* protrahatur quocumque recte *.ab.ag.ad.* Dico quidem, rectas *.ab.ag.ad.* sibi inuicem | equales esse. Probatio: protrahantur á centro *.e.* recte *.eb.eg.ed.*; que omnes sibi inuicem equales sunt á centro. Et quoniam *.ae.* perpendicularis est super planum circuli *.bgd.*, erunt anguli *.aeb.* et *.aeg.* et *.aed.* recti. Quare orthogonia sunt trigona *.aeb.* et *.aeg.* et *.aed.*, et habent bases equales, que sunt *.eb.eg.ed.*; et latus *.ae.* est comune eis. Quare latera subtendentia angulos rectos, que sunt *.ab.ag.ad.* sibi inuicem sunt equalia: et propter hoc est manifestum, quod omnes rectę, que protrahi possunt ab *.a.* ad lineam circumferentem *.bgd.*, equantur lineę *.ab.* Item dico, quod ex ductu *.ab.* in dimidium lineę circumferentis *.bgd.* promenit area superficię pyramidis *.abgd.*, que est á circulo basis *.bgd.* usque ad summitatem eius: si non fuerit ita, tunc sit multiplicatio lineę *.ab.* in quantitatē longiorem, aut breuiorem medietate circumferentię circuli *.bgd.* ipsum embadum superficię pyramidis *.abgd.*; et sit quantitas *.iz.*; et duplum *.iz.* est longius circulo *.bgd.* Ergo faciam super circulum *.bgd.* figuram rectilineam habentem latera, et angulos equales continentem ipsum; et sint latera eius aggregata, minus duplo lineę *.iz.*, que sit figura *.tkl.*: et protraham lineas *.at.ak.al.*; et ostendam, lineam *.ab.* perpendicularē esse super lineam *.bk.* hoc modo: protraham lineam *.et.*, et erunt quadrata linearum *.eb.* et *.bt.* equalia quadrato lineę *.et.* Comune adiaceat quadratum

erant siquidem utroque dyametro .
(fol. 114 recte, lin. 13-23; pag. 479, lin. 7-15).



fol. 114 verso.

equales esse lineam *.ab.* . (fol. 114 verso, lin. 1-17; pag. 479, lin. 27-42).



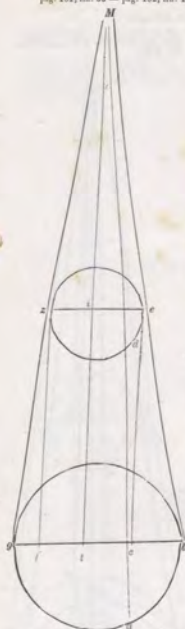
duo puncta *b.c.*; et sit arcus *bc.* minor semicirculo; et protraham à punctis *b.c.* dyametros *bd.ce.*; et copulabo rectas | *ab.ac.ad.ae.* et *be.*; et signabo super lineas *ab.* et *ac.* et *ad.* et *ae.* super comunem sectionem, quam habent ipse recte cum superficie *hikl.* puncta *h.i.k.l.*; et quoniam trigona *abd.* et *ace.* sese inuicem secant super puncta *af.*, comunis eorum sectio erit linea recta, que est linea cadens perpendiculariter ab *a.* in *af.*; ergo linea *af.* est axis pyramidis *abcd.*, quam secat superficies *hikl.* super punctum *m.* Rursus quoniam trigona *abd.* et *ace.* et *abe.* secant duas superficies equidistantes *bcd.e.* et *hikl.*, erunt comunes earum sectiones equidistantes; hoc est recta *hk.* equidistat recte *bd.*, et recta *il.* recte *ce.*, et recta *hi.* recte *be.*; et quoniam in trigono *abd.* protracta est recta *hk.* equidistans basi *bd.*, erit sicut *a.b.* ad *ah.*, ita *bd.* ad *hk.*. Est enim sicut *ba.* ad *ah.*, ita *ac.* ad *ai.*; cum in triangulo *abc.* equidistans basi *bc.* protracta sit linea *hi.*; et est sicut *ac.* ad *ai.*, ita *ce.* ad *il.*; ergo erit sicut *ab.* ad *ah.*, ita *ce.* ad *il.* Est enim ut *ab.* ad *ah.*, ita *bd.* ad *dk.*; per equale ergo erit sicut *bd.* ad *hk.*, ita *ce.* ad *il.*; permutatim ergo ut *bd.* ad *ce.*, ita *hk.* ad *il.*; est enim *bd.* equalis *ce.*; quare recta *hk.* equalis est recte *il.*; et quoniam in trigonis *afb.* et *afc.* et *afd.* et *afe.* protracte sunt recte *hm.im.km.lm.* equidistantes suis basibus *bf.cf.df.ef.*, erit sicut *bf.* ad *fa.*, ita *hm.* ad *ma.*; et sicut *cf.* ad *fa.*, ita *im.* ad *ma.*; nec non et sicut *df.* ad *fa.*, ita *km.* ad *ma.*; et sicut *ef.* ad *fa.*, ita *lm.* ad *ma.*. Sed proportio linearum *bf.cf.df.ef.* ad *fa.* est proportio una; cum ipse quatuor recte sibi inuicem equantur. Sunt enim omnes à centro, et circulj omnes deducte. Quare proportio rectarum *hm.im.km.lm.* ad *ma.* est similiter proportio una: propter quod patet, ipsas sibi inuicem equales esse; et ducuntur à puncto *m.* ad comunem sectionem superficies *hikl.*, et pyramidis *abcd.* Quare manifestum est, superficiem *hikl.* circulum esse: et eius centrum est *m.*, per quod centrum transit axis *af.*; et hoc est quod uolui demonstrare.

Ex omni portione pyramidis columnę, cuius basis est circulus, et cuius superius est circulus, et cuius basis superficies equidistat superfici ei superioris eius; et linea que egreditur ex centro basis eius ad centrum superfici ei superioris eius est perpendicularis super duas superficies; tunc si protrahantur in basi eius, et in circulo, quod est in superiore eius, due dyametri equidistantes; et continuatur quod est inter duas extremitates duarum dyametrorum per duas lineas, erit multiplicatio unius earum in medietatem | circumferentię amborum circularum, area superfici ei, que continetur t. 116. inter utrumque circumlum. Verbi gratia: Sit pyramis columnę decurtata *abgdz.*, cuius basis sit circulus *abg.*, et eius caput sit circulus *dez.*; qui circulj sibi inuicem equidistant: et copulata in centris eorum recta *it.* perpendicularis utrique circulo: et producantur duo dyametri *bg.* et *ez.* sibi inuicem equidistantes: et copulentur extremitates eorum cum lineis *be.* et *gz.* Dico quod ex multiplicatione unius linearum *be.gz.* in medietatem circumferentię circularum *abg.dez.* provenit area superfici ei, que est inter circulum *abg.*, et circulum *dez.* Quod sic probatur. Compleatur pyramis *mabgz.*; et protrahantur recte *be.gz.* in punctum *m.*, et erunt recte *mb.* et *mg.* equales sibi inuicem: nec non et recte *me.* et *mz.* sibi inuicem equantur. Quare recta *be.* recte *gz.* equalis est. Et quoniam omnis circulus addit super suum dyametrum tri-

fol. 115 verso.

* *ab. ac. ad. ae. superiore cium a*
(fol. 115 verso, lin. 1-23; pag. 181,
lin. 2-31).





* arcus sunt . . . Et si ex * (fol. 116 verso, lin. 1-25; pag. 152, lin. 20-41).

(Figura simile alla precedente)

plum eius, et septimam, erit sicut circulus .*abg.* ad suum dyametrum .*bg.*, ita circulus .*dez.* ad suum dyametrum .*ez.*: et propter hoc erit sicut arcus .*bag.*, qui est medietas circuli .*abg.* ad dyametrum .*bg.*, ita arcus .*edz.*, qui est medietas circuli .*dez.* ad dyametrum .*ez.*: permutatim ergo est arcus .*bag.* ad arcum .*edz.*, sicut *bg.* ad *ez.* Sed sicut *bg.* ad *ez.*, ita .*mb.* ad *me.*, cum in triangulo .*mbg.* recta .*ez.* equidistans sit basi *bg.*: abscondam quidem ex arcu .*bag.* arcum .*ag.* equalem arcui .*edz.*; et erit proportio arcus .*bag.* ad arcum .*ag.*, sicut recta .*mb.* ad rectam .*me.*: quare disiunctim erit arcus .*ba.* ad arcum .*ag.*, sicut recta .*be.* ad rectam .*em.* Ergo multiplicatio .*me.* in arcum .*ba.* est sicut multiplicatio .*be.* in arcum .*ag.*, hoc est in arcum .*edz.*. Communiter si addatur multiplicatio .*be.* in arcum .*bag.*, et *be.* in arcum .*edz.* equales multiplicationibus .*be.* in arcum .*bag.*, et *em.* in arcum .*ba.*: communiter addatur multiplicatio .*em.* in *ag.*, hoc est ex *em.* in arcum .*edz.*, erit multiplicatio totius .*mb.* in arcum .*bag.* equalis multiplicationibus .*be.* in arcum .*bag.* et *edz.*, et ex *em.* in arcum .*edz.*. Sed multiplicatio .*mb.* in arcum .*bag.* est area superficiei pyramidis .*mbag.*, que est inter circulum .*abg.*, et punctum .*m.*; ergo multiplicatio .*be.* in arcum .*bag.* et *edz.* cum multiplicatione .*em.* in arcum .*edz.* facit eandem aream. Sed ex multiplicatione .*me.* in arcum .*edz.* provenit area pyramidis .*medz.*, que est inter circulum .*dez.*, et punctum .*m.* Quare residuum aree pyramidis .*abcd.*, quod est inter circulos .*abg.* et *dez.*, provenit ex *be.* in arcum .*bag.* et *edz.* qui | arcus sunt medietas circumferentie utriusque circuli; et hoc uolui demonstrare. Et ut probentur cum numeris; ponam dyametrum .*bg.* 14, et dyametrum .*ez.* duas quintas eius, que sunt $\frac{2}{5}$ s.; et lineam .*be.* 15, et *it.* $\frac{2}{5}$ 14; et copulabo rectam .*mi.*; et per puncta .*e.* et *z.* protraham lineas .*ec.* et *zf.* equidistantes recte .*it.*; et erunt recte .*ct.* et *tf.* equales, sicut sunt (sic) *ei.* et *iz.*; relique .*bc.* et *gf.* sibi inuicem equantur. Quare trigona .*ecb.* et *zfg.* similia sunt sibi inuicem et equalia: et anguli qui ad *b.* et *g.* equales sibi inuicem sunt: ergo trigonum .*mbg.* equicurrium est habens latera .*bm.* et *mg.* equalia: et quia recta .*ez.* equidistat recte .*bg.*, erit trigonum .*mez.* simile trigono .*mbg.*; ergo trigonum .*mez.* equicurrium est habens angulos qui ad *e.* et *z.* equales. Quare recta .*mi.* cathetus erit super .*ez.*, cum punctus *i.* sit super dimidium .*ez.*: fuit autem angulus .*tib.* rectus; quare patet, lineam .*mit.* esse continuatam; ergo .*mt.* est perpendicularis pyramidis .*mbag.*, et transit per centrum circuli .*edz.*: et quoniam recte .*mb.* et *mg.* sunt equales; si ab ipsis auferatur .*me.* et *mz.*, remanebunt .*eb.* et *zg.* sibi inuicem equales: ergo .*zg.* est 15: et quia .*ez.* ad .*bg.* est sicut 2 ad 5, est propter hoc .*me.* ad .*mb.* sicut 2 ad 5; quare .*me.* ex .*eb.* est $\frac{2}{5}$, scilicet .10: tota ergo .*mb.* erit 25: de cuius quadrato si auferatur quadratum ex *tb.*, quod est 49, remanebunt 576 pro quadrato catheti .*mt.*; et erit arcus .*bag.* 23, que proveniunt ex *tb.* ducta in $\frac{1}{5}$ 3; et erit arcus .*edz.* $\frac{1}{5}$ s., scilicet $\frac{2}{5}$ ex arcu .*bag.*: quibus arcibus in unum coniunctis faciunt $\frac{1}{5}$ 30; quibus multiplicatis in lineam .*eb.*, scilicet in 15, faciunt 462. pro area superficiei contente inter circulos .*abg.* et *dez.* Et si ex area superficiei pyramidis .*mbag.*, que provenit ex .*mb.* in arcu .*bag.*, scilicet de 25 in 22 tollatur area superficiei pyramidis .*mez.*, que provenit ex .*me.* in arcu .*edz.*, scilicet de 10 in $\frac{1}{5}$ s., remanebunt similiter 462. pro area contenta inter circulum .*edz.* et circulum .*bag.*; et hoc uolui declarare.

quadruplica; uel quadratum dyametri, quod est 49., per $\frac{1}{3}$ 3. multiplica, et habetur 154. pro area superficiei ipsius sperg: et si medietatem quadrati dyametri per $\frac{1}{3}$ 3. multiplicaueris, uel duplicaueris aream superscripti circuli, habebis utique .77. pro area superficiei medietatis sperg predictę. Et si 154., que sunt area superficiei totius sperg, in sextam dyametri sperg, scilicet in $\frac{1}{6}$ 1.; uel si tertiam partem de 154. in medietatem dyametri, que est $\frac{1}{2}$ 3., duxeris, habebis $\frac{1}{2}$ 179., que sunt area magnitudinis totius sperg: quia probatum est a sapientibus, quod multiplicatio tertie partis superficiei sperg in medietatem totius dyametri facit embadum totius sperg. Ad quod etiam demonstrandum adiaceat spera .ab.; et medietas dyametri eius sit linea .ag., et centrum eius sit punctus .g. Dico ergo quod multiplicatio .ag. in tertiam superficiei sperg .ab. est equalis embado corporis sperg .ab.; cuius hec est demonstratio. Si enim non est multiplicatio .ag. in tertiam superficiei sperg .ab. equalis corpori sperg, erit tunc equalis corpori sperg maioris spera .ab. aut minoris. Sit itaque in primis equalis spera maiori spera .ab.; et sit spera .de., que sit cum spera .ab. super centrum unum; possibile igitur est ut sit spera .de. figura corporis plurium basium, cuius basis sint non contingentes superficiem sperg .ab. Quare erit unaqueque perpendicularium, uel cadentium productarum ex centro .g. super superficiem eius maior linea .ag.: si ergo continentur anguli illius corporis uenientis in spera .de. cum centro sperg, prouenient pyramides, quarum omnium capita erit centrum sperg, et earum bases erunt bases corporis; et embadum uniuscuiusque pyramidis earum proueniet ex multiplicatione super perpendicularis in tertiam basis sug. Et propterea quod linea .ag., que est medietas dyametri sperg .ab., est minor unaqueque illarum perpendicularium, est uel erit propter illud multiplicatio lineę .ag. in tertiam cuiusque basis minor embado pyramidis, cuius basis est illa: ergo multiplicatio lineę .ag. in tertiam superficiei illius corporis est minor embado corporis: At superficies illius corporis est maior superficie .ab.; multiplicatio igitur .ag. in tertiam superficiei sperg .ab. erit multo minor embado corporis: et iam fuit posita multiplicatio lineę .ag. in tertiam superficiei sperg .ab. equalis sperg .de.; ergo oportet ut sit spera .de. multum minor corpore, quod est intra ipsam; quod est in possibile. Non igitur multiplicatio lineę .ag. in tertiam superficiei sperg .ab. est maior spera .ab. Et dico iterum quod non erit minor spera .ab. Quod si possibile est, tunc sit; erit ergo equalis sperg, que est minor spera .ab., sicut est spera .zh., que sit super centrum .g.: et possibile iterum est ut sit in spera .ba. corpus plurium basium, cuius bases non contingant superficiem sperg .zh. Quare erit unaqueque perpendicularium cadentium ex centro sperg .ab. super superficies illius corporis minor medietate dyametri sperg .ab., que est linea .ag.: erit ergo multiplicatio .ag. in tertiam cuiusque superficiei eorum maior embado pyramidis, cuius basis est illa superficies, et cuius caput est centrum .g.: multiplicatio igitur lineę .ag. in tertiam cuiusque superficiei sperg .ab. est maior plurimum embado corporis. Iam ante posita fuit equalis embado sperę .zh.; ergo spera .zh. est multo maior corpore: et ipsa est inter ipsum; hoc uero impossibile est: non igitur multiplicatio lineę .ag., que est medietas dyametri sperg .ab., in tertiam superficiei sug est maior corpore eius; ipsa igitur est equalis corpori eius; et id est cuius uolumus declarationem. Et cum hoc declaratum sit; et uolumus habere medietatem alicuius sperg, multipli-

* quod lineade. multum e (fol. 419 recto, lin. 22-23 et 23; pag. 486, lin. 21-22).



fol. 419 verso.

* sit; erit ergo tertiam cuiusque * (fol. 419 verso, lin. 1-8; pag. 486, lin. 31-32).



cabimus aream superficiei ipsius in sextam sui dyametri, uel medietatem dyametri eius ducemus in tertiam partem sup superficiei: verbi gratia: sit dyameter datę spęrg .10.; quam si multiplicamus per medietatem eius, uenient .50.; quibus ductis per $\frac{1}{3}$ 3., uenient $\frac{5}{3}$ 157., que sunt area superficiei semisperę: quam si duxerimus per sextam dyametri, scilicet per $\frac{1}{6}$ 1.; uel si tertiam de $\frac{5}{3}$ 157. ducemus in .3., scilicet in medietatem dyametri, habebimus $\frac{1}{6}$ 261 pro embado semisperę.

Er si oportuerit nos metiri portionem aliquam spęrg, que sit minor uel maior medietate spęrg, ut sunt fontes rotundi, et alia quelibet nasa similia; altitudinem ipsius corporis, que est linea, que extenditur a centro circuli oris ipsius ad punctum poli eiusdem circuli, cum semidyametro spęrg proportionare curabimus; ipsamque proportionem de superficie semisperę, nec non et ex embado ipsius accipere curabimus, et habebimus optatum. Verbi gratia: sit linea .*ab*. dyameter fontis; et .*g*. sit centrum eius: et punctus .*d*. sit polus ipsius circuli. Quare linea .*dg*. stat orthogonaliter super superficiem circuli, cuius dyameter est .*ab*.; cumque quadratum medietatis dyametri .*ab*. diuiserimus per .*gd*., habebimus illud quod restat de toto dyametro spęre super lineam .*gd*. Verbi gratia: sit dyameter .*ab*. radix de .100.; quare .*gb*., que est medietas dyametri .*ab*., erit radix de .40., cuius quadratum erit .40.: que si diuiserimus | per .*gd*., quam ponamus .4., uenient .10. pro residuo dyametri super lineam .*dg*.; quod sit linea .*ge*., et erit tota .*de*. 14., que est dyameter spęrg; quam diuidamus in duo equa super .*z*., et erit .*z*. centrum circuli magni cadentis in spęra; qui circulus sit circulus .*aebd*.: proportionabo ergo lineam .*gd*. cum semidyametro .*zd*., scilicet .4. cum .7., et erit .*dg*. ex *dz*. $\frac{4}{7}$: quare accipiam $\frac{4}{7}$ ex area superficiei semisperę, scilicet de .308., que prouenit ex superficie .*dz*. in .*de*. ducta in $\frac{1}{7}$ 3., uenient .176. pro area superficiei portionis spęrg, cuius basis est circulus dyametri .*ab*., et eius polus est .*d*.; et arcus cadens in ipsa portione ex circulis magnis cadentibus in spęra est arcus .*adb*.; cuius portionis embadum habebitur, si tertia pars areę superficiei ipsius ducatur in .7., scilicet in semidyametrum .*zd*., et inde auferatur pyramis columnę, cuius summitas est punctus .*z*.; et eius basis erit circulus, cuius dyameter est linea .*ab*., et eius altitudo est linea .*zg*., que est .3., et embadum ipsius pyramidis est $\frac{2}{7}$ 125.; remanent pro embado portionis dictę 285. minus $\frac{1}{7}$. Et si aream maioris reliquę portionis spęrg, cuius basis est idem circulus: dyameter .*ab*., et eius altitudo est linea .*eg*., que sagitta nuncupatur; quam ponamus esse .10., habere uolumus, eodem modo, secundum quod in minori portione operati sumus, erit procedendum. Videlicet quadratum lineę .*gb*., quod est .40., diuidimus per sagittam .*ge*., et habebimus .4. pro linea .*gd*., que est sagitta reliquę portionis spęrg. Quare tota dyameter spęrg .*ed*. erit 14.; in quam si multiplicauerimus sagittam .*eg*.; et illud totum duxerimus per $\frac{1}{3}$ 3.; uel si de area superficiei semisperę, que est .308., accipiamus $\frac{10}{12}$, scilicet proportionem, quam habet sagitta .*eg*. ad semidyametrum .*ez*., habebimus 440. pro area huius maioris portionis spęrg: quam aream, si in sextam dyametri spęrg: uel si tertiam eius in medietatem dyametri duxerimus, habebimus $\frac{2}{3}$ 1025.; quibus si addiderimus pyramidem columnę supradictę, que est $\frac{5}{7}$ 125., habebimus $\frac{2}{3}$ 1152 pro magnitudine ipsius maioris portionis. Et ut hec que dicta sunt geometrice demonstrentur. Adiaceat semispera .*bzd*., cuius basis sit circulus .*abgd*., et eius polus sit punctus

* sit dyameter .*ab*., ... si diuiserimus *
(fol. 119 verso, lin. 24, 25 e marginē
inferiorem pag. 197, lin. 16-18).



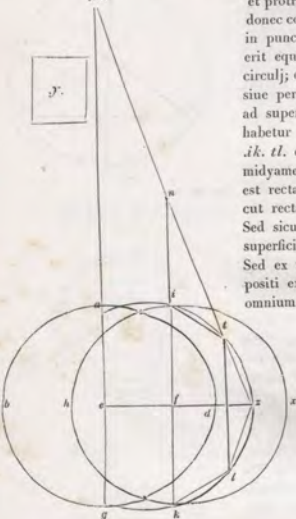
fol. 120 recto.

^o. in alio arcu semicirculi magis azg .

¹. in alio per superficiem semicirculi azg .
fol. 120 verso.

^e cum linea ... sicut superficies y (fol. 120 verso, lin. 9-31; pag. 188, lin. 9-32).

M .



¹. in alio pyramidum columnarum

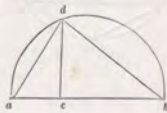
z .; et signetur super semispha bzd . circulus magnus azg , qui stet orthogonaliter super circulum $abgd$.; et communis eorum sectio ag . est dyameter utriusque circuli; et descendat á polo z . per superficiem circuli azg . perpendicularis ze . super dyametrum ag .; et erit e . punctus centrum utriusque circuli; et diuidatur arcus az . | in quotlibet partes iguales, que sint arcus ai . it . tz .; et per puncta it . equidistantes dyametro ag . protrahantur corde ik . tl .; et protrahatur corda zt . extra circulum in puncto x .; ad quem punctum proueniat etiam dyameter ga . Extra circulum protracta: et protrahatur una ex duabus cordis aequidistantibus dyametro ag . extra circulum azg .; donec concurrat linea mz . Quare si protraxerimus cordam ki .; concurret cum linea mz . in puncto n . Et á polo z . spatio corde; et arcus zti . circinetur circulus $ihkx$.; qui erit equidistans circulo $abgd$.; et eius centrum erit f .; et ik . erit dyametrum ipsius circuli; qui circulus abscidit á semispha dz . portionem xzh .; cuius portionis sagitta, siue perpendicularis est linea zf . Dico quidem, portionem superficiei portionis xzh . ad superficiem semispha dzb . esse sicut zf . ad semidyametrum spha ze . Probatio: habetur quidem ex premissis, lineam me . equalem esse semidyametro ea . et cordis ik . tl . coniunctis. Similj quoque modo demonstrabitur, lineam nf . equalem esse semidyametro fi . et corde itl . coniunctis. Et quoniam in triangulo mez . protracta est recta nf . equidistans basi em .; erit sicut zf . ad ze .; ita nf . ad me . Sed sicut recta nf . ad rectam me .; ita superficies zt . in nf . ad superficiem zt . in me . Sed sicut superficies zt . in nf . ad superficiem zt . in me .; ita est multiplicatio superficiei zt . in nf . in $\frac{1}{2} z$. ad multiplicationem de $\frac{1}{2} z$. ad superficiem zt . in em . Sed ex multiplicatione me . in zt . ducta in $\frac{1}{2} z$. prouenit superficies corporis compositi ex tribus portionibus pyramidum columnarum cadentis infra semispha; quorum omnium altitudo est linea ze .; et basis maioris earum est circulus $abgd$. Similiter ostendetur quod ex multiplicatione nf . in zt . ducta in $\frac{1}{2} z$. prouenit superficies

corporis compositi ex duabus portionibus columnarum cadentis in portione spha hzx . Ergo erit sicut zf . ad ze .; ita corpus compositum ex duabus portionibus pyramidum columnarum, cuius altitudo est zf .; ad superficiem corporis compositi ex tribus portionibus pyramidum columnarum, cuius altitudo est linea ze . De inde ponam superficiem y . ad superficiem semispha dzb . sicut superficies corporis altitudinis zf . ad superficiem corporis altitudinis ze . Quare permutatim erit sicut superficies z . corporis altitudinis ze . ad superficiem | semispha dzb .; ita superficies corporis altitudinis zf . ad superficiem y . Sed superficies corporis, cuius altitudo est ze .; cum est infra semispha; est minor superficie semispha; et cum ipsum corpus contineat semispha; est superficies corporis maior superficie semispha; Vnde quando superficies corporis altitudinis ze . est minor superficie semispha; tunc superficies corporis altitudinis zf . erit minor superficie y .; et cum fuerit maior: maior. Sed cum superficies corporis altitudinis ze . est minor superficie semispha dzb .; tunc superficies corporis altitudinis zf . est similiter minor superficie portionis spha hzx .; et cum est maior: maior. Et propter hoc superficies y .; et superficies portionis spha; ad superficiem corporis, cuius altitudo est zf . habent unam et eandem portionem: Vnde patet, superficiem portionis spha hzx . equalem esse superficiei y .; et quia est sicut superficies corporis altitudinis ze . ad superficiem semispha dzb .; ita superficies cor-

poris altitudinis .*zf*. ad superficiem .*y*.: erit propter hoc sicut superficies corporis altitudinis .*ze*. ad superficiem semisperg .*dz*.*b*., ita superficies corporis altitudinis .*zf*. ad superficiem portionis sperg .*hz*.*x*.: et cum permutabitur, erit proportio portionis .*hz*.*x*. ad superficiem semisperg .*bz*.*d*., sicut proportio superficiæ corporis altitudinis .*zf*. ad superficiem corporis altitudinis .*ze*. Sed proportio horum duorum corporum est sicut linea .*nf*. ad lineam .*me*.; et proportio lineæ .*nf*. ad lineam .*me*. est sicut sagitta .*zf*. ad semidiametrum sperg .*ze*.; ergo proportio superficiæ portionis .*hz*.*x*. ad superficiem semisperg .*dz*.*b*. est sicut .*zf*., que est altitudo ipsius portionis, ad semidiametrum .*ze*.; et hoc est quod volui demonstrare.

Si in sphaera aliqua construat cubus et pyramis quatuor basium triangularium et equalium laterum, erit cubus triplus pyramidis. Ad quod demonstrandum adiacet diameter datæ sperg .*ab*., et diuidatur in .*c*. punctum; et sit .*bc*. duplum ex .*ca*.; et circinetur semicirculus .*adb*.; et à puncto .*c*. super rectam .*ab*. ad rectos angulos trahatur recta .*cd*.; et copulentur recte .*bd*. et .*ad*.; et erit recta .*ad*. latus cubi, et recta .*bd*. latus trigonorum pyramidis cadentium in sphaera, cuius diameter est recta .*ab*.; et erit propter similitudinem trigonorum .*adb*. et .*dc*.*b*. et .*dac*. quadratum dyametri .*ab*. triplum quadrati lineæ .*ad*., et quadratum lineæ .*bd*. quadrati lineæ .*dc*., ut EUCLIDES ostendit; nec non et quadratum lineæ .*db*. erit duplum quadrati lineæ .*ad*.; nec non et proportio quadrati lineæ .*bc*. ad quadratum lineæ .*ad*. erit sicut .4. ad .3. Verbi gratia: quoniam trigona .*dab*. et .*dac*. sibi inuicem sunt similia; et similia trigona circa eales angulos, uel circa eundem angulum latera habent proportionalia; erit sicut .*ba*. ad .*ad*., ita .*ad*. ad .*ac*.; et quando tres recte continue proportionales sunt, erit sicut prima ad tertiam, ita quadratum lineæ .*ab*. ad quadratum lineæ .*ad*. Sed .*ba*. ex .*ac*. est tripla; quare quadratum lineæ .*ab*. triplum est quadrati lineæ .*ad*. Item quia trigona .*adb*. et .*dc*.*b*. similia sunt; erit similiter sicut quadratum lineæ .*ba*. ad quadratum lineæ .*ad*., ita quadratum lineæ .*bd*. ad quadratum lineæ .*dc*., cum anguli .*dab*. et .*dc*.*b*. sibi inuicem sunt euales. Quare quadratum lineæ .*bd*. triplum est quadrati lineæ .*dc*. Item quia recta .*dc*. in proportionem media est inter .*bc*. et .*ca*., erit sicut .*bc*. prima ad .*ca*. tertiam, ita quadratum lineæ .*bc*. ad quadratum lineæ .*cd*.: sed sicut .*bc*. ad .*cd*., ita .*bd*. ad .*da*. Quare est sicut .*bc*. ad .*ca*., ita quadratum lineæ .*bd*. ad quadratum lineæ .*da*: est enim .*bc*. dupla ex .*ca*.; quare quadratum lineæ .*bd*. erit duplum quadrati lineæ .*da*., ut superius dictum est. Item proportio quadrati lineæ .*bc*. ad quadratum lineæ .*ad*. componitur ex proportionem quadrati lineæ .*cb*. ad quadratum lineæ .*ba*., et ex proportionem quadrati lineæ .*ba*. ad quadratum lineæ .*ad*.: est enim .*bc*. ad .*ba*. sicut .2. ad .3.: quare quadratum lineæ .*bc*. ad quadratum lineæ .*ba*. est sicut .4. ad .9.: proportio uero quadrati .*ba*. ad quadratum .*ad*. est sicut .9. ad .3., cum quadratum lineæ .*ba*. triplum sit quadrati lineæ .*ad*.: ergo proportio quadrati lineæ .*bc*. ad quadratum lineæ .*ad*. componitur ex ea quam habet .4. ad .9., et ex ea quam habet .9. ad .3.: quare patet quod proportio quadrati lineæ .*bc*. ad quadratum lineæ .*ad*. est sicut .4. ad .3. His itaque omnibus intellectis, ponam lineam .*ef*. eualet lineæ .*ad*.; et constitum super lineam .*ef*. cubum .*efghiklmn*.; et ponam lineam .*no*. eualet lineæ .*cd*.; et spatium .*no*. circinabo circulum .*opq*., et inscribam in circulo .*opq*. trigonum equi-

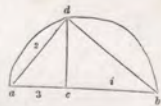
* demonstrandum ... erit propter (fol. 121 recto, lin. 25, 26-30; pag. 189, lin. 11-16).



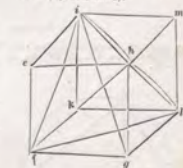
fol. 121 verso.

1. in alio alio quadratum quod sit a prima ad quadratum quod sit a secunda; ergo est sicut .*ba*. ad .*ac*.

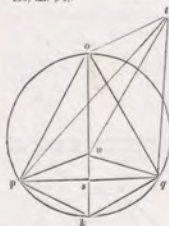
* sicut quadratum ... ad quadratum 2 (fol. 121 verso, lin. 7-11 e 12; pag. 189, lin. 26-30).



* quadratum lineæ ... et .*opq*. s. fol. 121 verso, lin. 22-23; pag. 189, lin. 36 — pag. 189, lin. 2).



v quare trigonus et quia quædam
(fol. 121 verso, lin. 34, 35, margine
inferiore e fol. 122 recto, lin. 1; pag.
190, linc. 9-8).

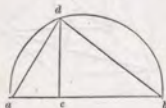


f. 122 recto.

laterum $.opq.$; et protraham $.on.$ in $.r.$, et erit $.or.$ diameter circuli $.opq.$; et copulabo rectas $.pr.$ et $.qr.$, et erunt trigona $.opr.$ et $.oqr.$ equalia et similia; quare angulus $.por.$ equalis est angulo $.qor.$; quare est sicut $.po.$ ad $.oq.$, ita $.ps.$ ad $.sq.$ equalis $.po.$ ex $.oq.$, ergo $.ps.$ equalis est $.sq.$: communis adiacet recta $.os.$; due ergo recte $.ps.$ et $.os.$ duabus $.qs.$ et $.os.$ sunt equales; basis vero $.op.$ basi $.oq.$ iacet equalis: quare trigona $.osp.$ et $.osq.$ sibi inuicem equalia sunt; et angulus $.osp.$ angulo $.osq.$ est equalis: cathetus ergo est $.os.$ super rectam $.pq.$: et quia quadratum lateris trigoni equilateri cadentis in circulo triplum est quadrati semidiametri sui circuli, erit ergo quadratum lineæ $.op.$ quadrati semidiametri $.on.$ triplum: est enim $.on.$ equalis recte $.dc.$; quadrata ergo linearum $.op.$ et $.bd.$ ad equalia eandem habent proportionem; quare $.op.$ equalis est recte $.db.$: deinde super centro $.n.$ erigam in altum cathetum $.nt.$ equalem recte $.bc.$; et copulabo rectas $.no.$ $.np.$ $.nq.$; et erit unaqueque ipsarum equalis lineæ $.db.$, hoc est lineæ $.op.$: sunt enim quadrata linearum $.tn.$ et $.no.$, uel $.tn.$ et $.np.$, uel $.tn.$ et $.nq.$ equalia quadratis linearum $.bc.$ et $.cd.$ Quare unumquodque quadratorum linearum $.to.$ $.tp.$ $.tq.$ equale est quadrato lineæ $.bd.$: constituta est igitur pyramis $.topq.$ ex quatuor triangulis equalibus et equilateribus, cuius unumquodque latus equale est lineæ $.bd.$, ut oportet. Dico quidem, cubum $.eil.$ triplum esse pyramidis $.topq.$; quod sic probatur. Quoniam linea $.ps.$ medietas est recte $.op.$, erit quadratum lineæ $.op.$ quadruplum quadrati lineæ $.ps.$ Sed quadratum lineæ $.op.$ duplum est quadrati lateris cubi $.eil.$, scilicet lateri $.if.$, cum $.op.$ equalis sit $.bd.$, et $.if.$ recte $.da.$: quare est sicut $.op.$ ad $.if.$, ita $.if.$ ad $.ps.$; quare rectiangularis superficies $.op.$ in $.ps.$ equalis est quadrato lineæ $.if.$, hoc est tetragono $.eg.$ Quare proportio tetragoni $.eg.$ ad superficiem rectiangularis ex $.os.$ in $.sp.$ est sicut superficies $.op.$ in $.ps.$ ad superficiem $.os.$ in $.sp.$ Sed proportio superficiæ rectiangularis $.op.$ in $.ps.$ ad superficiem rectiangularis $.os.$ in $.sp.$, hoc est ad superficiem trianguli $.opq.$, est sicut $.op.$ ad $.os.$; ergo sicut $.op.$ ad $.os.$, ita tetragonum $.eg.$ ad trigonum $.opq.$ Quare quadratum tetragoni $.eg.$ ad quadratum trigoni $.opq.$ est sicut quadratum lineæ $.op.$ ad quadratum lineæ $.os.$ Sed proportio quadrati lineæ $.op.$ ad quadratum lineæ $.os.$ est sesquitercia. Quia cum de quadrato lineæ $.op.$ tollitur quadratum lineæ $.ps.$, quod est quarta eius, remanent tres quarte quadrati lineæ $.op.$ pro quadrato lineæ $.os.$: ergo proportio quadrati lineæ $.op.$ ad quadratum lineæ $.os.$ est sicut 4. ad 3.; que proportio dicitur sesquitercia: ergo quadratum tetragoni $.eg.$ ad quadratum trigoni $.opq.$ est sicut 4. ad 3. Sed sicut 4. est ad 3., ita quadratum lineæ $.cb.$ ad quadratum lineæ $.ad.$: est enim perpendicularis $.tn.$ equalis $.cb.$, et $.ei.$, scilicet altitudo cubi, equalis est recte $.ad.$: per equale ergo erit sicut 4. ad 3., ita quadratum perpendicularis $.tn.$ ad quadratum altitudinis $.ei.$: ergo sicut proportio quadrati tetragoni $.eg.$ ad quadratum trigoni $.opq.$, ita quadratum perpendicularis $.tn.$ ad quadratum lineæ $.ei.$: per equale ergo erit sicut tetragonum $.eg.$ ad trigonum $.opq.$, ita perpendicularis pyramidis $.topq.$ ad altitudinem cubi $.hmk.$, hoc est $.tn.$ ad $.ei.$ Quare multiplicatio trigoni $.opq.$ in perpendicularem $.tn.$ est sicut multiplicatio tetragoni $.eg.$ in altitudinem $.ei.$ Sed ex multiplicatione tetragoni $.eg.$ in altitudinem $.ei.$ provenit area cubi $.kmh.$; et ex multiplicatione trigoni $.opq.$ in perpendicularem $.tn.$ provenit triplum

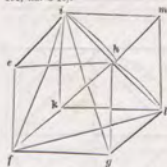
fol. 122 verso.

v $.opq.$, ita provenit triplum x fol.
122 verso, lin. 4-8; pag. 190, lin. 35
-43).

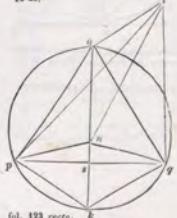


aree pyramidis *topq.*; ergo cubus *.eil.* constructus in spera, cuius dyameter est *ab.*, triplum est pyramidis *topq.* in eadem spera constructy: et hoc est quod uolui demonstrare. Aliter in cubo *.eil.* protraham rectas *if. ih. fh. lh. et .il.*; et erit in cubo *hmk.* constructa pyramis *.ihif.* quatuor superficierum triangularum et equalium laterum, quorum unumquodque est dyameter unius sex quadratorum continentium cubum. Quare quadratum unius cuiusque ipsorum laterum est duplum quadrilateris cubi; est enim quadratum unius cuiusque lateris pyramidis *topq.* duplum quadrati lateris cubi, ut superius ostensum est. Quare latera pyramidis *.ihif.* equalia sunt lateribus pyramidis *topq.* Vnde patet, pyramidem *.ihif.* equalem esse pyramidi *topq.*: ablata siquidem pyramide *.ihif.* ex cubo *hmk.* remanebunt ex ipso cubo quatuor pyramides sibi inuicem similes et equales; que sunt pyramides *.ihef.* et *lhgf.* et *fikl.* et *himl.*: est enim basis unius cuiusque duarum primarum pyramidum medietas tetragoni *.eg.*; et sunt sub equali altitudine, scilicet sub *.ei.* et *.gl.*: reliquarum uero duarum pyramidum bases continent tetragonum *km.*, quod est equale tetragono *.eg.*; et altitudo ipsarum et una, scilicet altitudo cubi; cum altitudines ipsarum sint *mh.* et *kf.*: protraham siquidem in cubo lineam *.gi.*; et quoniam pyramides *.ihef.* et *lhgf.* sibi inuicem equales sunt, erit aggregatum ex eis duplum pyramidis *.ihel.* Et quoniam tetragonum *.eg.* duplum est trigoni *.hif.*, erit pyramis *.ihesfg.*, cuius basis est tetragonum *.eg.*, duplum pyramidis *.ihef.*, cuius basis est trigonum *.hif.*: sunt enim ambe sub una altitudine, que est linea *.ei.* Quare pyramis *.ihesfg.* equalis est duabus pyramidibus *.ihef.* et *lhgf.*: pyramides uero *.ihesfg.* et *topq.* habent bases et altitudines mutuo proportionis: est enim sicut tetragonum *.eg.* ad trigonum *opq.*, ita altitudo *.tn.* ad altitudinem *.ie.*; que uero | pyramides habent bases et altitudines mutuo proportionis sibi inuicem equales sunt; equalis est ergo pyramis *.ihesfg.* pyramidis *topq.*: sunt enim et pyramides *.ihef.* et *lhgf.* equales pyramidi *.ihesfg.*; et que eidem equalia sunt et alterius sunt equalia; pyramides ergo *.ihef.* et *lhgf.* pyramidi *topq.* sunt equales. Similiter demonstrabitur, relique due pyramides, que sunt *fikl.* et *himl.* equales esse pyramidi *topq.*: demonstratum est ergo, cubum *kmh.* continere quantitatem trium pyramidarum equalium pyramidi *topq.* Vnde patet, cubum *kmh.* triplum esse pyramidis *topq.*; et hoc uolui demonstrare. Et ut hec liquidius declarescant, ponam dyametrum sperę *.e.*, et erit latus cubi, scilicet *ef.*, radix de *.12.*; et latus pyramidis, scilicet *op.*, radix de *.24.*; et erit quadratum lateris *ef.*, scilicet tetragonum *.eg.*, *.12.*: quibus ductis in latitudinem *ei.*, scilicet in radicem de *.12.*, uenient *.12.* radices de *.12.*, que sunt una radix de *.1728.* pro quadrato cubi *hmk.*: de quo quadrato si accipiat nona pars, uenient *.192.* pro quadrato pyramidis *topq.* Verbi gratia: de quadrato lateris *op.* accipiamus quartam, et habebimus *.6.* pro quadrato lineę *ps.*: quod si extraxerimus ex quadrato lateris *op.*, scilicet de *.24.*, remanebunt *.18.* pro quadrato catheti *os.*: quod si multiplicauerimus in quadratum lineę *ps.*, quod est *.6.*, uenient *.108.* pro quadrato trigoni *opq.*: quod si duxerimus in quadratum tertię altitudinis, scilicet in nonum quadrati perpendicularis *tn.*; quod quadratum est *.16.*: uel si nonum de *.108.*, quod est *.12.*, duxerimus per *.16.*, habebimus similiter *.192.* pro quadrato pyramidis *topq.*: quod si duxerimus per *.9.*, habebimus *.1728.*, ut supra, pro quadrato cubi *hmk.*; et

rectas *if.*, ... siquidem pyramide
(fol. 122 verso, lin. 12-19 + 20; pag. 191, lin. 3-10).



scilicet sub tetragonum *.eg.* s (fol. 122 verso, lin. 24-34; pag. 191, lin. 13-22).



fol. 123 recto. k

uocat in alio totum hoc uidelicet sunt enim et pyramides *.ihef.* et *lhgf.* pyramidis *topq.*

* exterius tetragonum summatur centrum * (fol. 123 recta, lin. ultima & marginis inferiores pag. 192, lin. 8 & 9).



* .eh. contingit it ibe. sint * (fol. 123 verso, lin. 2-9; pag. 192, lin. 10-17).

(Figura simile alla precedente)

fol. 124 recto.

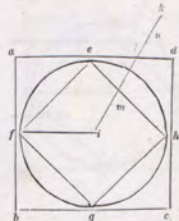
hoc uolui demonstrare. Est enim .42. parum plus radicis de .1728.; et .14., que sunt tertia pars de .42., sunt parum plus radicis de .192.; per que ostenditur, cubum esse triplum pyramidis.

Si circa circulum describatur tetragonum, cuius latera omnia contingant circulum; et in contactis copulentur recte, quadrilaterum quod inde prouenerit, tetragonum erit; et exterius tetragonum duplum erit interioris tetragoni. Circa circulum *abcd.* adiaceat tetragonum *efgh.* contingens circulum in punctis *a.b.c.d.*, in quibus copulentur recte *ab.bc.cd.ad.* Dico quadrilaterum *abcd.* tetragonum esse; et exterius tetragonum *eg.* duplum esse tetragono *abcd.* summatur centrum | circuli *abcd.*, sitque *i.*; et copulentur recte *ia.ib.ic.id.*: et quoniam recta *eh.* contingit circulum *abcd.* in puncto *a.*; et in ipso contactu á centro copulata est recta *ia.*; recta ergo *ia.* cathetus est super rectam *eh.*, ut in Geometria habetur: rectus est ergo uterque angulorum *iae.* et *iah.* Similiter ostendetur, rectos esse angulos *ibe.* et *ibf.* et *icf.* et *icg.* et *idg.* et *idh.*: et quoniam in rectas *be.* et *ia.* recta incidit *ea.*; et sunt anguli qui ad *e.*, et qui sub *eah.* recti; erunt quidem recte *eb.* et *ia.* equidistantes. Similiter ostendetur, rectas *ib.* et *ae.* equidistantes esse, cum anguli qui ad *e.*, et qui sub *ibe.* sint recti: ostense sunt etiam et recte *ia.* et *ba.* equidistantes esse; quare recta *ia.* equalis est recte *be.*, et *ib.* recte *ae.* Equilaterum ergo est quadrilaterum *ebia*; dico quidem et orthogonium; est enim unus quisque angulorum, qui sub *ibe.bea.eai.* rectus; quare reliquis, qui sub *bia.* rectus est. Tetragonum ergo est *ei.* Similiter ostendetur, quadrilatera *fi.gi.hi.* tetragona esse. Quare omnes anguli, qui sunt ad *i.* centrum, recti sunt: unde patet, rectam *ai.* continuari cum recta *ic.*, et rectam *bi.* cum recta *id.*; ergo recte *ac.* et *bd.* diametri sunt circuli *abcd.*, et secant se ad rectos angulos. Quare unaqueque rectarum *ab.bc.cd.ad.* corda est quartę circuli: equales ergo sunt recte *ab.bc.cd.da.* sibi inuicem: equilaterum ergo est quadrilaterum *abcd.*; dico etiam et orthogonium: quoniam orthogonium est trigonum *aib.*, cuius duo latera *ib.* et *ia.* sunt equalia, cum sint á centro ad periferiam deducta, anguli *iba.* et *bai.* sibi inuicem sunt equales; et est rectus angulus *bia.*: quare semirectus unusquisque angulorum, qui sub *iba.* et *iab.* Demonstrabitur etiam per trigona *bic.ida.* et *icd.* unumquemque angulorum qui sub *ibc.icb.icd.idc.* et *ida.* et *iad.* semirectum esse; quare anguli *abc.* et *bcd.* et *cda.* et *dab.* recti sunt: orthogonium ergo est quadrilaterum *abcd.*: ostensum est etiam et equilaterum; ergo equilaterum *abcd.* tetragonum est. Dico rursus, tetragonum *eg.* continens circulum duplum esse tetragoni *abcd.* continenti á circulo: est enim parallogramum unumquodque tetragonorum *ie.if.ig.ih.*; et diametri ipsorum, que sunt *ab.bc.cd.da.*, ea per equalia secant: quare trigonum *aib.* equale est trigono *cab.*: eodemque modo et trigonum *bic.* equale est trigono *fbc.*, et trigonum *icd.* trigono *gcd.*, nec non et trigonum *aic.* | trigono *adh.* Quare trigona *aeb.* et *bfc.* et *egd.* et *ahd.* reliquis quatuor trigonis *aib.* et *bic.* et *cid.* et *dia.* continentibus totum tetragonum *abcd.* equalia sunt. Vnde patet, tetragonum *eg.* duplum esse tetragoni *abcd.* Aliter quoniam semicirculus est sectio *dab.*, et in ipso angulus est qui sub *dab.*; angulus ergo qui sub *dab.* est rectus: et quia latera *ad.* et *ab.* equalia sunt, erit unusquisque angulorum qui sub *abd.* et *adb.* me-

dietas recti: est enim et angulus iab . semirectus; et est rectus qui sub aib .: quare trigona abd . et abi . sibi inuicem sunt similia: et habent unum angulum comunem, eum uidelicet qui sub dba .: quare proportionaliter est ut db . ad ba . ita ba . ad bi . Quare est sicut prima db . ad tertiam bi . ita quadratum quod á prima db . ad quadratum quod á secunda ab .: est enim dyametro db . equale unumquodque laterum tetragoni $efgh$.; ergo est sicut db . ad bi . ita tetragonum quod á recta ef . ad tetragonum quod á recta ab .; est enim db . ex bi . dupla; quare et tetragonum quod á recta ef . duplum eius quod á recta ab . Sed tetragonum quod á recta ef . est tetragonum $efgh$.; et tetragonum quod á recta ab . est tetragonum $abcd$.; ergo tetragonum efg . duplum est tetragoni $abcd$.; quod oportebat ostendere.

Si in cubo describatur columna eiusdem altitudinis, et in columna spera, et in spera pyramidis columnę duorum capitum, cuius due extremitates sint in centra circulorum basis et capitis columnę; et eius uenter sit circulus secans columnam et speram in duo media; et sit ipse circulus equidistans circulis basis et capitis columnę; et in ipsa pyramide describatur solidum octobasium triangularum, cuius uenter sit tetragonum cadens in superficie predicti circuli secantis columnam et speram in duo media, cuius tetragoni angulis ad centra columnę circulorum basis et capitis ascendentes quatuor recte utrique facientes super ipsum tetragonum octo trigona equilatera et equiangula, quarum unumquodque latius est equale uniuscuiusque lateris ipsius tetragoni; erit proportio horum omnium corporum inter se sicut narro: proportio quidem cubi ad columnam est sicut .14. ad .11.; columnę ad speram est sesquialtera; sperę ad pyramidem dupla; pyramidis ad solidum octo basium est sicut .11. ad .7. Vnde colligetur, proportionem cubi ad speram esse sicut .21. ad .11.; ad pyramidem sicut .42. ad .11.; ad solidum octo basium sexcuplam: et proportionem columnę ad pyramidem esse triplam, et ad solidum octobasium sicut .33. ad 7.; nec non et proportionem sperę ad solidum octobasium sicut .22. ad 7. Ad hec autem omnia demonstranda adiaceat tetragonum $abcd$.; et in ipso describatur circulus $efgh$.; et eius centrum sit i .; et eleuetur á puncto i . superficie tetragoni ac . orthogonaliter linea ik . que sit equalis unicuique laterum tetragoni ac .; et intelligam, tetragonum ac . esse unam ex sex superficiebus continentibus cubum: et circulus $efgh$. esse basem columnę; et altitudinem utriusque corporis esse secundum quantitatem lineę ik .; quare ik . erit axis columnę; et k . punctus erit centrum circuli capitis columnę. Et quia ad habendam magnitudinem cubi oportet ut quadratum ac . ducatur in altitudinem cubi, scilicet in ik .; et ad habendam magnitudinem columnę oportet ut area circuli $efgh$. multiplicetur similiter per ik .; erit ergo proportio cubi, cuius basis est tetragonum ac . et altitudo ik . ad columnam, cuius basis est circulus $efgh$. et altitudo ik . sicut tetragonum ac . ad circulum $efgh$. Sed proportio tetragoni ac . ad circulum $efgh$. est sicut .14. ad .11., ut superius in inuentione embadi circulorum monstratum est; uel aliter protrahatur á centro i . semidyameter if . et erit if . medietas lateris ab .; quare quadratum lineę if . quarta est quadrati lineę ab . Sed ex quadrato lineę ab . prouenit tetragonum ac .; ergo ex tetragono lineę if . prouenerit quarta tetragoni ac .: quod quadratum si multiplicetur in $\frac{1}{2}$ 3, prouenient tres quarte et septimam quartę, hoc est $\frac{11}{14}$ tetragoni ac .; et ex quadrato lineę if . ducto in $\frac{1}{2}$ 3. prouenit circulus $efgh$.; ergo propor-

* á recta ab recte utrique * (fol. 124 recte, lin. 18-23; pag. 193, lin. 9-18).



†. in alio ad centra circulorum basis et capitis columnę ascendunt quatuor recte

fol. 124 verso.

* basium sexcuplam . . . intelligam tetragonum * (fol. 124 verso, lin. 1-6; 7; pag. 193, lin. 24-27).

(Figura simile alla precedente)

tio circuli $efgh$. ad tetragonum ac . est sicut $.11.$ ad $.14.$: conuersim ergo proportio tetragoni ad circulum est sicut $.14.$ ad $.11.$, ut predixi; et proportio ergo cubi ad columnam est sicut $.14.$ ad $.11.$; et hoc uolui demonstrare.

Rursus intelligam, rectam ik . esse dyameter sperę cadentis in dicta columna; et diuidam ik . in duo equa super J .; et intelligam, punctum J . esse centrum circuli magni cadentis in spera et equalis et equidistantis circulo $efgh$.; et erit circulus, cuius centrum est J . secans columnam in duo media: et quia area superficię sperę est quadruplum ipsius circuli, qui est equalis circulo $efgd$.; et ex multiplicatione ipsius superficię in sextam dyametri sperę habetur magnitudo sperę, que sit im .; ergo si circulus $efgh$. multiplicetur per quadruplum sextę dyametri sperę; quod quadruplum sit linea in .; proueniet utique magnitudo | ipsius sperę. Sed ex multiplicatione circuli $efgh$. in dyametrum sperę, scilicet in altitudinem columnę, que est if .; prouenit magnitudo columnę; ergo quam proportionem habet linea ik . ad lineam in . eandem proportionem habet predicta columna ad predictam speram: et quia ik . est sexcupla ex im .; et in . est quadrupla eiusdem im .; erit proportio ik . ad in . sicut $.6.$ ad $.4.$, hoc est in minimis numeris sicut $.3.$ ad $.2.$: quare proportio columnę ad speram est sicut $.3.$ ad $.2.$; que proportio sexquialtera nuncupatur: et quia proportio cubi ad columnam est sicut $.44.$ ad $.11.$, erit proportio eorundem corporum sicut triplum $.14.$ ad triplum de $.11.$, hoc est sicut $.42.$ ad $.33.$: et quia proportio columnę ad speram est sicut $.3.$ ad $.2.$, erit proportio eorundem sicut undecuplum de $.3.$ ad undecuplum de $.2.$, hoc est sicut $.33.$ ad $.22.$: et quia proportio cubi ad columnam est sicut $.42.$ ad $.33.$; et proportio columnę ad speram sicut $.33.$ ad $.22.$; per equale ergo erit sicut $.42.$ ad $.22.$, hoc est sicut $.21.$ ad $.11.$, ita cubus ad speram; et hoc uolui demonstrare. Item intelligam á circulo, cuius centrum est J . ad utrumque polum sperę, scilicet ad puncta ik . prouenire singulam pyramidem columnę; quę pyramides simul composite faciunt pyramidem duorum capitum; et erit altitudo unius pyramidis linea ik .; alterius uero linea il .; et est ut diximus tota ik . dyameter sperę. Ad habendam istam magnitudinem huius compositi corporis, oportet ut circulus, cuius centrum est J . multiplicetur in tertiam sup altitudinis, scilicet in tertiam lineę ik . Sed ex multiplicatione circuli, cuius centrum est J . in duas tertias dyametri ik .; scilicet in in .; prouenit magnitudo sperę; ergo proportio sperę ad ipsum corpus duorum capitum est sicut proportio duarum tertiarum dyametri sperę ad tertiam eiusdem dyametri: Sed proportio duarum tertiarum cuiusque rei ad tertiam eiusdem rei est dupla; ergo et proportio sperę ad pyramidem duorum capitum cadentem in ipsa est dupla: et quia proportio columnę ad speram est sicut $.3.$ ad $.2.$; sperę ad pyramidem sicut $.2.$ ad $.1.$, erit proportio columnę ad pyramidem tripla; et hoc uolui demonstrare. Rursus circa idem centrum J . intelligam circulum equalem circulo superiori $efgh$.; et in eo intelligam, tetragonum esse descriptum equale tetragono $efgh$.; et á punctis angularum ipsius tetragoni lineabo quatuor lineas ad unum quemque polum sperę, scilicet ad puncta ik .; et perficietur solidum octo basium, quod Euclydes in tertio decimo libro infra speram describere docet: | quod solidum diuiditur in duas pyramides super tetragonum descriptum in circulo, cuius centrum J . quarum unaqueque habet basem tetragonam: et super ipsam eleuantur quatuor trigona equilatera; et altitudo unius pyramidis est

f. in alio secans columnam et speram

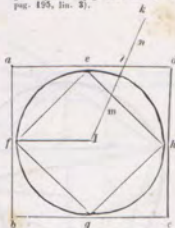
fol. 125 recto.

fol. 125 verso.

linea *kl.*, et alterius *il.*; que altitudines sibi inuicem sunt equales; est enim unaqueque earum medietas lineę *ik.*, hoc est dyametri sperę, uel axis columnę, seu altitudinis cubi; quarum pyramidum magnitudines, hoc est magnitudinem totius solidi octobasium habebis ex multiplicatione tetragoni descripti in circulo, cuius centrum est *I.*, in tertiam partem lineę *ik.* Sed magnitudo pyramidis duorum capitum continentis hoc solidum octobasium habetur ex multiplicatione circuli continentis ipsum tetragonum in eandem tertiam partem lineę *ik.*; ergo proportio pyramidis duorum capitum ad solidum octobasium est sicut circulus ad quadratum descriptum infra ipsum circulum; que proportio est sicut .11. ad .7., cum proportio tetragoni continentis circulum ad ipsum circulum sit sicut .14. ad .11. Et exterius tetragonum interioris sit duplum; ergo proportio pyramidis duorum capitum ad solidum octaedron est sicut .11. ad .7.: fuit etiam proportio cubi ad pyramidem duorum capitum sicut .42. ad .11.; et proportio pyramidis ad octaedron sicut .11. ad .7.: quare proportio cubi ad octaedron est sicut .42. ad .7.; que proportio sexcupla est. Rursus quia proportio columnę ad pyramidem duorum capitum fuit tripla, hoc est sicut .33. ad .11.; et proportio pyramidis ad octaedron est sicut .11. ad .7.; erit proportio columnę ad octaedron, hoc est ad solidum octobasium, sicut .33. ad .7. Item quia proportio sperę ad pyramidem duorum capitum fuit dupla, hoc est sicut .22. ad .11.; et proportio pyramidis ad octaedron sicut .11. ad .7., erit proportio sperę ad octaedron sicut 22. ad .7.; quam proportionem habet circumferentia cuiuscunque circuli ad suum dyametrum; his itaque demonstratis si magnitudo alicuius horum quinque corporum fuerit nota, erit possibile per ipsam magnitudinem reliquas magnitudines inuenire. Ad cuius rei demonstrationem ponamus latus cubi *ab.* esse .6.; quare tetragonum *ac.* erit .36.; quod si multiplicetur in altitudinem *ik.*, que erit similiter .6., uenient .216. pro magnitudine cubi: et hoc est cubicare unum ex lateribus cubi: et quia proportio cubi ad columnam est sicut .14. ad .11., | si de .216. acceperimus $\frac{14}{11}$, scilicet proportionem, quam habet columna ad cubum, uenient pro magnitudine columnę $\frac{5}{169}$. Similiter si de .216. acceperimus proportionem, quas habent spera: et pyramis duorum capitum, et solidi octobasium ad cubum, nimirum pro magnitudine sperę uenient $\frac{1}{2}$ 113., et pro magnitudine pyramidis $\frac{1}{4}$ 56., et pro magnitudine solidi octobasium .36. Item sit nota magnitudo columnę, que est $\frac{5}{169}$; quam si multiplicauerimus per .14., et diuiserimus per .11., uenient .216. pro magnitudine cubi: et si de $\frac{5}{169}$ acceperimus $\frac{14}{11}$, que sunt proportio sperę ad columnam, uenient $\frac{1}{2}$ 113. pro magnitudine sperę: et si de $\frac{5}{169}$ acceperimus tertiam partem, que est proportio pyramidis ad columnam $\frac{1}{4}$ 56., uenient pro magnitudine pyramidis: item si de $\frac{5}{169}$ acceperimus $\frac{1}{2}$, scilicet proportionem octaedri ad columnam, uenient .36. pro magnitudine octaedri. Eodemque modo poteris operari si magnitudo alicuius reliquorum corporum fuerit nota.

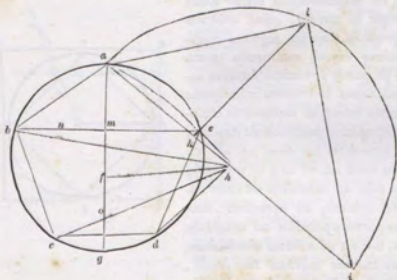
Ad inueniendum magnitudinem duodecaedri in spera constructi, cuius sperę dyameter sit nota. Ponam pentagonum *abcde.*, quod sit unum ex duodecim pentagonis equalibus continentibus ipsum solidum: et circa ipsum pentagonum describam circulum *abcde.*, cuius centrum sit *f.*; et protraham in eo dyametrum *ag.*, nec non et cordam *be.*, que est corda anguli pentagonici; et ponam centrum sperę punctum *h.*, et copulabo rectam *ah.*, et circinabo super speram semicirculum magni circuli *ali.*, et producam *ah.* in punctum *i.*, et erit tota *ai.* dyameter sperę, nec non et semicirculi *ali.*;

* quod solidum est magnitudinem s
(fol. 128 verso, lin. 1-7, & a margine superiore; pag. 194, lin. 40 — pag. 199, lin. 3).



fol. 128 recto.

« apertum semicircululum solidi duodecim » (fol. 126 recto, lin. 22-23; pag. 196, lin. 42 — pag. 196, lin. 9).



« basium pentagonorum Vnde qualiter » (fol. 126 verso, lin. 4-13; pag. 196, lin. 9-17).

(Figura simile alla precedente)

DIS.

et ponamus eam esse ulnarum .6.; et abscidam ab ea lineam .ak., que sit tertia ex .ai.; et producam ad rectos angulos super lineam .ai. lineam .kl., et copulabo rectas .al. et .il.; et ab angulis pentagoni .abcde. ad centrum sperę perducam lineas .bh. .ch. .dh. .eh.; et erit pyramis .habcde., cuius basis est pentagonum .abcde., et sumitas eius .h. duodecima pars totius .i. 126: solidi duodecim | basium pentagonorum descripti in spha, cuius dyameter est .ai.; quia si á centro sperę, quod est .h., ad omnes angulos duodecaedri ducantur recte, nimirum in duodecim pyramides equales totum corpus duodecaedri diuidetur, quarum una est pyramis .habcde.: quare si magnitudinem eius inuenerimus, et eius duodecuplum acceperimus, utique habebimus magnitudinem totius corporis. Vnde qualiter operari in his debeamus, indicemus. Primum considerandum est quod trigona .ali. et .alk. sibi inuicem sunt similia: habent enim angulos .ali. et .akl. rectos: et angulum qui ad .a. commune: reliquis ergo qui sub .alk. reliquo qui ad .i. equalis est: trigona enim similia circa communem angulum habent latera proportionalia: quare est sicut .ia. ad .al., ita .al. ad .ak.: et quando tres recte proportionales sunt; erit sicut prima ad tertiam, ita quadratum quod á prima ad quadratum quod á secunda: ergo est sicut .ia. ad .ak., ita quadratum dyametri .ai. ad quadratum lineę .al.: est enim .ai. ex .ak. tripla; quare et tetragonum ex .ai., quod est .36., tripulum est tetragoni lineę .al.; ergo tetragonum lineę .al. est .12. Et est .al., vt in tertio decimo libro EVCLIDIS habetur, latus cubi cadentis in spha, cuius dyameter est .ai. Nam latus cubi

cadentis in spha est corda anguli pentagonici unius cuiusque pentagoni duodecim superficieum facientium solidum duodecim basium; ergo quadratum cordę .be., que est corda anguli pentagonici .bae., est .12.: et ut inueniamus unum ex lateribus pentagoni .abcde., oportet ut corda .be. media et extrema proportionē diuidatur; quia ut in tertio decimo libro EVCLIDIS habetur corda anguli pentagonici media et extrema proportionē diuisa; pars maior est latus pentagonicum.

Modus diuidendi lineam media et extrema proportionē.

Nam modus diuidendi corda .be. media et extrema proportionē est vt super quadra-

radicibus additis, remanent tres radices de $\frac{1}{2}$ 7. addite. Et sic habemus 10 et $\frac{1}{2}$ et radices tres de $\frac{1}{2}$ 7., que sunt una radix de $\frac{1}{2}$ 64. Post hec ducam quadratum ex .bc. in quadratum de .5., uenient .300., in quibus multiplicabo $\frac{1}{2}$ 10. et radicem de $\frac{1}{2}$ 64. Nam ex .300. ductis in $\frac{1}{2}$ 10. ueniunt .3240., et ex ductis .300. in radicem de $\frac{1}{2}$ 64. uenit radix numeri, qui fit ex quadrato trecentorum, scilicet de .90000. in $\frac{1}{2}$ 64: de qua multiplicatione proueniunt .5332000.; ergo pro quadrato magnitudinis totius dodecaedri habentur .3240. et radix de .5332000.; et hoc quadratum est binomium primum, cum maius nomen possit plus minore secundum quantitatem quadrati numeri: quare radix eius est binomia, ut in .x.^{mo} EUCLIDIS habetur; que radix est radix de 2700. et radix de 540.; quas radices, si subtiliter acceperimus, habebimus parum minus de ulnis $\frac{1}{2}$ 75. pro magnitudine positi dodecaedri: uel si radicem de .5332000. quam propius acceperimus, et inueniemus eam esse parum minus de .3415.; quam si super .3240. addiderimus, habebimus parum minus de .5653.; quorum radicem similiter inueniemus esse parum minus de $\frac{1}{2}$ 75. Et notandum quod diximus, radicem de .3240. et radicem de .5332000. esse radicem de .2700. et radicem de .540., tunc diuisimus .3240. in duas partes, quarum una fuit .2700., et altera .540.; et ex multiplicatione unius earum in aliam prouenit quarta de .5332000.; et ita nos docet EUCLIDIS in similibus operari. Demonstrabo rursus quomodo quadratum lineę .ac., scilicet lateris pentagoni inueniendum sit. Reiterabo lineam .ae., et addam ei lineam .ra., que sit radix trium: et erit tota .er. radix de .15.; quare .ae. erit radix de 15. minus radice trium; de qua .ae. uolumus quadratum accipere. Quoniam linea .er. diuisa est in duobus utlibet super punctum .a., erunt quadrata linearum .er. et .ar. equalia duplo superficię .ar. in .er., et quadrato lineę .ae. Vnde si ex quadratis linearum .er. et .ar. tollamus duplum superficię .ar. in .er., remanebit quadratum lineę .ae.: est enim .er. radix de .15.; quare quadratum eius est .15., et .ar. est radix de 3. Quare quadratum eius est 3.; ergo quadrata linearum .er. et .ar. sunt .15.; et ex .ar. in .er., scilicet ex radice trium in radicem de .15. uenerit una radix de .45.: quare ex duplo .ar. in .er. ueniunt due radices de .45.; quibus extractis de .15. inuentis, remanent .18. minus duabus radicibus de .45.; que due radices sunt una radix de .180.; ergo quadratum lineę .ae. est .18. minus radice de .180., ut superius inuenimus.

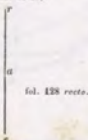
De magnitudine solidi 20 basium triangularium constructi in eadem spera, cuius diameter sit .e.

Ad habendam siquidem magnitudinem ycosaedri constructi in spera data Adiaceat trigonum .abc. equilaterum et equiangulum, quod sit una ex .20. superficiebus continentibus solidum: et circa ipsum describam circulum .abc., et in ipso protraham dyam-

etrum .ad. secans rectam .bc. super punctum .e., et centrum circuli sit .f.; et ponam centrum sperę punctum .g., et copulabo rectam .ag., et producam eam in puncto .h., qui sit punctus in superficie sperę: et signabo super speram semicirculum circuli magni .aih., et copulabo rectas .bg. cg.; et erit .gabc. pyramis, cuius basis est trigonum .abc., et eius summus est .g.; que pyramis est $\frac{1}{10}$ totius ycosaedri; quia si a puncto

Magnitudo dodecaedri.

e minus de ... lateris pentagoni a (fol. 127 verso, lin. 30-35 e margine inferiore; pag. 198, lin. 43-48).



e de 15. minus ... ex duplo .ar. (fol. 128 recta, lin. 3-41; pag. 198, lin. 49-57).



e rectum .bc. ... et quia a (fol. 128 recta, lin. 21-25; pag. 198, lin. 95-99, lin. 4).

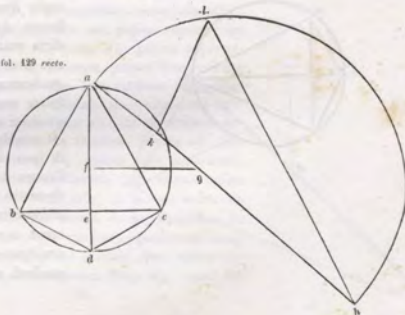


.g., qui est centrum sperę, lineentur recte ad omnes angulos .20. triangulorum continentium ipsum ycosaedron, nimirum ipsum in .20. pyramides equales dinidetur, quarum una est pyramis .gabc., cuius magnitudinem si in .20. duxerimus, habebimus utique magnitudinem totius solidi .20. basium: et quia | ut in EVCLIDĒ habetur, circulus continens unum ex trigonis ycosaedri est equalis circulo continenti unum ex pentagonis dodecaedri, cum ambo solida sint in eadem spera constructa; erit propter hoc quod diximus superius, semidyameter circuli .abc. nota; hoc quadratum ex .af. erit .6. minus radice de $\frac{1}{2}$ 7., et quadratum perpendicularis .gf. erit .3. et radix de $\frac{1}{2}$ 7. Est enim semidyameter sperę .ag. 3., et eius quadratum est 9.: et quia quadratum lateris trianguli equilateri descripti in circulo est triplum quadrati semidyametri ipsius circuli; si triplicauerimus quadratum semidyametri .af., quod est .6. minus radice de $\frac{1}{2}$ 7., habebimus .18. minus tribus radicibus de $\frac{1}{2}$ 7. pro una ex lateribus trigoni .abc.: de inde copulabo rectas .db. et .dc., et erunt trigona .abd. et .acd. orthogonia et equalia. Est enim latus .ab. equale lateri .ac.; quare arcus .ab. equalis est arcui .ac.: est enim et totus arcus .abd. toti arcui .acd. equalis: reliquis ergo arcus .bd. reliquo .cd. est equalis; quare recta .bd. recte .cd. est equalis: equilatera enim sunt trigona .abd. et .acd., nec non et equiangula; quare angulus .bad. equalis est angulo .cad. Est enim et angulus .abc. equalis angulo .acb.; quare anguli qui ad .e. equales sibi inuicem sunt: et si equales, ergo recti. Et quoniam in circulo .abc. dyameter .ad. quandam rectam .bc. ad rectos angulos secat: et per equalia eam secat; ergo recta .be. equalis est recte .ec.; ergo .bc. medietas est ex .bc., hoc est ex .ab.; quare quadratum ex .ab. quadruplum est ex quadrato .be. Sed quadrato lineę .ab. equalia sunt quadrata linearum .ae. et .eb.; ergo quadrata linearum .ae. et .eb. quadrupla sunt quadrato lineę .eb. Quare quadratum lineę .ae. triplum est quadrato lineę .eb.; ergo et quia in trigono orthogonio .abd. ab angulo .b. recto cathetus .ae. protracta est super basem .ad., erit sicut .ae. ad .eb., ita .be. ad .ed. Quare est sicut quadratum lateris .ae. ad quadratum lateris .eb., ita .ae. ad .ed. Sed quadratum lateris .ae. ad quadratum lateris .ed. est triplum; et .ae. ergo ex .ed. tripla est. Quare patet .ed. totius dyametri .ad. quartam esse. Est enim et .af. medietas dyametri .ad.; reliqua .ef. est alia quarta pars ex tota .ae. continent tres quartas totius dyametri .ad. Quare .ae. | ad .af. est proportio sexqualtera. Demonstratum est recta .ae. cathetum esse super rectam .bc. Quare ex ductu .ae. in .bc. provenit duplum trigoni .abc.; que si multiplicauerimus per .10., habebimus aream .20. triangulorum equalium continentium solidum .20. basium. Sed quia proportio ex .ae. ad .af. est sicut .15. ad .10., ueniet ex multiplicatione .af. in .bc. ducta in .15. superficies eorundem .20. triangulorum: quam superficiem si duxerimus in tertiam perpendicularis .gf.; que perpendicularis est altitudo .20.

fol. 128 verso.

* Est enim Quare .ae. + | fol. 128 verso, lin. 30-35 e marginis inferioris pag. 199, lin. 30-32).

fol. 129 recto.



minus radice de $\frac{1}{2}$ 1.; et hoc est latus dacagonicum: super cuius quadratum, quod est $\frac{1}{2}$ 10 minus radice de $\frac{1}{2}$ 64., si addiderimus quadratum semidyametri, scilicet $\frac{1}{2}$ 7., erunt .18. minus radice de $\frac{1}{2}$ 64. pro quadrato unius laterum trigoni .*abc.*; quod quadratum cum sit triplum quadrati semidyametri .*af.*, diuidenda sunt .18., minus radice de $\frac{1}{2}$ 64., per .3., et uenient .6., minus radice de $\frac{1}{2}$ 7., pro quadrato semidyametri .*af.*, ut superius inuentum est. Et quia EVCLIDES inuenit esse sicut latus cubi, scilicet cordis anguli penthagonici, ad latus trianguli equilateri cadentis in eodem circulo, sicut proportio lineę potētis super lineam media et extrema proportionē diuisam, et super maiorem partem eius ad lineam potētem super eandem lineam diuisam, et super minorem eius partem; ita solidum .12. basium penthagonorum ad solidum .20. basium triangularium in eadem spera constructarum, est possibile inuenire magnitudinem unius eorum solidorum habita magnitudine alterius. Verbi gratia: inuenimus superius cordam anguli penthagoni fuisse radicem de .12.; et latus trianguli esse radicem de .18. minus radice de $\frac{1}{2}$ 64. Et solidum .12. basium esse $\frac{1}{2}$ 75.; ergo sicut radix de .12. est ad radicem de .18. minus radice de $\frac{1}{2}$ 64., ita $\frac{1}{2}$ 75. est ad magnitudinem solidi .20. basium. Quare erit sicut .12. ad .18. minus radice de $\frac{1}{2}$ 64., ita quadratum de $\frac{1}{2}$ 75., quod inuenimus esse superius .5655., ad quadratum magnitudinis ycosædri; accipiamus ergo quam subtilius possumus radicem de $\frac{1}{2}$ 64., et inueniemus eam esse $\frac{1}{20}$ 8.; et auferamus eam de .18., remanebunt .10. minus $\frac{1}{20}$; ergo est sicut .12. ad .10. minus $\frac{1}{20}$, ita .5655. ad quadratum ycosædri: multiplicabimus ergo .5655. per .10. minus $\frac{1}{20}$, erunt 56267.; quibus diuisis per .12. reddunt parum minus de .4689. pro quadrato ycosædri, ut superius inuenimus. Et si quadratum ycosædri esset notum, multiplicarem illud per .12., et summam diideremus per .10. minus $\frac{1}{20}$, et habemus quadratum dodecaedri notum. Et si uolumus inuenire proportionem, quam habet linea potens super lineam media et extrema proportionē diuisam ad lineam potētem super eandem lineam diuisam et minorem partem eius. Ponam lineam .*ab.*, et diuidam eam media et extrema proportionē super .*g.*; et maior pars esto .*gb.* Quare erit sicut .*ab.* ad .*bg.*, ita .*bg.* ad .*ga.*; et á puncto .*g.* super rectam .*ab.* ad rectos angulos ponam rectam .*gd.*; et ponam ipsam equalem recte .*ab.*; et copulabo rectas .*da.db.*, et erit recta .*db.* potens super rectas .*dg.* et .*gb.*; et .*db.* erit potens super rectas .*dg.* et .*ga.*; et quia .*dg.* equalis est recte .*ab.*, erit recta .*db.* potens super rectas .*ab.gb.*, hoc est super totam lineam diuisam et maiorem partem eius; et linea potens super eandem lineam .*ab.* et maiorem partem eius, que est linea .*ag.*; ergo est et sicut .*db.* ad .*da.*, ita solidum .12. basium ad solidum .20. basium; erit propter hoc et sicut quadratum lineę .*db.* ad quadratum lineę .*da.*, ita quadratum dodecaedri ad quadratum ycosædri: et ut hec ponantur in numeris, ponam .*ab.* 10.; et erit .*bg.* radix quincupli quadrati medietatis lineę .*ab.* minus ipsa medietate; ergo .*bg.* erit de .125. minus 5.; et .*ag.* erit tripla medietatis .*ab.* minus radice quincupli quadrati medietatis eiusdem lineę; ergo erit .*ag.* 15. minus radice de .125. Accipiamus ergo quadratum ex .*gb.*; et erit .150. minus decem radicibus de .125., que sunt una radix de .12500.: et addamus ipsi quadrato quadratum lineę .*dg.*, quod est .100., cum linea .*dg.* sit equalis lineę .*ab.*, erunt .250. minus radice de .12500. pro quadrato lineę .*db.* Item super quadratum lineę .*ag.*, quod est

fol. 139 recto.

fol. 130 verso.

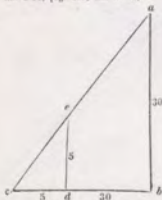
.350. minus .50. radicibus de .125. addamus quadratum lineę *gd.*, erunt .450. minus radice de 12500. pro quadrato lineę *da.*: et quia unumquodque quadratorum linearum *db.* et *da.* est [abscisio aut recisum, ut non habeamus ignotius per ignotum, accipiamus radicem quam subtilius poterimus de .12500. et de 112500.; et auferamus eas de nominibus maioribus, que sunt in ipsis recisis; et erit proportio quadrati lineę *db.* ad quadratum lineę *da.* ratiocinata. Verbi gratia: radix de 12500. est $\frac{1}{2}$ 111.; qua extracta de 250., remanet parum minus de $\frac{1}{2}$ 138. pro quadrato lineę *db.* Item radix de 112500. est parum plus de $\frac{1}{2}$ 335.; qua extracta de .450., remanet parum minus de $\frac{1}{2}$ 114. pro quadrato lineę *da.*; ergo est sicut $\frac{1}{2}$ 138. ad $\frac{1}{2}$ 114., ita quadratum solidi .12. basium ad quadratum solidi 20. basium. Et est hec proportio equalis proportionis supradictę, quam habet quadratum cordę anguli pentagonici ad quadratum lateris trigoni cadentis in eodem circulo. Habita siquidem notitia magnitudinum omnium solidorum cadentium in una spera, per ea que dicta sunt, erit possibile inuenire magnitudines similium solidorum cadentium in aliqua alia spera; cum proportio similium solidorum sit proportio triplicata similium laterum: uel etiam dyametrorum sperarum, in quibus ipsa solida fuerint constituta: est enim proportio triplicata dyametri unius sperę ad dyametrum alterius ea quam habet cubus dyametri unius sperę ad cubum dyametri alterius. Vnde si uolumus inuenire magnitudinem solidi .12. basium cadentis in spera, cuius dyameter sit .7., erit sicut cubus senarij ad cubum septenarij, hoc est sicut .216. ad .343., ita inuentum solidum, cuius magnitudo est $\frac{1}{2}$ 75., ad magnitudinem quesiti solidi. Quare multiplicanda sunt $\frac{1}{2}$ 75. per 343., et summa diuidenda est per .216., uenient $\frac{5}{12}$ 119. parum minus; uel si quadratum de .343. multiplicabitur per quadratum solidi, scilicet per .3240., et radicem de 5832000.; et summa dinidatur per quadratum de .216., et habebitur quadratum solidi .12. basium cadentis in spera, cuius dyameter est .7. Quod idem intelligas de solido. 20. basium, et de reliquis solidis.

Incipit septima distinctio de inuentione altitudinum rerum eleuatarum, et profunditatum atque longitudinum planitierum.

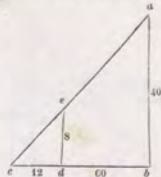
Si vis metiri aliquam altitudinem: Erige astam in plano: et fac eam stare orthogonaliter super ipsum planum: et elonga te ab ipsa asta, et ab altitudine metienda: et pones oculum in terra prospiciens per summitatem astę: et si uisus tuus transibit ad punctum summitatis metiendę altitudinis, signa punctum in terra in locum ubi erit oculus. Et si linea egrediens ab oculo tuo per summitatem astę non uenerit ad punctum summitatis altitudinis ipsius, muta te retro uel ante, donec linea progrediens ab oculo tuo per summitatem astę ascendat recte ad summitatem altitudinis predictę: et tunc erit proportio plani, quod est inter oculum et rem eleuatam, ad ipsam rem eleuatam quam uis metiri, sicut planum, quod est inter oculum et astam, ad ipsam astam. Verbi gratia. Sit altitudo *ab.*, que sit erecta super planum, in quo sit linea *bc.*; quare angulus *abc.* erit rectus; et in ipso plano, et super rectam *bc.* orthogonaliter erigatur asta *de.*; et punctus *c.* sit oculus tuus, a quo transeat linea *ac.* ascendens per summitatem astę, que est punctus *e.*; et erit trigonum *abc.* ex summitate *ab.* et lineę *bc.* existens in plano; et ex linea *ac.*, quam facit oculus tuus; et trigonum *edc.* erit ex asta *ed.* et ad planum *dc.* et linea *ce.*: trigona quidem

fol. 131 recto.

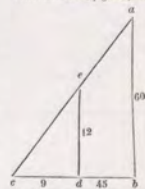
et uel ante ex asta e (fol. 131 recto, lin. 2-11; pag. 202, lin. 34-42).



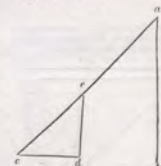
abc. et *edc.* sibi inuicem sunt similia, quia sunt equiangulara; est enim uterque angulorum *abc.* et *edc.* rectus: et angulus qui ad *c.* utriusque triangulo est communis; reliquis qui ad *a.* reliquo qui sub *ced.* est equalis: equiangulara ergo sunt trigona *abc.* et *dec.*; quare et similia. Similia enim trigona circa equales angulos habent latera proportionalia; est enim sicut *cd.* ad *de.*, ita *cb.* ad *ba.* Vnde si *cd.* et *de.*, scilicet spatium quod est inter oculum et astam; et ipsa asta *de.* fuerint nota, erit nota linea *cb.*; erit utique nota et altitudo *ab.*: quia si equalis est *cd.* ex *de.*, equalis erit *cb.* ex *ba.*; et si maior, maior: et si minor, minor: Que ostendantur cum numeris. Esto asta *ed.* quinque palmorum; et spatium *cd.* sit equale ei; et sit spatium *cb.* 30. ulnarum; erit propter hoc et altitudo *ab.* similiter 30. ulnarum, cum *cd.* sit equalis *de.*, ut in prima figura patet. Item esto *cd.* maior asta *ed.*, erit propter hoc et planum *cb.* maius altitudine *ab.*, ut in hac secunda figura patet, in qua ponimus spatium *cd.* 12. palmorum: et astam *ed.* octo palmorum; et planum *cb.* 60. ulnarum. Quare erit ut *cd.* ad *de.*, hoc est sicut 12. ad 8.; uel in minoribus numeris sicut 3. ad 2., ita *cb.* ad *ba.*: unde si multiplicauerimus 60. per 2., et diuiderimus per 3., uenient ulne 40. pro altitudine *ab.* Rursus esto *cd.* minor quam *de.* Quare spatium *cb.* erit minus altitudine *ab.*, ut in hac tertia patet figura; in qua ponimus *cd.* 9., scilicet spatium quod est inter oculum et astam; et astam *ed.* 12., et planum *cb.* 45. Quare quantum addit *ed.* super *dc.*, tantum addet altitudo *ab.* super planum *bc.*: est enim *ed.* ad *dc.* proportio sexquitercia. Quare altitudo *ab.* addit super planum *cb.* tertiam eius, que est 15.; et sic altitudo *ab.* est 60.: uel si 45., scilicet *cb.*, multiplicetur per 12., hoc est per *ed.*; et summa diuidatur per *cd.*, scilicet per 9., uenient 60. pro altitudine *ab.*: uel si *cb.* multiplicetur per $\frac{1}{2}$ ex *ed.*, et diuidatur per $\frac{1}{2}$ ex *cd.*, uenient similiter 60. pro *ab.*: uel si $\frac{1}{2}$ ex *cb.* multiplicetur per $\frac{1}{2}$ ex *ed.*, uenient 60. pro altitudine *ab.* Ex hoc quidem quidam uolens metiri in nemoribus arbores aptas nauibus, talem modum acceperunt: habent arundinem equalem sup̄ staturę, quam habent ab extremitate tali usque ad oculum; et ponunt se in terra contra arborem, quam metiri uolunt, extense tenendo arundinem orthogonaliter erectam secus extremitatem utriusque tali, ut quanta sit altitudo arundinis, tanta sit longitudo staturę a talo usque ad oculum ipsius; et mutant se aliquando uersus arborem appropinquando, aliquando elongando ab ea; et hoc faciunt donec transeat uisus eorum per summitatem arundinis ad summitatem arboris: et tunc quanta est longitudo, que est inter oculum et pedem arboris, tantam dicunt esse altitudinem arboris. Verbi gratia: sit altitudo arboris *ab.*, arundinis *cd.*, et statura hominis *de.*; et sit *e.* oculus eius, cuius uisus linea *ae.* transiens per punctum *c.*; et tunc erit *eb.* sicut *ed.* ad *dc.*, ut superius ostensum est. Geometre uero, uolendo aliquam subtilitatem geometricam ostendere, stant non multum longe ab arbore, et cum arcu duas sagittas sagittant ad arborem, vnam ad radicem eius: et aliam ad punctum summitatis eius; sed unicuique sagitte ligant unum filum, et tendunt ipsa fila perducentes ea ad unum punctum in plano, facientes ex ipsis filiis et ex arbore trigonum orthogonium, cuius cathetus est ipsa arbor; et eius basis est filum sagitte ad pedem arboris protractę, et eius ypothenusa est filum alterius sagitte, quod subtendit angulum rectum. Verbi gratia: sit arbor linea *ab.*; et filum inferioris sa-



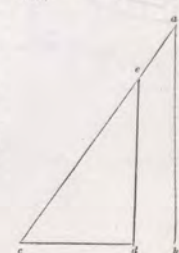
* cum *ed.* planum *cb.* s (fol. 131 recte, lin. 24-32; pag. 103, lin. 11-19).

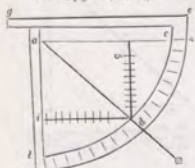
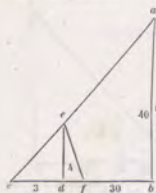


fol. 131 recte.
* *ab.* addit. similiter 60. s (fol. 131 verso, lin. 4-4 e margine superiori; pag. 203, lin. 21-24).



* pro altitudine eius, cuius *a* (fol. 131 verso, lin. 5. 6-17; pag. 203, lin. 25-35).





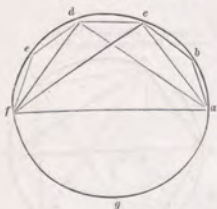
gittę sit .bc., et filum alterius sit .ac. Cumque utriusque fili mensuram habueriat : quadratum fili .bc. extrahetur ex quadrato fili .ac., remanet eis quadratum arboris .ab. : ut si filum .ac. fuerit cubitorum .50., et filum .bc. fuerit .30., auferatur quadratum de .30., quod est .900., de quadrato de .50., quod est .2500., remanebunt pro quadrato arboris .ab. 1600.; cuius radix, que est .40. est altitudo arboris .ab. Possivis etiam dimensionem cuiuscumque altitudinis per aliquem triangulum ligneum habere, dum in ipso | triangulo ab uno angulorum cathetus producta fuerit; et basis super quam cathetus cadet ponatur in plano. Verbi gratia: sit altitudo metienda .ab.; et triangulus ligneus esto .ecf., cuius cathetus esto .ed.; et stet trigonum .ecf. super planum altitudinis, ita ut linea .ed. stet orthogonaliter super ipsum planum; et tunc ponant oculum super latus trigoni .ec.; qui oculus sit .h., et aspiciat per punctum .e.: et si visus tuus transeundo per .e. venerit ad .a., erit sicut .cd. ad .de., ita .cb. ad .ba. : et si visus transeundo per .e. venerit inter .ab., apropinquabis triangulum ad altitudinem .ab. : et si idem visus ascendet super altitudinem .ab., reduces triangulum retro, et facies semper cathetum .ed. orthogonaliter stare super planum, fulcindi ipsum triangulum cum lapillis et cum terra; et hoc facies donec oculus tuus per .e. videat .a. : et cum hoc factum fuerit, erit ut dixi sicut .cd. ad .de., ita .cb. ad .ba. : ut si .cd. fuerit .3. cuiuscumque mensura, et .de. fuerit .4., et .cb. 30. passuum, erit propter hoc altitudo .ab. passus .40.; quia .ed. addit super .cd. tertiam eius: quare et .ab. addit similiter tertiam super .cb. : vel si .cb. multiplicetur per .ed., et suma diuidatur per .cd., venient similiter .40. pro altitudine .ab. Et quia pulcre et subtiliter et facile cum quadrante, quem quidem oroscopum vocant, altitudines metiuntur, ipsum quadrantem, et ea que in ipso ponuntur ad nostrum propositum facientia designare curavi ad presens ut subtilius que intendo valeam demonstrare. Pono punctum .a. centrum et ab ipso protraho duas rectas equales .ab. et .ac. continens angulum rectum et spatio unius rectarum .ab. vel .ac. circino arcum .bdc. producus ipsum extra aliquantulum in puncto .e.; nec non et lineam .ab. produco usque ad .g. et pono lineam .eg. equidistantem lineę .ac. et diuido angulum .bac. in duo equa cum linea .ad. et protraho a puncto .d. super rectas .ab. et .ac. cathetos .dh. di.; et ex hoc monstrabitur, quadrilaterum .dhai. equilaterum et rectiangulum esse; quia tres anguli eius, qui sunt ad puncta .a.h.i., recti sunt; reliquis qui ad .hdi. rectus est, cum omne quadrilaterum habeat quatuor angulos equales quatuor rectis: et quia angulus .bac. diuisus est in duo equa a linea .ad., erit unusquisque angulorum .dab. et .dac. semirectus sunt enim et anguli .ahd. et .aid. recti; quare unusquisque angulorum .adh. et .adi. semirectus est. Quare trigona .hda. et .ida. equicuria sunt; sunt enim et orthogonia: quare linea .ad. subtendens angulos rectos trigonorum .ahd. et .aid. est duplum uniuscuiusque | laterum .ah. dh. id. ai.; ergo et ipsa quatuor latera sibi inuicem sunt equalia: tetragonum ergo est quadrilaterum .ahdi.; et in puncto .a. figi filum cum quodam plumbino, quod pendeat extra arcum .bdc.; et diuidam utrumque latus .dh. et .di. in partes .12. vel .60. equales, et notabo ipsas partes omnes, ut in similibus instrumentis notate inveniuntur : et sic perfecta est forma quadrantis; et non est in ea linea .eg.: sunt enim .e. et .g. foramina: et si cum hoc instrumento altitudinem aliquam metiri uolueris; poneres oculum ad foramen .e., et stabis contra altitudinem me-

uenient pro quadrato lineę ba . $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{2}$ 781., quorum radix est latus penthagonicum ab ., et est radix residui, quod est a radice $\frac{1}{2}$ 781. usque in $\frac{1}{2}$ 62.; quorum residuum est parum plus de $\frac{1}{2}$ 34., cuius residui, secundum propinquitatem, radix est .6. minus $\frac{1}{2}$; et hec est quantitas ab . secundum propinquitatem.

ET si uis habere notitiam lateris decagoni cadentis in circulo, cuius dyameter sit .10. Et diuidatur arcus semicirculj $abcf$. in quinque portiones equales, que sint ab . bc . cd . de . ef .; et protrahantur in eis rectę ab . bc . cd . de . ef ., et erit unaqueque ipsarum latus decagoni; et copulentur rectę ac . et df ., et erit unaqueque ipsarum latus penthagoni; et producantur rectę ad . et cf .; et quoniam equalis est arcus ac . arcus fd ., comuniter adiaceat arcus cd ., erit tunc arcus acd . equalis arcui cdf .; quare recta ad . equalis est rectę cf .; in circulo quidem abg . constitutum est quadrilaterum $cafd$., et in ipso protrecti (sic) sunt duo dyametri ipsius quadrilateri cf . et ad . Quare multiplicatio af . in cd . cum ac . in fd . est sicut cf . in ad .; sed cf . in ad . est sicut cf . in se: his itaque intellectis, propone rectam cd ., que est latus decagoni rem, et multiplica eam in af ., scilicet in .10., uenient .10. res; quibus adde id quod provenit ex ca . in df ., hoc est ex ca . in se; quod inuenimus superius esse $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{2}$ 781., erunt .10. res et dragme $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{2}$ 781., que equantur quadrato lineę cf .; cui superadde quadratum lateris ca ., quod est $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{2}$ 781., erunt .10. res et 125 dragme minus .2. radicibus de $\frac{1}{2}$ 781., que sunt una radix de 3125., que equantur .100. dragmis, scilicet quadrato dyametri af ., cum angulus fca . sit rectus: est enim angulus fca . in semicirculo abf .; adde ergo utrique parti radicem de 3125., et tolle ab utraque parte .125., remanebunt .10. res equalis radici .3125. minus .25. dragmis. Quare radicem .3125. minus 25. diuide per .10. et uenient radix $\frac{1}{2}$ 31. minus dragmis $\frac{1}{2}$ 2. pro quantitate rei, scilicet pro latere cd . decagonico.

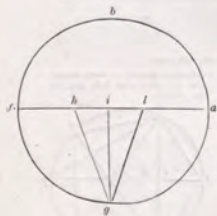
Aliter inueniam latus decagoni: et penthagoni per dyametrum notum. Sit rursus dyameter circuli abg . 10.; et accipiat centrum eius, quod sit .1. et ad rectos angulos trahatur recta ig . et diuidetur if . in duo equa ad punctum h . et protrahatur recta gh ., cui iaceat equalis recta hl .; et copuletur recta gl . Dico il . esse latus decagoni, et gl . latus penthagoni cadentium in circulo $abfg$. Quod sic probatur: Quoniam recta fi . diuisa est in duo equa in puncto h ., et ei . addita est recta il ., erit multiplicatio il . in fl . cum quadrato lineę ih ., sicut hl . in se. Sed rectę hl . equalis est recta gh .; ergo li . in fl . cum hi . in se est sicut hg . in se. Sed hg . in se est sicut gi . in se et ih . in se; ergo il . in fl . cum quadrato lineę hi . est sicut quadrata linearum gi . et ih .; comuniter auferatur quadratum lineę ih ., remanebit il . in fl . sicut quadratum lineę gi . Sed rectę gi . equalis est recta fi .; ergo superficies il . in fl . est sicut fi . in se. Quare proportionaliter est ut lf . ad fi ., ita fi . ad il .: linea ergo fl . diuisa est media et extrema proportionē; et est maior pars, scilicet fi . latus scilicet exagonicum. Quare minor pars il . erit latus decagonicum, ut in EUCLIDE habetur: et quia latus penthagonicum potest super latus exagoni et decagoni; et est gi . latus exagonicum., et il . latus decagonicum, erit quippe recta gl . latus penthagonicum. Et ut hec operentur in numeris, sit dyameter af . 10.; quare gi . erit .5 et ih . erit $\frac{1}{2}$ 2.; et ducamus gi . in se, et ih . in se,

* line est de $\frac{1}{2}$ 781. * (fol. 124 verso, lin.ultima e marginis inferiori; pag. 208, lin. 16 * 17).



(fol. 125 recto.)

* Aliter inueniam quadrata linearum * (fol. 125 recto, lin. 10-19; pag. 208, lin. 25-35).



centrum circuli $dh. \frac{5}{8} 15.$ &
[fol. 136 recte, lin. 9-15; pag. 210,
lin. 2-8].



lum *def.* in punctis *d.e.*; et copulentur recte *de.* et *ha.* et *hb.* et *et. hd.* et *ha.*; et sit *h.* centrum circuli; et erit per ea que dicta sunt in superiori figura, sicut *ab.* ad *dh.*, ita *de.* ad *hl.* Vnde multiplicatio quadrati, et quadratum *ab.* in *hl.* est sicut multiplicatio quadrati; et quadratum *de.* in *dh.* etiam est corda *de.* latus decagoni cadentis in circulo *def.*, cuius mensuram inuenimus esse radicem $\frac{1}{2} 31.$ minus $\frac{1}{2} 2$: quare medietas eius est radix $\frac{15}{16} 7.$ minus $\frac{1}{4} 1.$, cuius quadratum est $\frac{5}{8} 9$ minus radice $\frac{5}{8} 48.$: que si auferantur ex quadrato *dh.*, quod est 25., remanebunt pro quadrato *hl.* $\frac{5}{8} 15.$, et radix $\frac{5}{8} 48.$: quod quadratum si multiplicaueris in quadratum *ab.*, quod sit census, uenient census $\frac{5}{8} 15.$, et radix censuum census $\frac{5}{8} 48.$, que equantur multiplicationi quadrati *dh.*, quod est 25., in quadratum *dl.*, quod est $\frac{5}{8} 9$ minus radice $\frac{5}{8} 48.$; que multiplicatio est $\frac{1}{2} 937.$ minus radice $\frac{1}{4} 48325.$: reduc igitur hec omnia ad censum, quod est ut multiplices ea per $\frac{7}{25}$ minus radice $\frac{1}{125}$: ex ducta quidem $\frac{7}{25}$ minus radice $\frac{1}{125}$, in census $\frac{5}{8} 15.$, et in radicem censuum census $\frac{5}{8} 48.$, ueniet census: et duc $\frac{1}{2} 937$ minus radice $\frac{1}{4} 48325.$ in $\frac{7}{25}$ minus radice $\frac{1}{125}$, et erit census equalis 75., et radici .625. dragmarum minus radice .3125. dragme, et minus radice .1125. dragme; quod totum est .100. minus radice .8000., quorum radix est latus *ab.*, quod est unum ex lateribus decagoni circundantis circulum, cuius dyameter est .10.

Aliter fac *hb.* rem, et duc eam in se, et ueniet census; quem multiplica per quadratum *hl.*, quod est $\frac{5}{8} 15.$, et radix $\frac{5}{8} 48.$, uenient census $\frac{5}{8} 15.$, et radix censuum census $\frac{5}{8} 48.$, que equantur quadrato *dh.* ducto in se, scilicet .625. dragmis: multiplica igitur hec omnia per $\frac{7}{25}$ minus radice $\frac{1}{125}$, erit census equalis .50. minus radice .500. dragme; et hoc est quadratum lineę *hb.*: de quo si auferatur quadratum *hd.*, quod est .25., remanebunt pro quadrato lineę *db.* 25. minus radice .500.; quorum quadruplum, quod est 100., minus radice .8000., est quadratum lineę *ab.*, ut superius inuenimus.

Er postquam demonstratum est per notitiam dyametri inuenire latera pentagoni | et decagoni cadentia infra circulum et extra. Restat ut per eadem latera, cum fuerint nota, doceatur inuenire longitudinem dyametri: ut si dicamus: corda quintę circuli est .10., quanta est longitudo dyametri. Pone pentagonum *abgde.* habens unoquoque laterum .10. ex numeris; et circunda ipsum á circulo, cuius dyameter sit linea *de.*; et copulentur recte *ge.* et *eb.* et *bd.*; et erit quadrilaterum *ebgd.* in circulo *abgd.* Quare multiplicatio *eb.* in *dg.* cum *gb.* in *de.* est sicut multiplicatio *eg.* in *db.*, hoc est sicut *eg.* in se. Quare pone rectam *eb.* rem, et duc eam in *dg.*, uenient .10. res; quibus adde multiplicationem *bg.* in *de.*, que est .100., erunt .100. et 10. res equales multiplicationi *eg.* in se; et est *eg.* res, cum sit equalis *eb.*; ergo .100. et 10. res equantur censui; quare res est radix 125 et 5. dragme; et hec est longitudo lineę *ge.*, quorum medietas erit *gl.*; et hec est radix de $\frac{1}{2} 31.$, et dragme $\frac{1}{2} 2$: multiplica ea in se, erunt $\frac{1}{2} 37.$, et radix de $\frac{1}{4} 781.$; que extrahe ex ducto *gd.* in se, scilicet ex .100., remanebunt $\frac{1}{2} 62.$ minus radice de $\frac{1}{4} 781.$ pro quadrato lineę *dl.* Vnde si multiplicauerimus *cd.* in *dl.*, erit sicut multiplicatio *de.* in se, cum in triangulo *ced.* ab angulo recto in basim cathetus ducta sit *el.* Vnde si posuerimus dyametrum *cd.* rem, et multiplicauerimus quadratum eius, quod est census, in quadratum lineę *dl.*, uenient census $\frac{1}{2} 62.$ minus radice censuum census $\frac{1}{4} 781.$, que equantur quadrato multiplicationis *de.* in se, scilicet .10000. dragmis: ad quam etiam equationem possumus

Ed. 136 verso.

et in tertia distinctione huius probatur
ubi alligatur octauo theosmeto (sic)
sexili euclidis.

et multiplicatio *dg.* cum *gb.* in quadrum
et (fol. 136 verso, lin. 8, 9-18;
pag. 210, lin. 33-41).

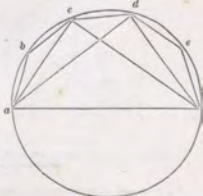


aliter peruenire. Videlicet cum circulo, cuius dyameter est .10., latus pentagoni cadentis in ipso sit radix $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781.; et uolo latus pentagoni esse .10.; et ex hoc queratur notitia dyametri; erit proportio $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781. ad quadratum sui dyametri, scilicet ad .100., sicut proportio quadrati lateris dati pentagoni, quod est .100., ad quadratum sui dyametri ignoti. Quare si posuerimus ipsum dyametrum ignotum rem, et multiplicauerimus quadratum eius, quod est census, per $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781., uenient similiter census $\frac{1}{2}$ 62. minus radice censuum census $\frac{1}{4}$ 781., que equantur multiplicationi de .100. in .100., hoc est .10000. dragmis, ut superius inuenimus. Vnde si hec ad unum censum reduxeris, quod est ut multiplices omnia que habes per $\frac{1}{100}$, et per radicem $\frac{1}{\sqrt{100}}$ unius dragm, uenient .200., et radix .8000. pro quadrato dyametri .cd. Quare radix eorum, que est circa .17., erit dyameter .dc. quesitus.

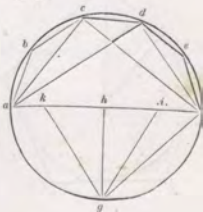
Aliter quia corda anguli pentagonici, et corda ^{quinto} quesite (sic) circuli possunt quincuplum lateris exagoni, scilicet medietatis dyametri, ut in quarto decimo EVCLIDIS habetur; multiplica .eg. in se, que est radix 125. et 5. dragme, uenient .150. et radix .12500.; quibus adde quadratum lateris .gd., quod est .100., erunt .250. et radix .12500., que sunt quincuplum quadrati semidyametri; quare accipe quintam partem eorum, uenient .50. et radix .500. pro quadrato medietatis dyametri; quadruplum uero eorum, scilicet .200. et radix .8000. erit quadratum dyametri, ut superius inuenctum est. Item si uis inuenire dyametrum circuli, cuius $\frac{1}{10}$ corda sit .10. ex numeris; quia erit proportio ipsius cordę ad dyametrum circuli ipsius, sicut proportio alicuius similis cordę ad suum dyametrum; et est corda decagoni radix $\frac{1}{4}$ 31. minus $\frac{1}{2}$ 2. circuli, cuius dyameter est .10.; si pones pro ipso ignoto dyametrum rem, et multiplica eam in radicem $\frac{1}{4}$ 31., minus $\frac{1}{2}$ 2., ueniet radix census $\frac{1}{4}$ 31. minus rebus $\frac{1}{2}$ 2., que equantur .100., que proueniunt ex multiplicatione notę cordę, que est .10., in dyametrum notum: adde utrique parti res $\frac{1}{2}$ 2., erunt .100. et res $\frac{1}{2}$ 2. equales radici censuum $\frac{1}{4}$ 31.: multiplica hec omnia in se, et erunt census $\frac{1}{4}$ 31. equales censibus $\frac{1}{4}$ 6. et 10000. dragmis, diminutis inde 500 radicibus: tolle ab utraque parte census $\frac{1}{4}$ 6., et adde utrique parti .500. res, erunt census .25., et 500 res equales .10000. dragmis. Redige ergo hec omnia ad censum, quod est ut diuides omnia que habes per .25., et ueniet census, et 20. res equales .400. dragmis: age in his secundum algebram, et erit res radix .500. dragmarum, et 10 ex numeris; et hec est longitudo dyametri quesiti. Aliter adiaceat factus circulus .abc defg.; et in medietate ipsius protrahantur .5. corde equales, que sint recte ab.bc.cd.de.ef.; et erit unaqueque ipsarum corda $\frac{1}{10}$ circuli .acg.; et dyameter circuli sit .af.; et a terminis ipsius producantur recte .ac. et .fd., quarum unaqueque est latus pentagoni cadentis in ipso circulo, cum unaqueque ipsarum subtendat angulum decagonicum: et protrahantur etiam recte .ad. et .cf.; et sit unaqueque corda decagoni .10. ex numeris; et ponam dyametrum .af. duas res; et multiplicabo eas in corda .cd., que est .10., et uenient .20. res; et multiplicabo lineam .ac. in lineam .fd., hoc est latus pentagonicum in se, uenient census, et 100 dragme: et hoc dico quia latus pentagonicum potest super latus exagonicum et decagonicum: et hic est latus exagonicum res: et eius potentia census: et latus decagonicum est .10., et eius potentia .100.: et adde censum et .100. cum .20. rebus, erunt census et 100. et 20 res, que proueniunt ex .af. in .cd., et ex .ac. in .fd.; et hec equantur multiplicationi ad.

fol. 137 recto.

e mijum § 2. numeris; et hoc s (fol. 137 recto, lin. 9, 10-20; pag. 211, lin. 23-31).

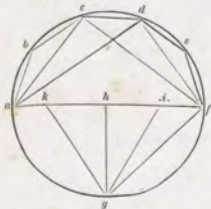


e censum: et latus ... af; cui s (fol. 137 recto, lin. 22-25 e margine inferiore; pag. 211, lin. 41 — pag. 212, lin. 1).



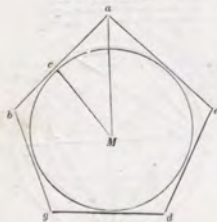
(fol. 137 verso.

e *gh.*; et ponam multiplicemus in
se $\times$ (fol. 137 verso, lin. 9-20; pag.
212, lin. 8-17).



1. *libet lineæ ih.*
fol. 138 recto.

e $\frac{1}{2}$ dyametri dyametri circuli $\times$ (fol.
138 recto, lin. 13-21; pag. 212, lin.
42 --- pag. 213, lin. 6).



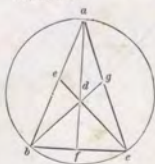
in *cf.*, hoc est quadrato lineæ *cf.*; cui | quadrato si addatur quadratum lineæ *ac.*, quod est census et .100., habebuntur siquidem .2. census, et .20. res, et .200. dragme, que equantur .4. censibus, scilicet quadrato dyametri : abice ergo ab utraque parte .2. census, et reliquum dimidia, ueniet census equalis .10. rebus, et .100. dragmis: age in his secundum algebram, et erit res, scilicet medietas dyametri *af.*, radix .125., et .3. dragme, quorum duplum, scilicet radix .500., et .10. dragme, erit longitudo dyametri quesiti, ut superius inuenimus. Aliter in eodem circulo à centro *h.* super dyametrum *af.* super rectos angulos protraham lineam *gh.*; et ponam *hi.* medietatem ex *fh.*, et copulabo .*gi.*; et ponam *ik.* equalem .*gi.*, et copulabo .*gk.*, et erit .*gk.* latus pentagonicum in circulo .*acf.*, secundum quod superius demonstratum est; et *hk.* erit latus decagoni, et *gh.* erit latus exagonicum: et ponam *gh.* rem. Quare *ih.* erit medietas rei: et ducam *gh.* in se, et ueniet census; et *ih.* in se, et ueniet quarta census; et sic pro quadrato lineæ *gi.*, hoc est pro quadrato lineæ *ik.*, habetur census $\frac{1}{4}$ 1; ergo *ik.* est radix unius census et $\frac{1}{4}$; ex qua si auferatur *ih.*, remanebit *hk.* radix census $\frac{1}{4}$ 1 minus $\frac{1}{2}$ radix, hec est *hi.*, que equantur .10. dragmis, cum latus decagonicum ponatur esse .10. Vnde si addatur $\frac{1}{2}$ rei utrique parti, erit radix census $\frac{1}{4}$ 1 equalis .10., et medietati rei: que omnia si multiplicemus in se, erit census $\frac{1}{4}$ 1. equalis .10. rebus et .100. dragmis, et $\frac{1}{4}$ census. Vnde si ab utraque parte tollatur $\frac{1}{2}$ census, remanebit census equalis .100. et .10. rebus; et sic res, que est medietas dyametri circuli *adg.*, erit .5., et radix de .125. dragmis; quorum duplum, scilicet .10. et radix .500. dragmarum, est longitudo dyametri *af.*: et ex hoc modo inuenitur quod omnis dyameter cuiuscumque circuli addit super latus decagonicum cadentis in ipso radicem quincupli quadrati lateris decagonici: ut si latus decagonicum fuerit .6., erit dyameter circuli similiter .6., et radix quincupli quadrati senarii, que radix est de .180.; et ita intelligas in omnibus similibus euenire. Possumus etiam per hanc figuram per latus pentagoni dyametrum circuli inuenire. Verbi gratia : quod eiusdem circuli *agd.* est latus pentagoni cadentis in ipso recta *gk.*, quam ponamus esse .10.; et quadratum eius, quod est .100., equatur duobus quadratis linearum *gh.* et *hk.*; et est *gh.* semidyameter; et latus *hk.* est corda $\frac{1}{10}$ circuli. Ponamus lineam *gh.* rem, et ducamus eam in se, et ueniet census : et ducamus *hk.* in se, que | est radix census $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ rei, ueniet census $\frac{1}{4}$ 1. minus radice censuum census $\frac{1}{4}$ 1.; que adde cum censu, scilicet cum quadrato lineæ *gh.*, uenient census $\frac{1}{2}$ 2 minus radice census census $\frac{1}{4}$ 1., que equantur .100. dragmis. Reduc hec omnia ad censum, quod est ut multiples omnia que habes per $\frac{1}{2}$, et per radicem $\frac{1}{20}$ dragme, uenient .50., et radix .500. dragmarum equals censui, hoc est quadrato medietatis dyametri; quorum quadruplum, scilicet .200., et radix .8000. erit longitudo dyametri. Et nota quia cum in quolibet circulo latus pentagonicum fuerit notum, si quadratum ipsius lateris multiplicabitur per $\frac{1}{2}$, et per radicem $\frac{1}{20}$ unius dragmæ; et illud quod prouenerit est quadratum medietatis dyametri.

Et si uis habere notitiam dyametri circuli circundati à pentagono equilatero et equiangulo *abgde.*, cuius quodlibet latus est .10. ex numero, et centrum circuli *m.*, et medietas dyametri circuli continentis pentagonum linea *am.*, quod est $\frac{1}{2}$ dyametri eius .50., et radix .500., prolice ex eo quadratum *ac.*, quod est .25., re-

manebunt pro quadrato .cm. 23., et radix 300.; quorum quadruplum, quod est .100., et radix .3000. est quadratum dyametri circuli contenti á pentagono .abcde. Et si uolueris ex quadrato dyametri continentis pentagonum, quod est .20., et radix 3000. pentagoni, remanebunt similiter .100., et radix .3000. pro quadrato quesiti dyametri. Quia quadratum omnis dyametri circuli continentis figuram equilateram et equiangulam equatur quadrato lateris ipsius figure; et quadrato dyametri circuli contenti ab ipsa figura. Et ad hoc demonstrandum adiaceat circulus .abc.; et in ipso scribatur triangulus .abc. equilaterus et equiangularis; et á centro .d. protrahantur recte .da. .db. .dc.; et diuidantur latera trianguli in duo equa in punctis .ef. .g.; et producantur á centro recte .de. .df. .dg.; et erit unaqueque ipsarum cathetus super latera trianguli .abc., et equabuntur sibi inuicem; nec non et recte .da. .db. .dc. sibi inuicem sunt equales; et est unaqueque ipsarum semidiameter circuli .abc.; et quia recte .de. .df. .dg. sibi inuicem sunt equales, est unaqueque ipsarum semidiameter circuli circundati á triangulo .abc.; et quia quadrata linearum .de. et .eb. equantur quadrato lineę .db., quadruplum quadratorum .de. et .eb. equatur quadruplo quadrati .db. Sed quadruplum quadrati .de. est quadratum dupli .de., hoc dyametri circundati á triangulo .abc.; nec non et quadruplum quadrati lineę .eb. est quadratum lineę .ab.; et quadruplum quadrati semidiametri .db. est quadratum dyametri circuli .abc. continentis triangulum .abc.; ergo quadratum dyametri circuli circundati á figura triangula et equilatera cum quadrato lateris trianguli circundantis ipsum circulum equatur quadrato dyametri circuli circundantis ipsum triangulum. Et ita esse ostendetur ex qualibet figura multilatera et equilatera et equiangulara circundante circulum, et circundata á circulo; et hoc est quod uolui demonstrare. Rursus si habere uis notitiam dyametri circuli circundati á decagono equilatero et equiangularo, cum dyameter circuli circundantis ipsum decagonum sit radix .300. et 10.; si multiplicauerimus ipsum in se, et ex ipsa multiplicatione extraxerimus quadratum lateris decagoni, quod est .100., remanebunt .300., et radix .20000. pro quadrato dyametri quesiti. Er si dicemus tibi: trianguli equilateri cum sua perpendiculari est .10. ex numeris; et querat quanta sit perpendicularis, faciamus triangulum .abg., cuius perpendicularis .ad. cum triangulo .abg. sit .10.; et uis scire quanta est .ad., pone ipsam rem, et erit .db. radix $\frac{1}{2}$ census; et unaqueque linearum .ab. .bg. .ag. erit radix census $\frac{1}{2}$ 1. Vnde si multiplicauerimus .ad. in .db., scilicet in radicem $\frac{1}{2}$ census, ueniet pro triangulo .abg. radix $\frac{1}{2}$ census census; cui si addatur perpendicularis .ad., erit res et Radix $\frac{1}{2}$ census census equalis .10. dragmis: restaura radicem $\frac{1}{2}$ census census, ut sit radix census census, quod est ut multiplices illud in radicem .3.; ergo multiplica totum quod habes in radicem .3., et ueniet radix census census, que est census, et radix .3. censuum, et quales (sic) radici .300.: dimidia igitur radicem .3. censuum, et exhibit radicem $\frac{1}{2}$; quam duc in se, et proueniunt $\frac{1}{4}$; quos adde ad radicem .300., erunt $\frac{1}{4}$, et radix .300.; quorum accipe radicem, et prohice $\frac{1}{4}$, et residuum est linea .ad., que est perpendicularis trianguli .abg.; et hoc est quod uoluimus exponere.

In quadrato quidem equilatero et equiangularo .abd., cuius unumquodque latus est .10., protractum est pentagonum .acefh. equilaterum. Volo scire longitudinem uniuscuiusque lateris pentagoni. Ponam pro uno quoque ipsorum rem, remanebit una-

* et á centro .d.abg., quadruplum *
(fol. 138 recto, lin. 24-30, 31; pag. 213, lin. 8-15).

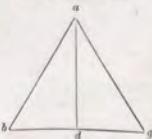


fol. 138 verso.

* circundati á figura et equiangularo *
(fol. 138 verso, lin. 1-6 e marginis superioribus pag. 213, lin. 19-24).



* si multiplicauerimus $\frac{1}{2}$ 1. Vnde *
(fol. 138 verso, lin. 8-14; pag. 213, lin. 25-31).



* longitudinum et census $\frac{1}{2}$ l. s. (fol. 139 verso, lin. 25, 26-35; pag. 212, lin. 42 — pag. 214, lin. 9).



* circundantis ipsum et radix s. (fol. 139 recto, lin. 15, 16-25; pag. 214, lin. 22-30).



fol. 139 verso.

.DIS.

214

queque rectarum $hd.$ et $cb.$ 10., minus re: et quia latera $ce.$ et $hf.$ sunt equalia, erunt quadrata linearum $cb.$ et $be.$ equalia quadratis linearum $hd.$ et $df.$ Sed $cb.$ equalis est $hd.$, remanebit $be.$ equalis $fd.$; relique $eg.$ et $gf.$ sibi inuicem equalis erunt, cum latera $bg.$ et $gd.$ sunt equalia; et quia $ef.$ est res; si ducatur in se, producit censum. Vnde unaqueque rectarum $eg.$ et $gf.$ est radix $\frac{1}{2}$ census; remanet ergo pro $df.$ 10. minus radice medietatis census; ducamus eam in se, venient 100. et $\frac{1}{2}$ census minus radice 200. censuum: et duc etiam $dh.$ in se, que est 10. minus re, venient 100. et census minus 20. rebus; aggrega hec omnia, et erunt 200 et census $\frac{1}{2}$ l., minus 20. rebus, et minus radice 200. censuum, que equantur censui, scilicet quadrato lineę $hf.$: adde utrique parti 20. res, et radicem 200. censuum; et abice ab utraque parte censuum, remanebunt 200. et $\frac{1}{2}$ census equales 20. rebus, et radici 200. censuum: reduc hec omnia ad censum, quod est ut duplices omnia que habes, et erunt census et 400. equales 40 rebus, et radici 800. censuum: dimidia ergo radices, que sunt 20., et radix 200.; et duc eas in se, venient 600., et radix 320000.; de quibus abice 400., remanebunt 200., et radix 320000.; quorum radicem extrahe de 20., et de radice 200., residuum erit res, scilicet latus pentagoni.

Pentagoni equilateri et equianguli mensura est 50. dragme, quantum est quodlibet latus eius: pro ipso quidem pentagono ponam pentagonum $abde.$, et $c.$ centrum circuli circundantis pentagonum; et protraham ab ipso centro lineas $ca.$ $cb.$ $cg.$ $cd.$ $ce.$, et erit totus pentagonus $abde.$ diuisus in quinque triangulis equalibus: ex quibus unus est triangulus $ace.$, cuius mensura est 10. Et iam scis quod quando latus pentagoni est 10., quod quadratum dyametri circuli circundantis ipsum pentagonum est 200., et radix 8000. Quod etiam potest haberi ex duplo quadrati lateris pentagoni, et ex radice $\frac{1}{2}$ in quadrato eiusdem lateris. Vnde si ponamus latus pentagoni rem, venient pro quadrato dyametri circuli circundantis pentagonum 2. census, et radix $\frac{1}{2}$ census census; cuius dyametri medietas est unaqueque linearum $ca.$ et $ce.$; et est quadratum uniuscuiusque earum quarta pars quadrati dicti dyametri; ergo quadratum lineę $ca.$ est $\frac{1}{2}$ census, et radix $\frac{1}{20}$ census census: de quo si auferamus quadratum lineę $af.$, quod est $\frac{1}{4}$ census, remanebunt pro quadrato perpendicularis $cf.$ quarta census, et radix $\frac{1}{20}$ census census: cadit enim perpendicularis super medium basis $ae.$, cum equalia sint latera $ac.$ et $ce.$: multiplica ergo quadratum $cf.$ in quadratum $fa.$, hoc est $\frac{1}{4}$ census, et radix $\frac{1}{20}$ census census per $\frac{1}{4}$ census, venient $\frac{1}{16}$ census census, et radix $\frac{1}{160}$ census census census, que equantur quadrato trianguli $ace.$, quod est 100. Restaure ergo $\frac{1}{16}$ census census, ubi sit census census, quod est ut ducas eum in 16.; et propter hoc duc omnia que habes in 16., et venient census census, et radix $\frac{1}{2}$ census census census, que equantur 1600. Reduc totum quod habes ad censum census; et est ut ducas totum quod habes in 5., diminuta radice 20., et provenit census census equalis 8000., et radici 51200000.; radix eius est quodlibet latus pentagoni.

Er si dicemus tibi: mensura decagoni equilateri et equianguli est 100., quanta est | longitudo cuiuslibet lateris. Intelligamus, lineam $bg.$ esse unum ex lateribus ipsius decagoni, et $a.$ centrum circuli circundantis ipsum. Quare unaqueque linearum $ab.$ et $ag.$ est semidiameter ipsius circuli; et est triangulus $abg.$ 10.; quia est $\frac{1}{10}$ totius de-

goni. Et iam scis quod quando latus decagoni est .10., quod dyameter circuli circumdantis decagonum est .10. et radix .500. Vnde medietas eius est .5., et radix .125. Similiter cum ponamus latus .bg. rem, erit dyameter circuli similiter res, et radix .5. censum, hoc est radix quincupli quadrati rei. Vnde semidiameter .ab. erit $\frac{1}{2}$ rei, et radix census $\frac{1}{4}$ t.: protrahe tunc cathetum .ad., et ueniet punctus .d. in medio .bg.; quare .bd. erit medietas rei: duc ergo .ab. in se, quæ est $\frac{1}{2}$ rei, et radix census $\frac{1}{4}$ t., ueniet census $\frac{1}{4}$ t., et radix census census $\frac{1}{4}$ t.: quibus abice quadratum lineæ .bd., quod $\frac{1}{4}$ census, remanebunt pro catheto .ad. census $\frac{1}{2}$ t., et radix census census $\frac{1}{4}$ t.; quæ multiplicata in quadratum lineæ .bd., quod est $\frac{1}{4}$ census, uenient $\frac{5}{16}$ census census, et radix $\frac{5}{16}$ census census census, quæ equantur .100., scilicet quadrato trianguli .abg.: restaura $\frac{5}{16}$ census census, ut sit census census; quod est ut multiplices illud per $\frac{1}{2}$ 3., et ideo multiplica omnia quæ habes per $\frac{1}{2}$ 3., erunt census census, et radix $\frac{1}{2}$ census census census census, quæ equantur 320. Reduc ergo hæc omnia ad censum census, quod est ut multiplices omnia quæ habes per .5. minus radice de 20., et erit census census equalis .2000. minus radice 2045000.: de quorum radice si acceperis radicem, ueniet res, scilicet latus decagoni quesiti. Potes etiam lineam .ab., cum sit latus exagoni, aliter inuenire, uidelicet cum diuiditur latus exagonicum media et extrema proportionē, tunc maior pars eius erit latus decagonicum, ut in EUCLIDE habetur; et latus decagonicum est linea .bg.: unde si ab .ab. abscidamus equalem lineæ .bd., quæ sit linea .eb., erit quadratum lineæ .ae. quincuplum quadrati lineæ .eb., ut in eodem EUCLIDE habetur. Sed quadratum lineæ .eb. est $\frac{1}{2}$ census, cum sit $\frac{1}{2}$ rei; quia ponimus lineam .bg. rem; ergo quadratum lineæ .ae. erit census $\frac{1}{4}$ t.: et sic tota linea .ab. erit $\frac{1}{2}$ 40., et radix census $\frac{1}{4}$ t., ut superius inuenctum est. Et si dicemus tibi: pentagoni .abgde. mensura trianguli .agd. est .10.; et uis scire quanta est longitudo lineæ .gd., quæ est unum ex lateribus pentagoni; quam pone rem; et quia linea .ag. est corda anguli pentagonici, scilicet lineæ .gd., est corda anguli decagonici. Vnde si à linea .ag. abscidamus lineam .gz. equalem lineæ .gd., erit proportio .ag. ad .gz. sicut .gz. ad .za.; et si diuiserimus |gz. in duo equa in puncto .i., erit quadratum lineæ .ai. quincuplum quadrati lineæ .gi.; et est .gi. medietas rei, et quadratum eius $\frac{1}{4}$ census: quare linea .ai. erit radix .5. quaratarum census, hoc est ex censu $\frac{1}{4}$ t.; et tota linea .ai. erit radix census $\frac{1}{4}$ t. et $\frac{1}{2}$ rei: de inde protrahe cathetum .at., qui cadit in medio recte .gd.; et quia triangulus .agd. habet latera .ag. et .ad. lateribus superioribus trianguli .abg., qui fuit decima pars supradicti decagoni; et ambo trianguli habent bases equales, quarum unaqueque est res; si processerimus in hoc triangulo secundum quod egressi sumus in illo, inueniemus similiter censum census equalem esse .1600. dragmis minus radice 2045000. Quare radix radicis huius census est latus .gd., quod posuimus esse rem. Et si dicemus: mensuram trianguli .abe., qui est ex pentagono .abgde. est .10., quanta est longitudo lineæ .be. Pone rem lineam .be., quæ est subtendens angulum pentagoni; et protrahe cathetum .az., quæ diuidit lineam .be. in duo equa; et quando linea .be. diuiditur media et extrema proportionē, maior eius pars est equalis lateri pentagonico, ut in EUCLIDE habetur: in quo etiam inuenitur quod quando linea aliqua media et extrema proportionē diuiditur, et additur maiori parti medietatem lineæ

erit medietas minus radice x (fol. 139 verso, lin. 10-20; pag. 215, lin. 6-15).

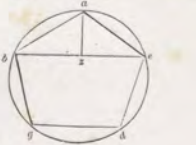


est corda si diuiserimus x (fol. 139 verso, lin. 24-35 e margine inferiore; pag. 215, lin. 26-28).



fol. 140 recto.

et censum census parti medietatem x (fol. 140 recto, lin. 9-16, 17; pag. 215, lin. 35-43).



* Et si dicemus que est * (fol. 140 recto, lin. 34, 35 e margine inferiores pag. 216, lin. 17 e 18).



fol. 140 verso.

* corda $\frac{c}{2}$ et quadratum * (fol. 140 verso, lin. 1-8; pag. 216, lin. 18-25).



diuise, quadratum addite lineę erit quincuplum quadrati medietatis ipsius diuise lineę: et quia quando linea .be. diuisa est media et extrema proportionē, maior eius pars est linea .ab., que est latus pentagonicum; si ei adiungatur linea .bz., que est medietas lineę .be.; itaque ex utraque fiat una linea; erit quadratum ipsius lineę coniunctę ex .ab. et .bz. quincuplum quadrati lineę .ze.; et .ze. est $\frac{1}{2}$ rei; et quadratum eius $\frac{1}{4}$ census lineę coniunctę ex .ab. et .bz. Vnde si ex radice ipsius auferatur linea .bz., remanebit pro linea .ab. radix census $\frac{1}{4}$ t. minus $\frac{1}{2}$ rei: quam duc in se, ueniet census $\frac{1}{2}$ t. minus radice census census $\frac{1}{4}$ t.: abice inde quadratum lineę .bz., quod est $\frac{1}{4}$ census, remanebit pro quadrato lineę .az. census $\frac{1}{4}$ t minus radice census census $\frac{1}{4}$ t.; quod multiplicā per quadratum lineę .bz., quod est $\frac{1}{4}$ census, ueniet $\frac{5}{16}$ census census minus radice $\frac{5}{16}$ census census census census, que equantur quadrato trianguli .abe., quod est .100.: multiplica quidem hec omnia per $\frac{4}{3}$ z., ueniet census census minus radice $\frac{5}{3}$ census census census census, qui equantur .320. dragmis: redige hec omnia ad censum census; quod est ut multiplices totum quod habes per .5., et per radicem de .30., ueniet census census equalis dragmis .1600., et radici .2048000., quorum radix erit quadratum lineę .be.

Et si dicemus tibi decagoni .abgdeihtc. equilateri et equianguli mensuram trianguli .cth. est .10. ex numero, quanta est linea .ch., que est corda $\frac{2}{3}$ circundantis ipsum decagonum. Esto centrum ipsius circuli m.; et ducatur linea .tm., que diuidit lineam .ch. in duo equa in puncto .l.; et ponam .ch. rem; et quando .ch. est res; ergo eius quadratum est census, et quadratum dyametri ipsius circuli est .2. census, et radix $\frac{1}{2}$ census census; et quadratum medietatis dyametri, scilicet linea .mt., est $\frac{1}{2}$ census minus radice $\frac{1}{20}$ census census: et quia latus pentagoni .ch. potest super latera .ta. et .te., hoc est super latera exagonici et decagonici: et posuimus .ch. rem; et quadratum eius est census; ergo quadrata linearum .mt. et .tc. equantur censui: unde si ex censu auferatur quadratum lineę .tm., quod est $\frac{1}{2}$ census, et radix $\frac{1}{20}$ census census, remanebit pro quadrato lineę .tc. $\frac{1}{2}$ census minus radice $\frac{1}{20}$ census census: de quo si auferatur quadratum lineę .cl., quod est $\frac{1}{4}$ census, remanebit pro quadrato lineę .tl. $\frac{1}{4}$ census minus radice $\frac{1}{20}$ census census: quod si ducatur in quadratum .cl., scilicet in $\frac{1}{4}$ census, ueniet $\frac{1}{16}$ census census, et radix $\frac{1}{200}$ census census census census, que equantur .100. dragmis. Restaura $\frac{1}{16}$ census census, ubi sit census census; quod est ut multiplices illud per .16.; et propter hoc multiplica omnia que habes per .16., et erit census census minus radice $\frac{1}{3}$ census census census census equalis .1600. dragmis. Reduc ergo hec omnia ad censum census; quod est ut multiplices omnia que habes per .5., et per radicem de .30., deueniet census census equalis 8000, et radici 51200000, quorum radix radicis est linea .ch.; et hoc uolui inuenire.

Explicunt questiones geometricales: et incipiunt questiones, quorum solutiones non sunt terminate, hoc est quod non cadunt ad unum terminum tantum, sed ad plures.

Ut est ista in qua proponitur inuenire aliquis quadratus numerus, cui si addatur .5., proueniat inde quadratus numerus; et hoc potest fieri multipliciter. Pones pro radice maioris numeri rem, et aliquot dragmas; que cum in se multiplicata fuerint, faciant minorem numerum quam .5.; et sit dragma: et multiplicentur res et dragma

in se, ueniet census, et 2 res, et dragma una, que equantur censui, et 5. dragmis: abice ab utraque parte censum, et dragmam, remanebunt .2. res equales .4. dragmis; ergo res est .2. dragmarum; et quadratum eius est .4. quesitus numerus: cui si addatur .5., ueniet .9.; qui numerus quadratus est; et radix eius est .3. Et si ponamus cum re dragmas duas, multiplicemus ea in se, exhibit census, et .4. res, et .4. dragme equales censui, et .3. dragmis: proiciamus ab utraque parte censum, et .4., remanebunt .4. res equales uni dragme; quare res est $\frac{1}{4}$ dragmę; qua in se multiplicata facit $\frac{1}{16}$ unius dragmę pro quesito numero: cui si addantur .5., uenient $\frac{1}{4}$ 5.; qui numerus quadratus est; et radix eius est $\frac{1}{4}$ 2. Aliter pone pro ipso | quadrato numero quadratum .ag.; et addatur ei superficies .de., que sit .5.; et iaceat linea .ge. in directo lineę .bg.; et erit numerus superficialis numerus .ae., et prouenit ex .ab. in .be.: et proponitur numerus .ae. esse quadratus; quare numeri .ab. et .be. similes superficiales sunt; hoc est quod proportio numeri .eb. ad numerum .ab. ae., sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Vnde possumus infinitos duos numeros inuenire habentes inter se proportionem sicut quadratus numerus ad quadratum numerum, cum quibus poterimus ad propositum deuenire. Quare ponamus proportionem numeri .eb. ad numerum .ba., hoc est ad numerum .gb., esse sicut .4. Quare proportio .eg. ad .gb. erit sicut .5. ad .4.; et est proportio superficiei .de. ad quadratum .db. sicut .eg. recta ad rectam .gb.: ergo superficies .de. ad quadratum .db. est sicut .5. ad .4.: unde si superficies .de. est .5., et quadratum .db. est .4.; ergo quesitus quadratus numerus est .4.: cui si addatur .5., ueniunt .9., qui etiam quadratus est. Et nota quod proportio superficiei .de., que est .5., ad quadratum .db. oportet esse sicut aliquis quadratus numerus, cuius quinta pars sit quadrata ad alium quemlibet quadratum numerum. Verbi gratia: sit proportio .eb. ad .bg. sicut est .5. ad .4.; erit ergo proportio .de., que est .5., ad .db. sicut .50. ad .4.; de quibus .50. sextadecima pars. Vnde quadratum .db. est $\frac{1}{16}$ de .4., cuius radix est $\frac{1}{4}$, quod habetur pro latere .gb.; et sic tota superficies .ae. erit $\frac{1}{16}$ 5., cuius radix est $\frac{1}{4}$ 2., ut superius inuenctum est. Aliter quia omnes quadrati numeri ordinate proueniunt ex aggregatione ipsorum numerorum ab unitate ascendunt per ordinem; si colligamus impares numeros, qui sunt infra .5., scilicet .1. et .3., procreabuntur inde .4.; qui numerus quadratus est: cui si addantur .5., uenient .9., qui est quadratus numerus: et si multiplicauerimus aliquem imparem quadratum numerum, ut dicamus .9., per .5., uenient .45.; et acceperimus quadratum, qui prouenit ex aggregatione omnium numerorum imparium, qui sunt ab uno usque in .42., hoc est qui sunt infra .45.; qui quadratus numerus est .454., et eius radix est .22.; et super ipsum quadratum addiderimus .45., nimirum in quadratum numerum .329. ueniemus: et quia ita est, si diuiserimus utrumque quadratum numerum per ipsum quadratum numerum, per quem multiplicauimus .5., nimirum duo quadrati numeri ex ipsa diuisione prouenerint, quorum unus excedit alterum in .5., ut quesitum est; et erit unus ipsorum quadratorum $\frac{1}{5}$ 53., et alter $\frac{1}{5}$ 58.: et si uis habere radices eorum, diuide radicem de .9., uenient $\frac{1}{4}$ 7. Similiter si multiplicauerimus .5. per aliquem quadratum parem in duas, uel in quatuor, uel in plures partes, ita quod unaqueque pars sit impar; et iaceant ipse partes impares in ordine imparium numerorum, poterimus ad solutionem superscriptę questionis deuenire. Verbi gratia: multiplicemus .5.

fol. 141 recto.

fol. 141 verso.

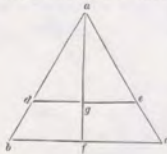
per .16., ueniunt .80.; et diuidamus .80. in duos pares numeros, qui sint continui in ordine imparium numerorum, eruntque .39. et .41.: deinde aggrega omnes impares numeros ab unitate, qui sunt infra .39.; quam aggregationem habebis, si multiplicauerimus in se medietatem duorum extremorum, scilicet de .1.² et 37.; de qua multiplicatione exhibet .361.: cum quibus si addiderimus .80., ueniunt .441.: si diuiderimus hos duos quadratos per .16., habebimus $\frac{9}{16}$ 22. et $\frac{9}{16}$ 27., et radices eorum habebimus, si per radicem de .16., que est .4., diuiderimus .19. et 21., qui sunt radices de 361. et de 441.

Et si de .80. fecerimus .4. partes impares, que sunt .17. et 19 et 21 et 23; que quatuor partes sunt circa quartam de .80., que est .20.; et aggregabimus numeros impares, qui sunt infra .17., ueniunt .64., qui est quadratus numerus, cuius radix est .8.: super quem si addiderimus .80., ueniunt .144.: unde si diuiderimus .64. per .144. per .16., et radices eorum per .4., habebimus optatum ut supra. Er si dicemus: de quodam quadrato numero abstulj .10., et remansit quadratus numerus; hec questio similis est antecedenti; quia si super minorem quadratum addantur .10., prouenit inde quadratus numerus: operare ergo in eam secundum quod superius operati fuimus, et inuenias.

Subscripte triangulorum questiones ponende sunt in antecedenti quintero post triangulum equilaterum, cuius mensura cum sua perpendiculari est .10.

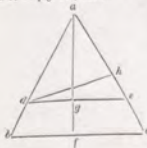
Er si dicemus tibi: in triangulo .abc., cuius unumquodque latus est .10., protractum est quadrilaterum .dbce., cuius latus .de. equidistans est lateri .bc.; et mensura ipsius quadrilateri est .10.; et uis scire quantitatem lineę .de., protrahe primum in triangulo .abc. perpendicularem .af., et erit quadratum ipsius 75, scilicet $\frac{3}{4}$ quadrati unius laterum: et quadratum lineę .bf., que est medietas lateris .bc., est tertia pars quadrati perpendicularis .af. Vnde si multiplicetur .bf. in radicem de .75., scilicet .5. in radicem de .75., ueniet radix .1875. pro mensura trianguli .abc.: et quia linea .de. equidistans est lineę .bc., similis est triangulus .ade. triangulo .abc.: equaliter est ergo triangulus .ade. Vnde si ponamus latus .de. rem, quod est unum ex equalibus lateribus trianguli .ade., erit quadratum eius census; quare quadratum perpendicularis .ag., erit $\frac{3}{4}$ census, quorum tertia pars, scilicet $\frac{1}{4}$ census, est quadratum lineę .dg.: quod si multiplicauerimus per quadratum perpendicularis .ag., uenient $\frac{9}{16}$ census census pro quadrato trianguli .ade.; ergo triangulus .ade. est radix $\frac{3}{16}$ census census; cum qua radice addamus quadrilaterum .dbce., quod est .10., habebantur pro toto triangulo .abc. 10., et radix $\frac{3}{16}$ census census. Sed triangulus .abc. est radix 1875.; ergo .10., et radix $\frac{3}{16}$ census census equatur radici .1875. Vnde si ab utraque parte tollatur .10., remanebit radix $\frac{3}{16}$ census census equals radici .1875. minus .10.: redige ergo hec omnia ad censum, quod est ut multiplices omnia que habes per radicem de $\frac{1}{2}$ 5., quia cum multiplicetur radix $\frac{3}{16}$ census census per radicem de $\frac{1}{2}$ 5., prouenit radix $\frac{3}{16}$ census census, hoc est radix census census; et radix census census est census: et si multiplicabis radicem de 1875. per radicem de $\frac{1}{2}$ 5., ueniet radix de .10000.; que est .100.; et cum multiplicetur radix de $\frac{1}{2}$ 5. per .10., prouenit radix de $\frac{1}{2}$ 533.; ergo census hoc quadratum lineę .de. est .100. minus radice de $\frac{1}{2}$ 533., quorum radix est linea .de.; et hoc uolui inuenire. Er quia triangulus .ade. est equalium laterum, erit et quadratum lateris .ad. similiter .100. minus radice $\frac{1}{2}$ 533. Vnde si si (sic) radix eorum auferatur de .10., remanebunt pro linea .db. 10. minus radice differentię,

* 75, scilicet (fol. 141 verso, lin. 21-27; pag. 218, lin. 21-28).



fol. 142 recto.

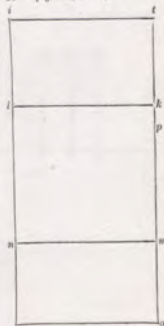
* multiplicabis radicem (fol. 142 recto, lin. 2-3-9; pag. 219, lin. 38 — pag. 219, lin. 1).



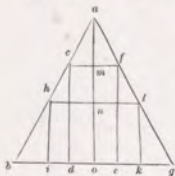
que est inter radicem de $\frac{1}{2}$ 533., et 100. dragmas: et si á puncto *.d.* protrahatur cathetus *.dh.*; et uis inuenire longitudinem eius, pone ipsum rem, et accipe medietatem laterum *.de.* et *.bc.*, et multiplica eam in rem; et que prouenerint, equabuntur .10., hoc est quadrilatero *.dbce.* Verbi gratia: quadratum lateris *.de.* est .100. minus radice $\frac{1}{2}$ 533.; quare quadratum medietatis lineę *.de.* est 25 minus radice $\frac{1}{2}$ 33.; ergo medietas lineę *.de.* est radix accepta sui quadrati; et medietas lateris *.bc.* est .5.; et sic pro medietate laterum *.de.* et *.bc.* habentur .25. minus radice $\frac{1}{2}$ 33., accepta eorum radice, et *s.* dragmis; que multiplica per rem, hoc est per cathetum *.dh.* Et pro multiplicatione rei in .5. habebis 5. res; et pro multiplicatione rei in .25. minus radice $\frac{1}{2}$ 33., accepta eorum radice, habebis census .25. minus radice census census $\frac{1}{2}$ 33., accepta eorum radice; que omnia equantur .10.: tolle quidem ab utraque parte .5. res, remanebunt .25. census minus radice censuum census $\frac{1}{2}$ 33., accepta eorum radice, equales .10. minus .5. rebus: multiplica itaque hec omnia in se, uenient .25. census minus radice censuum census $\frac{1}{2}$ 33. equales .25. censibus, et .100. dragmis minus 100. rebus: ergo adde utrique parti 100. res, et radicem censuum census $\frac{1}{2}$ 33., et tolle ab utraque 25 census, remanebunt .100. dragme, et radix censuum census $\frac{1}{2}$ 33., que equantur .100. rebus: multiplica iterum .100., et radicem censuum census $\frac{1}{2}$ 33. in se, uenient census census $\frac{1}{2}$ 33., et .10000. dragme, et .200. radices censuum census $\frac{1}{2}$ 33., que equantur .10000. censibus, scilicet multiplicationi .100. rerum in se: reduc hec omnia ad censum census, quod est ut diuidas omnia que habes per $\frac{1}{2}$ 33., exhibit census, et .300. dragme, et .6. radices censuum census $\frac{1}{2}$ 33.; que radices sunt una radix censuum census .1200., que equantur 300 censibus; tolle ab utraque parte radicem censuum census 1200., remanebunt census census, et 300. dragme equales .300. censibus, diminuta ex eis radice .1200. censuum census: et sic reducta est hec questio ad unam ex sex regulis algebrę; quia est sicut quando dicitur: census et numerus equantur radicibus; quod uolo demonstrare per figuram. Pone pro censu census quadratum *.ik.*, cuius unumquodque latus est census; et ponam superficiem *.lm.* equalem .300. dragmis; et addam lineę *.tm.* lineam *.mo.*, ut sit tota linea *.to.* 300.; et complebo superficiem *.no.*; erit ergo tota superficies *.io.* 300. census, cum *.to.* sit .300., et *.it.* sit census; et superficies *.im.* est sicut census census, et 300. dragme, et equantur 300 censibus minus radice 1200 censuum census. Quare superficies *.no.* est radix .1200. censuum census. Vnde necesse est, ut linea *.mo.* sit radix .1200. dragmarum; quia cum ducitur census in radicem .1200. prouenit radix .1200. censuum census. Vnde si ex tota *.to.*, que est .300., auferatur *.mo.*, remanebit linea *.tm.* 300. minus radice .1200. dragmarum: diuidamus itaque eam in duo equa ad punctum *.p.*, et erit *.tp.* 150., minus radice .300. dragmarum: linea igitur *.tm.* diuisa est in duo equalia ad punctum *.p.*, et in duo inæqualia ad punctum *.k.* Vnde si ex quadrato lineę *.tp.* auferatur superficies, que fit ex *.tk.* in *.km.*, hoc est ex *.lk.* in *km.*, remanebit quadratum lineę *.kp.* Quare multiplicemus *.tp.*, hoc est 150. minus radice .300. in se, uenient 22500. minus radice 6750000.; de quibus auferamus id quod prouenit ex *.lk.* in *km.*, quod est .300., remanebunt .22500. minus radice de 6750000. pro quadrato lineę *.pk.*; quorum radix si auferatur ex *.tp.*, remanebit pro quantitate census *.tk.* 150. minus radice .300., et minus radice differentię, que est inter radicem .6750000., et dragmas .22500.; et hoc quod remanet, quod est cen-

fol. 142 verso:

x sit tota linea est census x (fol. 142 verso, lin. 3-20; pag. 219, lin. 28 — pag. 220, lin. 4).



e et ex ... radix $\frac{5}{4}$ s (fol. 142 verso,
lin. ultima e marginis inferiore; pag.
220, lin. 14).



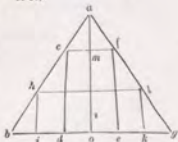
fol. 143 recto.

sus ik , est secundum propinquitatem circa $\frac{1}{4}$ t; cuius radix, que est circa $\frac{1}{11}$ t., est cathetus quesita dh ; et hoc uolui demonstrare. Et si dicetur: in triangulo abg , cuius unumquodque latus est .10., protractum est quadrilaterum oblongum et rectorum angulorum $cdef$, et quadrilaterum $hikl$, quod est similiter oblongum et rectorum angulorum; et est .10. mensura uniuscuiusque quadrilateri; et queritur quanta est longitudo laterum cf et hl , que sunt sibi inuicem equidistantia, nec non et lateris bg ; protraham primum perpendiculararem am , no , et pro utroque laterum cf et hf ponam radicem rei; et erit unaqueque perpendicularium am et an radix $\frac{3}{4}$ rei; quibus extractis ex perpendiculari ao , que est radix .75., remanebit pro unaqueque linearum mo et no radix .75. minus radice $\frac{3}{4}$ rei; et quia embadum quadranguli $cdef$ surgit ex ductu dc in cf , hoc est ex om in cf , multiplicemus om in cf , hoc est radicem .75. minus radice $\frac{3}{4}$ rei, in radicem rei; et que prouenerunt, equabuntur .1017.: ex multiplicatione radices rei in radicem .75. dragmarum uenient radix .75. rerum; et ex multiplicatione radices rei in radicem $\frac{3}{4}$ rei diminutam prouenit radix $\frac{3}{4}$ | census diminuta, que equantur .10. Et si multiplicauerimus on in hl , hoc est radicem .75. minus radice $\frac{3}{4}$ rei, in radicem rei, uenient similiter radix .75 rerum minus radice $\frac{3}{4}$ census; que etiam equantur .10.: adde ergo utrique parti radicem $\frac{3}{4}$ census, remanebit radix .75. rerum equalis .10. dragmis, et radici $\frac{3}{4}$ census: multiplica ergo .10., et radicem $\frac{3}{4}$ census in se, uenient .100., et $\frac{3}{4}$ census, et radix 300 censuum, que equantur radici .75. rerum ducta in se, hoc est 75. rebus. Reduc hec omnia ad censum, quod est ut multiplices omnia que habes per $\frac{1}{4}$ t., et uenient census, et dragme $\frac{1}{4}$ 133., remanebunt census, et dragme $\frac{1}{4}$ 133. equales .100. rebus, diminuta inde radice censuum $\frac{1}{4}$ 533.: accipe ergo medietatem radicum, que est .50., minus radice $\frac{1}{4}$ 133.; et multiplica eas in se, uenient .2633. minus .100. radicibus de $\frac{1}{4}$ 133.; de quibus extrahe dragmas $\frac{1}{4}$ 122., que sunt cum censu, remanebunt .2500. minus radice $\frac{1}{4}$ 1333333.; quarum radicem extrahe de medietate radicum, scilicet de 50. minus radice $\frac{1}{4}$ 5133. Residuum erit res minor, scilicet quadratum lineę cf . Et super .50. minus radice $\frac{1}{4}$ 133. addideris radicem residui, quod est inter radicem $\frac{1}{4}$ 1333333., et dragmas .2500., quod prouenerit, erit quadratum maioris rei, scilicet lineę hl ; et est quadratum lineę cf secundum propinquitatem $\frac{1}{4}$ t; et eius radix est $\frac{1}{4}$ t.; et quadratum lineę hl secundum propinquitatem est $\frac{1}{4}$ 75; et eius radix est $\frac{1}{4}$ s.; et si uolumus habere notitiam laterum cd et hl , ponemus similiter unumquodque eorum radicem rei; et quia trigona hbi et cbd similia sunt trigono abo , erit sicut quadratum lineę bi ad quadratum lineę ih , ita quadratum lineę bo ad quadratum lineę oa . Sed quadratum lineę bo est $\frac{1}{4}$ quadrati lineę oa ; quare quadratum lineę bi est $\frac{1}{4}$ rei, cum linea ih sit radix rei: propter eadem ergo quadratum lineę kg erit $\frac{1}{4}$ rei; ergo unaqueque rectorum bi et kg est radix $\frac{1}{4}$ rei; quibus extractis ex tota bg , que est .10., remanebit linea ik .10. minus duabus radicibus $\frac{1}{4}$ dragms, que sunt radix de $\frac{1}{4}$ t.: multiplicemus ergo lineam hi in lineam ik , scilicet radicem rei in .10. minus radice $\frac{1}{4}$ t., ueniet radix .100. rerum minus radice census $\frac{1}{4}$ t., que equantur .10. Similiter quia est sicut bo ad oa , ita hd ad dc , et el ad ef . Quare unaqueque rectorum bd et eg est radix $\frac{1}{4}$; quibus extractis ex bg , remanebit de .10. minus radice $\frac{1}{4}$ t.: unde cum multiplicauerimus cd , que est radix rei, in de , ueniet

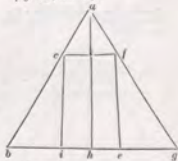
similiter radix .100. rerum minus radice census $\frac{1}{2}$ t., quod erat .10. similiter : vnde si utrique parti addatur radix census $\frac{1}{2}$ t., erit .10., et radix census $\frac{1}{2}$ t. euales radici .100. rerum: multiplica itaque 10., et radicem census $\frac{1}{2}$ t. in se, erunt .100., et census $\frac{1}{2}$ t., et radix censuum $\frac{1}{2}$ 533., que | equantur .100. rebus, scilicet multiplicationi radices .100. rerum in se. Reduc modo omnia que habes ad censum, quod est ut ducas omnia que habes in $\frac{3}{4}$ dragme, venient census, et 75, et radix .300. censuum euales .75. rebus: abice itaque ab utraque parte radicem .300. censuum, remanebunt census, et .75. dragme, que equantur .75. rebus, diminuta ex eis radice .300. censuum: multiplica medietatem radicem in se, que sunt $\frac{1}{2}$ 37. minus radice .75., venient $\frac{1}{2}$ 1481., diminutis inde .75. radicibus de 75.; de quibus tolle .75., que sunt cum censu, remanebunt $\frac{1}{2}$ 1406. minus radice 481875; quarum radicem abice ex medietate radicem, scilicet ex $\frac{1}{2}$ 37., minus radice 75., residuum erit res minor, scilicet quadratum lineę .hi.; quod quadratum est circa $\frac{1}{2}$ t., et eius radix est circa $\frac{2}{13}$ t.; et hec est longitudo lineę .hi.: quam si multiplicauerimus in .hl., que est circa $\frac{2}{13}$ s., nimirum venient .10. pro quadrilatero .hikl.; et hoc volebamus. Similiter si super $\frac{1}{2}$ 37. minus radice .75. adiderimus radicem differentię, que est inter 421875., et dragmas $\frac{1}{2}$ 1406., habebimus quadratum maioris rei, scilicet lineę .cd.; quod quadratum est circa $\frac{1}{2}$ 56., et eius radix, que est linea .cd., est circa $\frac{1}{2}$ 7.; qua multiplicata in lineam .cf., que est circa $\frac{1}{2}$ t., venient .10. pro quadrilatero .cdef., ut oportet. Aliter quia inuenimus superius quadratum lateris .cf., quod cum res esse 50 minus radice $\frac{1}{2}$ 133., et radice differentię, que est inter radicem $\frac{1}{2}$ 133333., et 2500. dragmas; et quadratum ex .am. fuit $\frac{2}{3}$ rei; si acceperimus $\frac{1}{3}$ ex predictis, que sunt res, habebimus quadratum lineę .am. Nam $\frac{2}{3}$ de 50. sunt $\frac{1}{2}$ 37., et $\frac{1}{3}$ radices de $\frac{1}{2}$ 133 diminutę habebantur, si multiplicauerimus quadratum de $\frac{2}{3}$, quod est $\frac{9}{16}$ in $\frac{1}{2}$ 133; et ex hoc quod prouenerit, acceperimus radicem; ex qua multiplicatione prouenit radix .75. diminuta. Similiter acceperimus $\frac{9}{16}$ de 2500., et $\frac{9}{16}$ de $\frac{1}{2}$ 133333., et venient $\frac{1}{2}$ 1406. minus radice 421875., accepta inde radice; et sic pro quadrato lineę .am. habentur $\frac{1}{2}$ 37., diminuta radice .752., minus radice differentię, que est inter radicem 421875. et $\frac{1}{2}$ 1406.; quorum radicem extrahe ex tota .ao., que est radix .75., remanebit pro .mo., hoc est pro .cd., $\frac{1}{2}$ 7., et secunda .25.; et .cf. est circa $\frac{1}{2}$ t. minus secundis $\frac{2}{3}$ 4.: Et si super $\frac{1}{2}$ 37., minus radice 75., addatur radix differentię, que est inter radicem 421875 et $\frac{1}{2}$ 1406., quod prouenerit, erit quadratum catheti .an.; quorum radix si auferatur ex .ac., remanebit pro linea .no., hoc est pro linea .hi., circa $\frac{1}{2}$ t. Rursus in triangulo .abg., cuius unumquodque latus est .10., protractum sit quadrilaterum .cbef. habens angulos .cfe. rectos; et sit mensura ipsius quadrilateri .10.; et nolo scire quantitatem lateris .fe. protraham primum in triangulo .abg. cathetos .ah.: et .ci., et erunt trianguli .bic. et .gef. | similes triangulo .ahb. Quare erit sicut quadratum lateris .bh. ad quadratum lateris .ha., ita quadratum lateris .bi. ad quadratum lateris .ic., et quadratum lateris .ge. ad quadratum lateris .ef. Est enim quadratum lateris .bh. tertia pars ex quadrato lateris .ha.; erit ergo quadratum lateris .bi. $\frac{1}{9}$ ex quadrato .ic.; et quadratum lateris .ge. ex quadrato lateris .ef. erit similiter $\frac{1}{9}$: et quia mensura quadranguli .cbef. colligitur ex multiplicatione .cf. in medietatem laterum .cf. et bc., ponam latus .cf. radicem rei; quare .eg. erit una radix $\frac{1}{9}$ rei; qua subtracta ex tota linea .bg., rema-

fol. 143 verso.

* explicat 481875. . . . $\frac{1}{2}$ 7.; qui a (fol. 143 verso, lin. 7. 8-15; pag. 221, lin. 11-18).



* primum in . . . et .gef. a (fol. 143 verso, lin. ultime e margine inferiori; pag. 221, lin. 36).



fol. 144 recto.

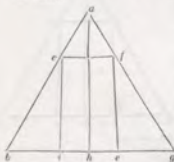
nebit pro linea .be. 10. minus radice $\frac{1}{2}$ rei : et quia anguli .cfe. et .feb. sunt recti, erit linea .cf. equidistans lineę .be.: sunt enim .ci. et .fe. sibi inuicem equidistantes; quare .cf. et .ic. sibi inuicem sunt equales, nec non et recta .ei. recte .fe. equalis est: vnde si tollatur .cf., scilicet .ic., ex tota .bg., que est .10., remanebunt pro linea .cf. 10. minus duabus radicibus $\frac{1}{2}$ rei; quibus additis cum mensura lateris .be., que est .10. minus radice $\frac{1}{2}$ rei, egredientur .20., diminutis tribus radicibus $\frac{1}{2}$ rei, pro quantitate laterum .cf. et .be.; quorum medietatem, que est .10. minus radice $\frac{1}{2}$ rei, si multiplicauerimus in lineam .fe., que est radix rei, ueniet radix .100. rerum minus radice $\frac{1}{2}$ census, que equantur .10.: adde utrique parti radicem census $\frac{1}{2}$, et erunt .10. dragmae, et radix $\frac{1}{2}$ census, que equantur radici .100. rerum : multiplicemus ergo .10., et radicem $\frac{1}{2}$ census in se, uenient uenient (sic) 100., et $\frac{1}{2}$ census, et radix .200. censuum, que equantur .100. rebus, scilicet multiplicationi radicis .100. rerum in se: reduce hec

fol. 111

omnia ad censum, quod est ut multiplices omnia que habes per .31., et erunt census, et dragmae $\frac{1}{2}$ 133, et radix censuum $\frac{1}{2}$ 533. equales rebus $\frac{1}{2}$ 133.: abice ab utraque parte radicem censuum $\frac{1}{2}$ 533., remanebunt census, et dragmae $\frac{1}{2}$ 133. equales rebus $\frac{1}{2}$ 133., diminuta ex eis radice censuum $\frac{1}{2}$ 533.: dimidia ergo radices, erunt $\frac{3}{2}$ 66. minus radice dragmarum $\frac{1}{2}$ 133.; quas duc in se, uenient $\frac{3}{2}$ 4444., et radix $\frac{13}{19}$ 2370370.; quorum radicem habice ex medietate radicum, scilicet ex $\frac{3}{2}$ 66. minus radice $\frac{1}{2}$ 133., residuum erit res, scilicet quadratum lateris .cf.; que sic fiunt: radicem $\frac{1}{2}$ 2370370., que est circa .1539., et minuta .26., et secunda .2., et tertia .25., abice $\frac{1}{2}$ 4444., remanebunt .2904., et minuta .50., et secunda .37., et tertia .23.; quorum radicem, que est .53., et minuta .53., et secunda .47., et tertia .48., adde cum radice de $\frac{1}{2}$ 133., que est .11., et minuta .32., et secunda .49., et tertia .23., erunt .63., et minuta .26., et secunda .36., et tertia .59.; que tolle ex $\frac{3}{2}$ 66, remanebit .1., et minuta .13., et secunda .23., et tertia pro quantitate rei; quorum | radix, que est circa .1., et minuta .6., et secunda .21., et tertia .29., erit linea ef.; et hoc uolui demonstrare. Et si uis habere notitiam laterum .cf. et .be., dupliciter ea inuenire poteris: primum secundum propinquitatem accipe $\frac{1}{2}$ rei, scilicet de .1., et minutis 12, et secundis 23, et tertia, uenient minuta .22., et secunda .7., et tertia .6., et quarta .40. pro quadrato lineę .eg.; quorum radicem, que est minuta 38., et secunda .18., et tertia .42., tolle ex tota .bg., remanebit .be. nota: et si duplum de minutis .38., et secundis 18, et tertijs 42. tolles ex .10., quod remanebit, erit latus .cf. Et si uis habere notitiam lateris .cb., multiplica .ci. et .ib. in se, ueniet res $\frac{1}{2}$ 1. pro quadrato lineę .cb. Quare multiplica .1., et minuta .13., et secunda 23, et tertia .1. per $\frac{1}{2}$ 1.; et eius quod prouenerit radicem accipe, et habebis latus .cb.: est enim medietas laterum .cf. et .de. 9., et minuta .2., et secunda .31., et tertia .57.; que ducta in .cf., scilicet in .1., et minuta 6, et secunda .21., et tertia .20., uenient .10. et parum plus, uidelicet tertia .2., et quarta 43., et quinta .36. Aliter quia quadratum lineę .eg. est $\frac{1}{2}$ quadrati lineę .cf.; et quadratum lineę .ef. est $\frac{1}{2}$ 66. minus radice $\frac{1}{2}$ 133, et radice differentię, que est inter radicem $\frac{13}{19}$ 2370370. et $\frac{1}{2}$ 4444., accipe $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ 66., et de radicibus suprascriptis, et habebis pro quadrato lineę .eg. $\frac{3}{2}$ 22. minus radice $\frac{13}{19}$ 14., et minus radice differentię, que est inter $\frac{1}{2}$ radicis de $\frac{13}{19}$ 2370370 et $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ 4444., hoc est inter radicem $\frac{13473}{99}$ 9263 et $\frac{17}{99}$ 493.: et cum ex his acciperis radicem, habebis .3699. pro linea .eg. circa minuta .38., et secunda .27., et tertia .42.:

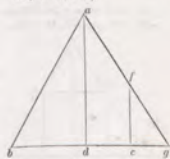
fol. 144 verso.

* remanet .cf. .be. quęta 43. * (fol. 144 verso, lin. 6, 7-13, 14; pag. 222, lin. 30-37).



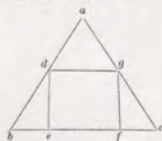
et quia est sicut $ab.$ ad $bh.$, ita $cb.$ ad $bi.$, erit $cb.$ duplum minorum $bs.$, et secundorum $27.$, et tertiorum $42.$; quod duplum est $1.$, et minuta $16.$, et secunda $55.$, et tertia $24.$; quibus extractis ex tota $ab.$, remanebit pro quantitate lineę $ac.$, hoc est pro $cf.$ $8.$, et minuta $43.$, et secunda $4.$, et tertia $36.$: est enim triangulus $acf.$ equilaterus, cum sit similis triangulo $abg.$: et si ex $bc.$, hoc est ex $10.$, auferantur minuta $38.$, et secunda $27.$, remanebunt pro linea $be.$ $9.$, et minuta $21.$, et secunda $32.$, et tertia $18.$ Rursus in triangulo $abg.$ equilatero, cuius unumquodque latus est $10.$, et eius perpendicularis est $ad.$, protractum est quadrilaterum $adcf.$, cuius mensura est $10.$; et queratur quanta sit longitudo lineę $cf.$; primum quidem manifestum est, quod mensura trianguli $adg.$ est radix de $\frac{3}{4}$ $478.$, que provenit ex ductu $ad.$ in dimidium $dg.$; de qua radice si auferantur $10.$, scilicet quadrilaterum $adcf.$, residuum erit triangulus $gcf.$, qui est similis triangulo $gda.$ Vnde quadratum lineę $cf.$ triplum est quadrati lineę $gc.$: ponas ideo pro quadrato lateris $cf.$ rem. Quare quadratum lateris $cg.$ erit $\frac{1}{2}$ rei; et multiplicabo $cf.$ in dimidium $cg.$, hoc est radicem rei in radicem $\frac{1}{12}$ rei, veniet radix $\frac{1}{12}$ census; qua radice addita cum quadrilatero $adcf.$, veniet $10.$, et radix $\frac{1}{12}$ census, que equantur radici $\frac{2}{3}$ $478.$: multiplica ergo $10.$, et radicem $\frac{1}{12}$ census in se, venient $100.$, et $\frac{1}{12}$ census, et radix censuum $\frac{2}{3}$ $33.$, que equantur dragmis $\frac{2}{3}$ $478.$: abice ergo ab utraque parte $100.$, et multiplica omnia que remanent per $12.$, ut reintegretur census, exhibit census, et radix $4800.$ censuum, que equantur dragmis $4425.$: dimidia ergo radices, que sunt cum censu, et multiplica medietatem in se, erunt $1200.$; cum quibus adde $4425.$, venient $5625.$; de quarum radice, que est $75.$, abice radicem de $1200.$, remanebunt pro quantitate rei, scilicet lineę $gf.$ $75.$ minus radice $1200.$; quorum tertia pars, que est $25.$, minus radice $\frac{1}{2}$ $132.$, est quadratum lineę $cg.$; quorum radix si extrahatur ex $dg.$, que est $5.$, remanebit pro linea $dc.$ circa $\frac{1}{2}$ $1.$; et $cf.$ secundum propinquitatem est $\frac{1}{2}$ $6.$; et linea $ad.$ est $\frac{2}{3}$ $8.$; quibus et medietas laterum $cf.$ et $da.$ est $\frac{1}{2}$ $7.$; quibus ductis in $de.$, scilicet in $\frac{1}{2}$ $1.$, venient $10.$ pro mensura quadrati lateris $adcf.$; et hoc volui demonstrare. Item in triangulo equilatero $abc.$, cuius unumquodque latus est $10.$, protractum est quadratum $defg.$ equilaterum et equiangulum; et uolo habere notitiam laterum ipsius quadrati. Quia latera ipsius quadrati sibi inuicem sunt equalia, erit latus $dg.$ equidistans lateri $bc.$; quare triangulus $adg.$ equilaterus est: quibus intellectis, ponam latus $dg.$, hoc est latus $ad.$ radicem rei; et auferam $ad.$ ex $ab.$, remanebunt pro linea $db.$ $10.$ minus radice rei; que ducam in se, venient $100.$, et res minus radice 400 rerum pro quadrato lineę $db.$: deinde ducam $de.$ in se, veniet res; et ducam $eb.$ in se, veniet $\frac{1}{2}$ rei; et sic res $\frac{1}{2}$ equatur $100.$ dragmis, et rei minus radice $400.$ rerum: tolle ab utraque parte rem, et $\frac{1}{2}$ rei, et adde utrique parti radicem $400.$ rerum, et erunt 400 minus $\frac{1}{2}$ rei equales radici $400.$ rerum: multiplica unumquodque latus in se, erunt $160000.$, et $\frac{1}{4}$ census minus rebus $\frac{2}{3}$ $66.$ equales $400.$ rebus: adde utrique parti res $\frac{2}{3}$ $66.$, et multiplica per $9.$ omnia que habes, veniet census, et $90000.$ dragme equales rebus $4200.$: dimidia ergo res, erunt $2100.$; que multiplica in se, erunt $4410000.$; de quibus abice $90000.$, remanebunt $4320000.$; quorum radicem, que est $2078.$, et minuta $27.$, et secunda $48.$ parum minus extrahe de $2100.$, remanebunt parum plus de $21.$, et minutis $32.$, et secundis $30.$ pro quantitate rei, hoc est pro qua-

« lineę gr. lateris » (fol. 144 verso, lin. ultima, e marginis inferiore; pag. 223, lin. 13 e 14).



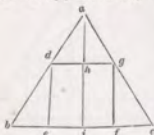
fol. 145 recto.

« propinquitatem censu(re)bus » (fol. 145 recto, lin. 13-20, 21; pag. 223, lin. 25-33).



fol. 145 verso.

7 in .de. ... $\frac{1}{2}$ census 9 (fol. 145 verso, lin. 4-10; pag. 224, lin. 6-13).



fol. 146 recto.

drato .de.; quorum radix, que est circa .4., et minuta .38., et secunda et tertia est unumquodque laterum ipsius quadrati. Et est etiam secundum hoc in triangulo .abc. equilatero, cuius unum constitutum pentagonum equilaterum .adefg., cuius | unumquodque latus, per ea que diximus, erit notum. Aliter protraham cathetum .ai., et ducam .ai. in .bi., hoc est radicem de .75. in .5., ueniet radix .1875. dragmarum pro area totius trianguli .abc. Deinde ducam .de., scilicet radicem rei, in .be., hoc est in radicem $\frac{1}{2}$ rei, exhibit radix $\frac{1}{2}$ census pro area triangulorum .deb. et .gfc.: et ducam etiam .de. in se, et ueniet res pro area quadrati .defg. Et ducam rursus .ad. in se, et ueniet res; de qua tollam quadratum lineę .dh., quod $\frac{1}{4}$ rei est, remanebunt $\frac{3}{4}$ rei pro quadrato catheti .ah.: et ducam .ah. in .dh., et ueniet radix $\frac{3}{16}$ census pro area trianguli .adg.: deinde addam radicem $\frac{3}{16}$ census cum radice $\frac{1}{2}$ census; que additio sic fit: multiplicetur radix $\frac{1}{2}$ census in se, et radix $\frac{3}{16}$ census in se, ueniet $\frac{1}{4}$ census et $\frac{9}{16}$; hoc est $\frac{25}{16}$ census; et radix $\frac{1}{2}$ census in radicem $\frac{3}{16}$ census, et prouenit radix $\frac{3}{16}$ census census, hoc est $\frac{1}{4}$ census, cuius duplum est $\frac{1}{2}$ census; quod additur cum $\frac{25}{16}$ census, egreditur census $\frac{29}{16}$ t., cuius radix est area triangulorum .deb. et .feg. et .adg. Quam aream inueniam aliter. Quia trigona .deb. et .ahd. sibi inuicem sunt similia, habebunt circa equales angulos latera proportionalia. Quare erit sicut .bd. ad .de., hoc est ad .da., ita .da. ad .ah.: recte quidem .bd. et .da. et .ah. continue proportionales sunt. Quare est sicut .bd. prima ad .ah. tertiam, ita triangulus .dbe. ad triangulum .adh. Sed sicut .bd. ad .ah., ita quadratum lineę .bd. ad quadratum lineę .da.: est enim quadratum lineę .bd. res $\frac{1}{4}$ t.; et quadratum lineę .da. est res; ergo est sicut $\frac{1}{4}$ t. ad .1., hoc est sicut .4. ad .3., ita triangulus .dbe. ad triangulum .adh. Sed est sicut triangulus .dbe. ad triangulum .adh., ita duplum trianguli .dbe., hoc est trianguli .dbe. et .gef. ad duplum trianguli .adh., hoc est ad triangulum .adg.: ergo est sicut .4. ad .3., ita trianguli .dbe. et .def. ad triangulum .adg. Quare erit sicut .4. ad coniunctum de 4. et .3., hoc est ad .7., ita trianguli .dbe. et .gef., qui sunt radix $\frac{1}{2}$ census ex his tribus triangulis. Quare si multiplicauerimus radicem $\frac{1}{2}$ census per .7., et summam diuiderimus per .4., ueniet radix census $\frac{1}{16}$ t. pro area triangulorum .dbe. et .gef. et .adg.: cum qua si addiderimus quadratum .df., quod est res, habebantur radix census $\frac{1}{16}$ t. et res pro area trianguli .abc. Quam aream inuenimus superius esse radicem de .1875: ergo res, et radix census $\frac{1}{16}$ t. equatur radici 1875: tollamus ab utraque parte rem, et erit radix .1875. minus res equales radici census $\frac{1}{16}$ t. Duc ergo utrumque latus in se, et erunt census, et dragme .1875., minus radice 7500. censuum, equales censibus $\frac{1}{16}$ t.: adde ergo utrique parti radicem .7500. censuum, et tolle ab | utraque parte censum, remanebunt $\frac{1}{16}$ census, et radix .7500. censuum equales dragmis .1875. Reduc ergo omnia que habes ad censum, quod est ut multiplices ea per .48., et nient census, et radix .17280000. equales 90000. dragmis: dimidia ergo radicem, que est cum censu, ueniet radix 4320000; quam duc in se, ueniet .4320000.; super que adde .90000., erunt .4410000.; de quorum radice, que est .2100., abice radicem de 4320000., que est .2078., et minuta .27., et secunda .40., et tertia, secundum propinquitatem, remanebunt .21., et minuta .32., et secunda .20., et tertia pro quantitate rei; quorum radix, ut supra diximus, est unumquodque ex lateribus pentagoni .adefg., siue quadrati .defg.; et hoc nolui demonstrare.

Explicit etc.

OPUSCOLI
DI
LEONARDO PISANO

SECONDO LA LEZIONE

DI UN CODICE DELLA BIBLIOTECA AMBROSIANA DI MILANO

contrassegnato E. 75, Parte Superiore.

LEONARDO PIZANO

INCIPIT *flos Leonardi bigolli pisani super solutionibus quarundam questionum ad numerum et ad geometriam, uel ad utrumque pertinentium.*

fol. 1 recto.

INTELLECTO, beate pater et domine uenerande .R. dei gratia S^ce. Mar. In Cos-
modin diac. Cardinalis dignissime, quod meorum operum copiam non preceptiue saltem,
quod uos magis decebat, sed simpliciter petere fuistis per litteras uestre sanctita-
tis dignati; nihilominus tamen petitionem ipsam reuerenter suscipiens in mandatis,
non solum parere noto uestro sattegi deuotius in hac parte, verum etiam de qua-
rundam solutionibus questionum à quibusdam philosophis serenissimi domini mei
Cesaris, et alijs per tempora mihi oppositarum, et plurium que subtilius quam in
libro maiori de numero, quem composui, sunt solute, ac de multis, quas ipse met
ad inueni, ex diffusa quidem multitudine compilans hunc libellum ad laudem et
gloriam nominis nestri compositum florem ideo uolui titulari; quia illa nobis florida
clericorum elegantia radiantibus dictaui, atque etiam quia ibi nonnulli sunt floride
quamquam nodose apposite questiones, tanque geometricæ quam arismetricæ indaga-
tione uigili sic probabiliter enodate, ut ne dum non solum floreat in se ipsis, immo
et quod per eas, uelut ex radicibus plantule emergunt innumere questiones, qui-
bus interdum uacare disignabimini, poteritis, si placebit, inter curas et occupationes
uestras ab otiositate illa, que uirtutum est nouerca, uacando sub exercitatione inge-
nij, solatia etiam nec sterilia, sed officiosa captare. Si autem hoc nouero à uestre
elementis benignitate acceptari; quicquid amene subtilitatis uel utilitatis ulterius adin-
uenero, eidem operi, ut uestram merear gratiam adipisci, obnoxius cumulo, eadem
et me ipsum correctionis uestre affectuosius supponendo.

Explicit prologus; incipit tractatus eiusdem.

Cum coram maiestate uestra, gloriosissime princeps Frederice, magister Iohannes
panormitanus, philosophus uester, pisis mecum multa de numeris contulisset, in-
terque duas questiones, que non minus ad geometriam quam ad numerum pertinent,
proposuit. Quarum prima fuit ut inueniretur quadratus numerus aliquis, cui addito
uel diminuto quinario | numero, egrediatur quadratus numerus; quem quadratum
numerum, ut eidem magistro Iohanni retuli, inueni esse hunc numerum, vnde-
cim et duas tertias et centesimam quadragesimam quartam unius. Cuius numeri radix est
ternarius et quarta et vi. unius. Cui quadrato numero si addantur quinque, pro-
uenient .xvi. et due tertie et una centesima quadragesima quarta; qui numerus est
quadratus. Cuius radix est quatuor et una duodemima. Item si auferantur .v. ab eo-
dem quadrato numero, remanebunt vi. et due tertie et una centesima quadragesima
quarta; qui numerus etiam quadratus est. Cuius radix est duo et tertia et quarta
unius. Et cum diutius cogitasset unde oriebatur predictæ questionis solutio, inueni
ipsam habere originem ex multis accidentibus, que accidunt quadratis numeris, et
inter quadratos numeros; quare hinc sumens materiam, libellum incepti componere ad
uestre maiestatis celsitudinis gloriam; quem libellum quadratorum intitulaui, in quo
continebuntur rationes et probationes, geometricæ solutiones questionis predictæ, et mul-
tarum aliarum questionum solutiones, quem habere poterit uestra immensitas, si cel-
situdini uestre placuerit.

fol. 1 verso.

quadratorum liber

Altero uero questio á predicto magistro Iohanne proposita fuit, vt inueniretur quidam cubus numerus, qui cum suis duobus quadratis et decem radicibus in unum collectis essent uiginti: super hoc meditando putauí huius questionis solutionem egredi ex his que continentur in .x.^o lib.^o Euclidis; et ob hoc super ipso .x.^o Euclidis accuratius studui, adeo quod sui teoremata ipsius memorie commendaui, et ipsarum intellectum comprehendí. Et quia difficilior est antecedentium et quorundam sequentium librorum Euclidis, ideo ipsum x^m librum glosare incepti, reducens intellectum ipsius ad numerum, qui in eo per lineas et superficies demonstratur; qui liber .x.^o tractat de diuersitatibus xv. linearum rectarum, quarum .xv. linearum due uocantur rite, seu ratiocinate.

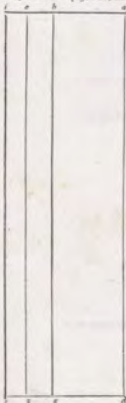
L.^o xv.

Relique. xii. dicuntur alogé, siue inratiocinate. Ex his duobus ritis una dicitur riti, seu ratiocinata longitudine et potentia. Alia uero potentia solum. Per primam ex his duabus intelligitur numerus, qui potest numerari, vt unus, duo, tres et ceteri, uel partes unitatis, ut medietas: tertia et quarta et cetera fractiones; qui omnes sunt radices | quadratorum numerorum. Per secundam intelliguntur radices numerorum ratiocinatorum non quadratorum. Vnde potentia earum radicum numeratur, et ipse radices numerari non possunt. Et ideo uocantur numeri surdi. Et ex xii.^{im} predictis lineis prima est simplex, que uocatur media, per quam intelligitur radix radices numeri non quadrati. Et ex reliquis sex sunt radices numerorum binomiorum, hoc est duorum nomina. Relique sunt radices recisorum. Ex duobus quidem nominibus sunt numeri compositi ex numero et radice, uel ex duabus radicibus; que compositio fit sex modis. Recisus quidem numerus dicitur residuum, quod est inter numerum et radicem, uel inter duas radices; quod etiam fit sex alijs modis, ut Euclides dicit.

fol. 2 recto.

xii. li.

* cui applicitur ex numeris x. (fol. 2 recto, lin. 16-35 e margin inferiori) pag. 228, lin. 29 — pag. 229, lin. 2).



Et cum studiose super hos quindecim numeros, et super eorum diuersitates cogitare, inueni nullum ipsorum congruere posse uni ex .x. radicibus supradictis, que cum duobus quadratis et cubo sint .xx., ut in sequentibus geometrice demonstratur.

Adiaceat quidem linea .ab. pro una ex dictis decem radicibus, cui applicitur superficies recti angula .b d. latitudinem faciens rectam .d g., que sit .x. Et recte quidem .b g. applicetur superficies recti angula .e g. equalis cubo, qui fit a numero .ab.

Rursus recte .e z. applicetur palilogramum (sic) orthogonium .i z. equale duobus quadratis, qui fiunt a numero .ab.; erit ergo tota .at. superficies recti angula et equalis .xx.: sunt enim anguli .a b g. et .g b c. recti. Quare indirecto est linea .b c. linee .b a. Similiter demonstrabitur indirecto esse linea .c i. linee .e b. Quare tota .a i. linea recta est et continua. Similiter et linea .d t. est recta; paralilogramum ergo est superficies .at., et est orthogonium, cum omnes anguli ipsius sint recti. Et est .x. una queque linearum .ad. b g. e z. it. Verum quoniam linea .ab. est una ex superscriptis .x. radicibus, erit superficies .a g. equalis .x. radicibus predictis, cum linea .b g. sit .x. Siquidem et superficies .b z. est equalis cubo, qui fit á radice .ab.; et superficies itaque .e t. est equalis duobus quadratis, quorum unusquisque fit ab eadem radice .ab. Ergo tota superficies .at. continetur ex uno cubo et ex duobus quadratis et x radicibus; qui omnes coniuncti esse .xx. proponuntur. Quare superficies .at. est .xx. Et quoniam

unumquodque laterum $.ad.$ et $.it.$ est $.x.$, erit unumquodque laterum $.ai.$ et $.dt.$ duo. Cum superficies $a t.$ sit $.xx.$ Dico primum itaque radicem $.ab.$ esse non posse ex numeris | ratiocinatis, neque ex radicibus ratiocinatorum, uel ex radicibus radicem ratiocinatorum, seu ex sex numeris coniunctis, aut ex sex numeris residuis superscriptis, neque ex radicibus coniunctorum uel rescisorum. Et si possibile est, esto primum radix $.a b.$ ex numeris, qui sunt ratiocinati longitudine et potentia. Et quoniam tota $a i.$ est duo, et $.ab.$ minor est quam $.a i.$; ergo radix $.ab.$ minus est binario. Et quia positum est, ipsam $a b.$ esse ex numeris ratiocinatis; aut enim est integer numerus $.a b.$ aut fractus: esto prius integer, si est possibile. Et quoniam nullus numerus integer est minor binario nisi unitas, erit ergo radix $a b.$ unum. Quare superficies $b d.$ erit $.x.$; et cubus, qui fit ab unitate $a b.$, scilicet superficies $d z.$ erit unum. Item et duo quadrati, qui sunt ab unitate $a b.$, scilicet superficies $i z.$ erit duo: quare tota superficies $a t.$ erit $.xii.$ tantum; sed superficies $a t.$ est $.xx.$ Non ergo radix $a b.$ est numerus integer.

Similiter ostenditur quod numerus $a b.$ non est fractus. Si fractus enim est numerus $a b.$, cum cubicatus, egrediuntur ex illa cubicatione fractiones et fractiones fractionis et fractiones fractionis fractionis: et cum multiplicatur in se numerus $ab.$, si est fractus, egreditur ex duplo multiplicationis eius fractio fractionis uel fractiones fractionis. Et cum multiplicatur idem numerus ruptus, scilicet $ab.$ in $.bg.$, scilicet in $.x.$, egreditur quandoque fractio uel fractiones tantum, et quandoque egreditur numerus integer ex ipsa multiplicatione. Cum itaque multiplicatur $ab.$ in $.bg.$, provenit numerus $bd.$ Et cum cubicatur numerus $ab.$, provenit numerus $bz.$ Et cum duplicatur multiplicatio numeri $ab.$ in se, provenit numerus $et.$ Ergo si fractus est numerus $ab.$, occurrit quandoque in numero $b d.$ fractio aliqua uel fractiones tantum; et in numero quidem $b z.$ occurrunt fractiones et fractiones fractionis et fractiones fractionis fractionis; et in numero quoque $et.$ occurrunt fractiones et fractiones fractionis tantum. Vnde si coniungantur fractiones, que sunt in numeris $bd.$ et $bz.$ et $.zi.$, nunquam ex ipso- rum coniunctione poterit numerus integer procreari. Quare si fractus est numerus $ab.$, fractus erit numerus $d i.$, qui est $.xx.$; quod est inconueniens. Et si numerus $bd.$ est sine fractione, reliquus $bt.$ erit similiter sine fractione, cum totus numerus $ai.$ sit $.xx.$; quod non proveniet, cum in numero $et.$ sint fractiones et fractiones fractionis, et in numero $bz.$ sint fractiones et fractiones fractionis et fractiones fractionis fractionis. Non ergo fractus est numerus $a b.$, neque integer.

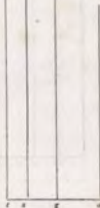
Ostendam rursus impossibile esse quod numerus $ab.$ sit radix alicuius numeri ratiocinati. Ducatur quidem $ab.$ in se, et proveniat numerus $bk.$; et ex $bk.$ in $ba.$ provenit superficies rectiangula $ak.$; que superficies est equalis cubo, qui fit a numero $ab.$ Quare superficies $ka.$ equalis est superfici $bz.$ Equalium uero et unum uni equalem habentium angulum parallelogramorum contrarie potiuntur latera, que circa equales angulos subtenduntur, ut in $.vi.$ ¹⁶ Euclidis reperitur. Ergo est sicut $gb.$ ad $bk.$, ita $ab.$ ad $bc.$ Et cum quatuor quidem quantitates proportionales sunt, fueritque sicut prima ad secundam, ita tertia ad quartam; et prima fuerit secunde commensurabilis, et tertia quarte commensurabilis erit, ut in $.x.$ ¹⁷ Euclidis reperitur. Est enim recta $ab.$ radix numeri. Quare quadratus, qui fit ab ea, scilicet numerus $b.k.$, est ratiocinatus; et $gb.$ est decem, qui est ratiocinatus; ergo primus numerus

fol. 2 verso.

* Ostendam rursus $ab.$ in se (fol. 2 recto, lin. 1-33) e margine superior. et inferiore: pag. 229, lin. 33 — pag. 230, lin. 17).



fol. 3 recto.



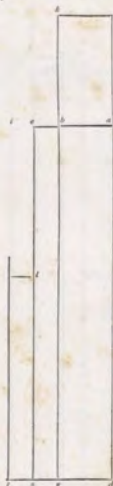
$g.b.$ commensurabilis est secundo $bk.$ Quare et ab numerus numero be commensurabilis est. Est enim ab radix numeri ratiocinati. Quare et be est radix numeri ratiocinati. Et quia ab commensurabilis est be ; erit ergo ab toti ae commensurabilis. Quare ae est radix numeri ratiocinati, et est commensurabilis potentia solum toti ai numero, scilicet binario. Quare si a binario ai auferatur radix ae , qui sunt potentia solum ratiocinati, remanebit ei abscisio, siue recisum; quod inratiocinatum esse ab Euclide in x^o demonstratur. Sed quia ex ductu ab inse provenit numerus ratiocinatus, scilicet dimidium superficiei et ; erit ergo tota superficies et ratiocinata, cuius unum latus ez est ratiocinatum, quod est decem. Quare latus ei est ratiocinatum; quod superius ostensum est esse inratiocinatum. Vnde impossibile est quod radix ab sit radix numeri ratiocinati, ut predixi.

Aliter quia linea ae est radix numeri ratiocinati, ut ostensum est; et linea ez est numerus ratiocinatus, erit superficies de radix numeri; et superficies et est numerus ratiocinatus. Quare tota superficies di constat ex numero in ratiocinato et ratiocinato; quod est inconueniens, cum superficies di sit xx . Amplius dico quod radix ab non est radix radicis alicuius numeri; sed si possibile est. Esto ab radix radicis alicuius numeri ratiocinati; et ex ductu item ab inse proveniat bk ; et ex ab in bk provenit superficies ka , que est equalis superficiei bz , hoc est cubo, qui fit a radice ab . Quare est sicut gb ad bk , ita et ab ad be . Et quoniam ab est radix radicis numeri ratiocinati; erit ergo bk radix radicis numeri ratiocinati. Quare gb et bk numeri commensurabiles sunt potentia solum; et ab et be commensurabiles sunt similiter potentia tantum. Media enim est linea ab , hoc est radix radicis numeri ratiocinati. Media ergo erit et linea be , et incommensurabilis linee ba longitudine. Quare tota ae sit ex duabus medijs potentia solum commensurabilibus; ergo ae est una ex duabus bimedralibus lineis, scilicet radix unius ex compositis numeris supradictis. Item ex ductu ab inse provenit dimidium superficiei et , scilicet superficies li ; que superficies applicata est linee ratiocinate Je , que est quinque. Et quia quod a media secundum ritum et ductum latitudinem facit ritum et incommensurabilem ei cui adiacet longitudine. Ritum ergo est recta ei , et incommensurabilis recte Je longitudine; ergo radix numeri ratiocinati est linea ei , et est incommensurabilis linee ai longitudine; potentia enim solum sunt commensurabiles. Quare reliquum ae recisum est, hoc est abscisio. Nulla enim abscisio est binomia, ut in eodem x^o reperitur. Quare cum superius ostensa sit linea ae esse bimedralis, que modo inuencta est abscisio; et quia nullum recisum bimediale constat, lineam ab non posse esse radicem radicis numeri ratiocinati; quod oportebat ostendere. Ostendam rursus, unam ex predictis radicibus, scilicet lineam ab , esse non posse aliquam ex lineis compositis uel depositis, nec ex earum radicibus. Sed antequam ad huius rei

Per^o probationem perueniam, uolo proprietates ipsarum linearum denotare. Per primam quidem ex sex lineis compositis intelligitur compositum ex numero et radice, cuius numeri potentia superhabundat potentiam radicis secundum quantitatem alicuius numeri quadrati: ut si componatur quaternarius cum radice septenarij, potentia quaternarij est xvi , et potentia radicis de vii est vii ; et sic potentia quaternarij addit $viii$ super potentia radicis de vii ; qui nouenarius quadratus est, et eius radix

fol. 3 verso.

* proveniat ad , quaternarij * (fol. 3 verso, lin. 4-24 * 32; pag. 230, lin. 47-48).



est .iii. Per secundam uero intelligitur compositio | radices et numeri, cuius radices quadratus potest super quadratum ipsius numeri secundum quantitatem alicuius numeri habentis proportionem ad quadratum ipsius radices, eam quam habet quadratus numerus ad quadratum numerum: ut si maius nomen sit radix de .cxii., minus sit .vii., tunc residuum quod est á quadrato septenarij, scilicet á xi. viii. in .c.xii., idest lxiii., habet proportionem ad .cxii., sicut quadratus numerus .viii. ad quadratum numerum .xvi. Per tertiam quoque intelligitur compositio duarum radicum diuersorum numerorum non habentium proportionem adinuicem sicut quadratus numerus ad quadratum numerum; et maius nomen potest plus minore, quod a commensurabili sibi longitudine, hoc est quod differentia, que est inter utrumque quadratum ipsarum radicum, habeat proportionem ad quadratum maioris radices, sicuti quadratus numerus ad quadratum numerum: ut si primum nomen fuerit radix de .xviii., secundum de .x., differentia, que est a .xviii. usque in .x., scilicet .viii., habet proportionem ad xviii., eam quam habet quadratus numerus .iiii. ad quadratum numerum .viii.

Per quartam siquidem intelligitur compositum ex numero et radice, qui numerus potest plus ipsa radice, eo quod ab incommensurabili sibi longitudine, hoc est quod differentia, que est inter quadratum ipsius numeri et quadratum radices, non sit quadratus numerus, ut accidit de quaternario et radice sexnarij. Per quintum autem intelligitur compositum ex radice alicuius numeri non quadrati, et ex aliquo numero, in quo quadratus radices potest plus quadrato illius numeri secundum quantitatem numeri non habentis proportionem ad quadratum radices, sicuti quadratus numerus ad quadratum numerum, ut compositum ex radice sexnarij et ex binario. Per sextum namque intelligitur compositum ex duabus radicibus diuersis, quarum maior potest plus minore secundum quantitatem numeri non habentis proportionem ad quadratum maioris radices, sicuti quadratus numerus ad quadratum numerum, ut est compositum ex radice octonarij et radice quinarij: horum quippe sex binomiorum radices habentur ex ordine sic. Primi quidem binomij radix est aliqua ex predictis sex lineis binomij; quia cum multiplicatur numerus binomialis in se, nimirum ex ipsa multiplicatione primum binomium surgit. Radix quippe secundi binomij dicitur bimedialis prima, que componitur ex duabus radicibus radices potentia solum commensurabilibus | numerum continentibus: hoc est cum multiplicatur una earum in aliam, provenit inde numerus ratiocinatus: ut si prima fuerit radix radices de .viii., et alia radix radices duorum, provenit ex earum multiplicatione radix radices de .xvi., scilicet ii. Tertiij autem binomij radix est linea, que dicitur bimedialis secunda, que componitur ex duabus radicibus radices potentia solum commensurabilibus medium, scilicet radicem numeri continentibus; hoc est cum multiplicatur una earum in aliam, id quod provenit, est radix numeri non quadrati: ut si prima fuerit radix radices .xii. Secunda radix radices trium, ex quarum multiplicatione surgit in radicem sexnarij, scilicet in radicem radices de .xxxvi. Quarti quoque binomij radix est linea, que dicitur maior, que componitur ex duabus lineis potentia incommensurabilibus, quarum quadrati insimul coniuncti faciunt numerum ratiocinatum; et ex multiplicatione unius in aliam provenit numerus inratiocinatus, scilicet radix numeri. Vt si prima fuerit radix de .iiii. et ex radice de .xiii., et alia fuerit radix de .iiii. minus radice de xiii. Quinti siquidem binomij radix

3^a4^a5^a

vi.

R^a pⁱ Bino^{li}2^a B. R^a

fol. 4 verso.

Bi. 3^a R^aBi. 4^a R^a
L^a Maior

linea p

linea 2

est linea, que dicitur riton et medium potens, hoc est super ratiocinatum et inratiocinatum numerum, que componitur ex duabus lineis potentia incommensurabilibus, quarum quadrati insimul iuncti faciunt radicem numeri; et ex multiplicatione unius in aliam prouenit numerus ratiocinatus. Vt si prima fuerit radix radicis de .xx. et ex duobus, et alia fuerit radix de .xx. minus .ii. Sexti autem binomij radix est linea, que dicitur potens super duos inratiocinatos numeros, que componitur ex duabus lineis potentia incommensurabilibus, quarum quadrati insimul iuncti faciunt numerum inratiocinatum; et ex multiplicatione unius in aliam surgit similiter numerus inratiocinatus: vt si prima fuerit radix radicis de xxxii. et de radice de vii., et alia fiat radix radicis de xxxii. minus radice de .vi., hoc est cum multiplicatur prima ipsarum duarum linearum inse, prouenit radix de xxxii. et radix de vi.; et cum multiplicatur secunda inse, prouenit radix de xxxii. minus radice de .vi.

Similiter .vi. numeri, qui dicantur recisi seu apothami, imitantur rariem sex binomiorum suprascriptorum ordinate. Nam primum recisum constat ex numero minus radice. Secundum ex radice minus numero. Tertium ex radice minus radice. Quartum constat ex nominibus primi. Quintum ex nominibus secundi. Sextum ex nominibus tertij. Sed in tribus prioribus recisis maiora nomina possunt plus minoribus eo, quod a commensurabili ipsis longitudine in reliquis quod ab incommensurabilibus.

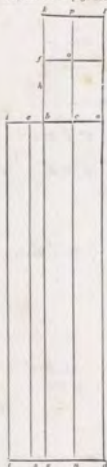
Nam radix primi recisi est aliquod suprascriptorum recisorum. Radix uero secundi est recisum bimedialis prime, hoc est radix radicis minus radice radicis, ex quarum multiplicatione provenit numerus ratiocinatus.

Tertij autem radix est recisum bimedialis secundi, hoc est radix radice minus radice radice, ex quarum multiplicatione provenit numerus irrationatus. Quarti quoque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas, que sunt potentia incommensurabiles, ex quibus componitur linea maior. Quinti itaque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas potentia incommensurabiles, ex quibus componitur linea potens super ratiocinatum et irrationatum.

Sexti namque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas potentia incommensurabiles, ex quibus componitur linea potens super irrationatum et irrationatum: his omnibus terminatis dico, nullum ex predictis numeris posse congrui uni ex *.x.* radicibus superscriptis. Ad que demonstranda reiterabo figuram. Et si possibile est, numerus *.ab.*, qui est una ex *.x.* radicibus superscriptis, sit unum ex *.iii.^{or}* binomij, qui componuntur ex numero ratiocinato et radice numeri non quadrati; et diuidatur numerus *.ab.* in nomina, et sit *.bc.* numerus, et *.ca.* sit radix numeri. Et multiplicetur *.ba.* in se, et proueniat *.bk.*; et ex *.ab.* in *.bk.* prouenit superficies *.ak.*, que est equalis superfici *.bz.*, scilicet cubo, qui fit *a* linea *.a*. Comunitur addatur superficies *.db.*, erit tota superficies *.de.* equalis superfici *.dk.*; que superficies continetur ex numero et radice tantum, ut insequentibus demonstratur. Quoniam linea *.ba.* diuisa in duo in puncto *.c.*, erunt duo quadrati linearem *.bc.* et *.ca.* cum duplo *.bc.* in *.ca.* equals quadrato totius *.ba.* Quadrati enim *.bc.* et *.ca.* sunt ratiocinati, cum *.bc.* sit numerus, et *.ca.* sit radix numeri ratiocinati. Quare ipsi duo quadrati sunt numerus qui fit *bf.* Ergo ex duplo *bc.* in *.ca.* prouenit *fk.*, cum *.bk.* proueniat ex *.ba.* in se: et quia ex duplo *.bc.* in *.ca.* prouenit *fk.*; et *.bc.* est numerus. Est proportio

fol. 5 recto.

* Tectij autem linea fo. s (fol. 5 recte, lin. 7-36 e margine inferiore; pag. 232, lin. 22 — pag. 232, lin. 3).

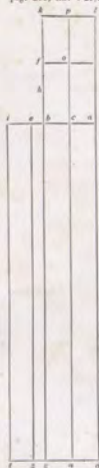


fk . ad ca ., sicut numerus ad numerum. Quare commensurabilis est fk . lineae ca . Diuidatur itaque superficies dkk . in quatuor superficies rectangulas go . et ol . et do . et ok . Et quia gb . et bf . sunt numeri; numerus est ergo tota gf . Est enim et linea fo . numerus, cum sit equalis lineae bc . Quare superficies go . est ratiocinata: et quia fk . est commensurabilis lineae ca .; et linea op . commensurabilis est lineae ca .; cum sit equalis lineae fk . Quare superficies ol . est ratiocinata. Numerus ergo sunt superficies go . et ol . Rursus quia numeri sunt no . et of .; et fk . est commensurabilis ca . Commensurabiles sunt superficies do . et ok . Quare superficies do . et ok . constant ex radicibus sibi inuicem commensurabilibus, cum numeri sint no . et of .; et possunt congregari et reduci ad radicem unam; quia cum congregantur radices sibi inuicem commensurabiles, progreditur ex eorum congragatione (*sic*) radix numeri tantum: ergo tota superficies dkk . constat ex numero et radice; cui superficiei equalis est superficies de .; cum equalis sit superficies zb . superficiei bl . Ergo et superficies de . constat ex numero et radice: similiter et superficies et . constat ex numero et radice, cum sit duplum numeri bk . Quare tota superficies di . constat ex numero et radicibus; ergo non est numerus spatium di .; cum sit duarum (*sic*) uel plurium nominum. Non ergo linea ab . est ex n^{us} binomialibus compositis ex numero et radice. Sed si possibile est, esto rursus linea ab . binomialis tertia uel sexta, scilicet composita ex duabus radicibus diuersis, cuius nomina sint item bc . et ca . Quare et ex ba . in se prouenit binomium primum, quod est bk .; quo ducto in ba . prouenit spatium bl . quod est equale cubo bz . Quare tota superficies dk .; scilicet superficies da . eg .; constat ex ducto gk . in kl .; hoc est ex ducto numero et radice in duabus radicibus diuersis. Nam kl . equalis est lineae bca . Sed cum multiplicatur numerus et radix in radicibus diuersis, nimirum diuerse radices proueniunt. Quare tota superficies de . constat ex radicibus diuersis. Sed superficies et . constat ex numero et radice, scilicet ex duplo bk . Quare tota superficies di . constat ex numero et radicibus; quod est inconueniens, cum superficies di . sit xx . Non ergo linea ab . est binomia. Similiter demonstrabitur, non esse aliquod ex sex recisis supradictis. Quia si recisum esset linea ab .; eisdem demonstrationibus que demonstrata sunt in binomijs, ostendetur, tota superficies di . constare aut ex numero minus radicibus, aut ex radicibus minus numero, ex quibus nunquam poterit xx procreari. Dico rursus, linea ba . esse non posse ex radicibus binomiorum uel recisorum: ostensum est enim, linea ab . esse non posse binomium uel recisum. Quare ab . non erit radix primi binomij uel primi recisi, cum radix primi binomij sit binomium, et radix primi recisi sit recisum.

Sed si possibile est, linea ba . esto radix secundi binomij. Ergo erit bimedialis prima; cuius nomina sint iterum bc . et ca .; et proueniat iterum ex ductu ab . in se numerus bk .; qui est binomium secundum, cuius minus nomen sit bh .; quod est numerus. Quare tota gk . constat ex numero et radice. Ergo cum multiplicatur gk . in kl .; hoc est in ba .; unde prouenit superficies de .; que est equalis superficiei dk .; tunc multiplicatur numerus et radix in radice numeri et radicis; ex qua multiplicatione prouenit radix numeri et radicis; et fit ipsa multiplicatio sic: multiplicatur tetragonum numeri gk . in numerum bk .; cuius multiplicationis radix est quesitum. Ergo superficies de . est radix numeri et radicis; et superficies et . constat constat (*sic*) ex

fol. 5. verso.

* numerus, cum demonstrata * (fol. 5 verso, lin. 4-32 et margine superiore; pag. 233, lin. 4-29).



fol. 6. recto.

numero et radice, cum sit duplum numeri $.bk.$ Ergo tota superficies $.di.$ constat ex numero et radice, et ex radice numeri et radices (*sic*); ex quorum coniunctione nunquam poterit numerus ratiocinatus procreari.

Quare impossibile est, ^{linea} $.ab.$ linea esse radix secundi binomij; nec etiam erit quarti uel quinti binomij; quod eisdem demonstrationibus demonstratur, cum ipsa binomia constant similiter ex numero et radice.

Sed si possibile est, esto linea $.ab.$ radix tertij uel sexti binomij; et multiplicetur ab in se, et proueniat $.bk.$, quod est compositum ex radicibus duorum diuersorum numerorum. Quare tota $.gk.$ est trium nominum; que multiplicata in $.kl.$, scilicet in radice numeri $.bk.$, proueniet radix radices numeri et radicem pro superficie $.de.$: sed superficies $.et.$ constat ex duabus radicibus. Quare tota superficies $.di.$ est inratiocinata. Non ergo linea $.ab.$ est radix alicuius binomij. Similiter eisdem demonstrationibus demonstrabitur, quod linea $.ab.$ non est radix alicuius recisi; quia si esset radix secundi uel quarti aut quinti recisi, esset itaque superficies $.de.$ radix numeri minus radice. Vel radix radices minus numero, scilicet quod superficies $.de.$ esset radix secundi uel quarti aut quinti recisi; et superficies $.et.$ esset numerus minus radice, uel radix minus numero; qui insimul nequaquam faciunt numerum ratiocinatum. Similiter si linea $.ab.$ esset radix tertij uel sexti recisi, esset itaque superficies $.de.$ radix radices numeri minus radice radicem. Vel esset radix radices radicem minus radice numeri; ex qua cum superficie $.et.$ nullatenus posset numerus ratiocinatus prouenire. Ergo | linea $ab.$, ut demonstratum est, non est aliqua ex quindecim lineis, de quibus fit mentio in $.x^o$ euclidis, ut predixi. Et quia hec questio solui non potuit in aliquo superscriptorum, studui solutionem eius ad propinquitatem reducere. Et inueni unam ex $.x.$ radicibus nominatis, scilicet numerum $.ab.$, secundum propinquitatem, esse unum et minuta $.xxii.$ et secunda $.vii.$ et tertia $.xlii.$ et quarta $.xxxiii.$ et quinta $.iiii.$ et sexta $.xl.$

De tribus hominibus pecuniam comunem habentibus.

TRES homines habebant pecuniam comunem, de qua medietas erat primi, tertia secundi. Sexta quoque pars tertij hominis; et cum eam in tutiori loco habere uoluissent, ex ea unusquisque cepit fortuitu; et cum totam ad tutiorem locum deportassent, primus, ex hoc quod cepit, posuit in comune medietatem, secundus tertiam, tertius sextam. Et cum ex hoc, quod in comune positum fuit, inter se equaliter diuisissent, suam unusquisque habuit portionem; queritur quanta fuit illa pecunia, et quot unusquisque ex ea cepit. Hec itaque questio, domine serenissime imperator, in palatio uestro pisis coram uestra maiestate a magistro Iohanne panormitano mihi fuit proposita. Super cuius questionis solutionem cogitans, tres modos in soluendo ipsam inueni, quos in libro uestro, quem de numero composui, patenter inserui.

Sed cum nuper solutionem eiusdem questionis intenderem. Alium nimis pulchrum modum inueni, quem serenitati uestre pandere, de uestra benignitate confisus, curauim. Sed antequam ad eius solutionem ueniam, quedam introductoria uestre maiestati proponere dignum duxi. Videlicet cum de aliqua re medietas tollitur, illa medietas equalis est relique medietati que remanet. Similiter si de aliqua re tertia tollitur pars, ipsa tertia reliquarum duarum tertiarum que remanent, existit medietas. Rursus cum

de aliqua re tollitur sexta pars, illa sexta pars reliquarum quinque sextarum quinta pars est. His itaque denotatis, pro qualibet tertia parte quantitatis ab ipsis tribus hominibus posite in comuni, posui rem. Et quia proponitur, unusquisque, habita ipsa re, suam habuisse portionem, ex necessario sequitur post illud quod ipsi tres posuerunt in comuni, primo remansisse totius communis pecunie medietatem minus ipsa re. Secundo tertiam minus eadem re. Tertio homini sextam eiusdem pecunie partem, eadem re diminuta. Et quia primus posuit in comune medietatem ex toto eo quod ceperat; et illa medietas fuit equalis residuo quod ei remansit; si duplicabitur ipsius residuum, scilicet medietas dicte pecunie minus re, habebitur pro toto eo, quod ipse primus homo cepit, tota pecunia semel minus duabus rebus. Item quia secundus homo posuit in comune tertiam partem ex hoc quod ceperit; et illa tertia pars fuit medietas eius quod ei remansit, scilicet de tertia parte totius pecunie minus re; si super ipsam tertiam partem dicte pecunie minus re addatur medietas eorum, scilicet sexta pars eiusdem pecunie minus medietate rei, egredietur pro toto hoc, quod cepit secundus homo, medietas totius pecunie, re una et dimidia diminuta. Adhuc quia tertius homo, ex hoc quod cepit, posuit in comune sextam partem; et illa sexta pars fuit quintum sui residui, scilicet sexte partis totius pecunie minus re; si super ipsam sextam partem minus re addatur quinta pars eorum, scilicet. xxx². pars pecunie minus quinta parte rei, habebitur pro hoc, quod cepit tertius homo, quinta pars dicte pecunie, re una et quinta rei diminuta. Quare si addatur tota pecunia minus duabus rebus, quam cepit primus, cum medietate eiusdem pecunie minus una re et dimidia, quam cepit secundus, et cum quinta parte eiusdem pecunie minus una re et quinta unius rei, quam cepit tertius, habebitur pro tota Eorum pecunia semel eadem pecunia et septem decime eiusdem pecunie minus iii.² rebus et septem decimis unius rei. Quare patet quod septem .x². totius pecunie equantur quatuor rebus et septem decimis rei. Et quia est sicut una quantitas ad aliam, ita quodlibet multiplex unius ad idem multiplex alterius. Erit ergo decuplum septem decimarum eiusdem pecunie, scilicet septuplum eiusdem pecunie equale decuplo quatuor rerum et septem decimarum, scilicet rebus xlvii. Vnde si ponatur, rem esse .vii., tota pecunia erit .xlvii.; quia septuplum ipsius pecunie, scilicet de xlvii., equabitur .xlvii. rebus, scilicet multiplicationi de xlvii. in .vii. Nam septies xlvii. sunt quantum xlvii. vicibus .vii. : et quia primus cepit totam pecuniam minus duabus rebus; si de tota pecunia, que est .xlvii., auferantur 2 res, scilicet .xiii., remanebunt .xxxj. pro eo quod cepit primus homo. Item quia secundus cepit medietatem eiusdem pecunie minus una re et dimidia; si de medietate pecunie, que est .xxiii $\frac{1}{2}$. auferatur res una et dimidia, scilicet .x $\frac{1}{2}$, remanebunt .xiii. pro eo quod cepit secundus homo. Rursus quia tertius homo cepit quintam partem dicte pecunie minus re una et quinta. Si de quinta parte totius pecunie, que est $\frac{2}{5}$ 9, auferatur res et quinta pars rei, scilicet $\frac{2}{5}$ 8, remanebit .i. pro eo quod cepit tertius homo. Additis ergo .33., que cepit primus homo, cum .13., que cepit secundus, et cum uno, quod cepit tertius, erunt 47., ut pro tota pecunia inuentum fuit. Verbi gratia : de 33, que cepit primus, posuit in comune medietatem, scilicet $\frac{1}{2}$ 16., et remanserunt ei alia $\frac{1}{2}$ 16. Secundus uero homo de suis .13., que cepit, posuit in comune tertiam partem, scilicet

fol. 7 recto.

2^{us} h^o.3^{us} h^os. fca eq^{ua}Decu^{la} $\frac{2}{15}$ 6Sep^{la} toti^{us}3 re.^s 14

fol. 7 verso.

$\frac{1}{2}$ 4, et remanserunt ei $\frac{1}{2}$ s. Tertius namque homo, de uno quod cepit, posuit in comune sextam partem, scilicet $\frac{1}{6}$ unius, et remanserunt ei $\frac{5}{6}$ unius. Additis ergo $\frac{1}{2}$ 16, que posuit primus homo in comuni, et $\frac{1}{2}$ 4, que posuit secundus, et $\frac{1}{6}$ unius, quam posuit tertius, egredientur pro tota summa .21.; quorum tertia pars, que est .7., si addantur cum $\frac{1}{2}$ 16., que remanserunt primo, et cum $\frac{1}{2}$ 8, que remanserunt secundo, et cum $\frac{5}{6}$ unius, que remanserunt tertio, habebit primus homo medietatem totius pecunie, scilicet $\frac{1}{2}$ 23. Et secundus homo habebit tertiam partem eiusdem pecunie, scilicet $\frac{1}{3}$ 15. Et tertius homo habebit sextam partem eiusdem pecunie, scilicet $\frac{1}{6}$ 7. Et sic, secundum hunc modum, solutiones similium questionum de facili haberi possunt.

De quinque numeris reperiendis ex proportionibus datis.

SOLVAM etiam per consimilem modum utramque questionem, quas per robertinum aggia (sic) domnicellum nostrum uestre maiestati transmissi; quarum prima fuit de quinque numeris, ex quibus primus cum medietate secundi et tertij et quarti facit quantum secundus cum tertia parte tertij et quartj et quinti numeri, et quantum tertius cum quarta parte quartj et quintj et primj numeri, nec non et quantum quartus cum quinta parte quintj et primj et secundi numeri, et adhuc quantum quintus numerus cum sexta parte primj et secundi et tertij numeri. Ad hoc itaque inveniendum, posui pro primo numero causam, et pro quinto rem, et pro numero, in quo, subscriptis conditionibus, sibi inuicem equantur numeri predicti, fortuito posui .17. Et quia primus numerus, quem causam esse posui, cum medietate secundi et tertij et quarti numeri surgit in .17., oportet inter secundum et quartum numerum esse duplum de .17. minus causa, scilicet .34. minus duabus causis; quia medietas de 34, minus duabus causis, est .17. minus causa: que si addantur cause, scilicet primo numero, faciant .17: deinde super .34 minus duabus causis, que sunt summa secundi et tertij et quarti numeri, addidi rem, scilicet quintum numerum, et fuerunt in summa 34 et res minus duabus causis; de quibus extraxi dragmas .17., scilicet quantitatem secundi numeri et tertie partis tertij et quarti et quinti numeri, remanserunt pro duabus tertijs tertij et quarti et quinti numeri dragme .17. et res una minus duabus causis. Et quia cum de aliqua quantitate aufertur tertia pars, illa tertia pars | est medietas residui; quare super .17. et rem minus duabus causis addidi medietatem eorum, scilicet $\frac{1}{2}$ s, et medietatem rei minus una causa; et fuit totum illud quod concretum est $\frac{1}{2}$ 25 et res una et dimidia minus tribus causis; et hec est summa tertij et quarti et quinti numeri, quam extraxi ex summa secundi et tertij et quarti et quinti numeri, scilicet de dragmis 34 et re una minus duabus causis; et fuit illud quod remansit pro quantitate secundi numeri dragme $\frac{1}{2}$ s et causa una minus medietate rei. Deinde cum summa tertij et quarti et quinti numeri, scilicet cum dragmis $\frac{1}{2}$ 25 et re una et dimidia minus tribus causis, addidi primum numerum, scilicet causam, et habui dragmam $\frac{1}{2}$ 25 et rem unam et dimidiam minus duabus causis pro quantitate tertij et quarti et quinti et primi numeri: de qua quantitate extraxi dragmas .17., scilicet tertium numerum, et quartam partem quarti et quinti et primi numeri, et remanserunt pro tribus quartis quarti et quinti et primi numeri dragme $\frac{1}{4}$ s et res una et dimidia minus duabus causis. Et quia cum de aliqua quantitate tollitur quarta pars, illud quod tollitur est tertia pars ex eo quod remanet; quare super $\frac{1}{4}$ s et re

una et dimidia minus duabus causis addidi tertiam partem eorum; et sic habuit pro summa quarti et quinti et primi numeri dragmas $\frac{1}{2}$ 11 et duas res minus causis $\frac{2}{3}$ 2; quam summam extraxi de summa tertij et quarti et quinti et primj numeri, scilicet de $\frac{1}{2}$ 25 et re una et dimidia minus duabus causis, et remanserunt pro quantitate tertij numeri dragme $\frac{1}{6}$ 14 et due tertie unius cause minus medietate unius rei. Deinde ex summa quarti et quinti et primj numeri, scilicet de dragmis $\frac{1}{2}$ 11 et duabus rebus minus causis $\frac{2}{3}$ 2, et extraxi quintum et primum numerum, scilicet unam rem et unam causam, et remanserunt pro quantitate quarti numeri dragme $\frac{1}{2}$ 11 et res una minus causis $\frac{2}{3}$ 2. Et quia quartus numerus cum quinta parte quinti et primi et secundi numeri facit dragmas .17. Aggregavi quintum et primum et secundum numerum, scilicet rem et causam et dragmas $\frac{1}{2}$ 8 et causam unam minus medietate unius rei; et sic pro summa quinti et primi et secundi numeri habui dragmas $\frac{1}{2}$ 8 et duas causas et medietatem rei: de quibus omnibus accepi quintam partem, scilicet dragmas $\frac{1}{10}$ 1, et $\frac{2}{5}$ unius cause et decimam partem unius rei, et aggregavi hoc super quantitatem quarti numeri, scilicet super $\frac{1}{2}$ 11 et re una minus causis $\frac{1}{2}$ 3; et fuit hoc totum dragma $\frac{1}{10}$ 13 et res una et decima minus causis $\frac{1}{10}$ 3., que equantur dragmis .17.: | et quia cum equalibus equalia adduntur, omnia fiunt equalia; si utrique parti addantur cause $\frac{1}{10}$ 3, erunt dragme $\frac{1}{10}$ 13 et $\frac{11}{10}$ unius rei equales causis $\frac{1}{10}$ 3 et dragmis .17.: et quia cum ab equalibus equalia auferuntur, que remanent, sunt equalia; si ab utraque parte auferuntur dragme $\frac{1}{10}$ 13, remanebunt $\frac{11}{10}$ unius rei equales causis $\frac{1}{10}$ 3 et dragmis 4 minus xxx^a unius dragme. Quare ut reducerem hec in equalitatem unius rei tantum, multiplicavi causas $\frac{1}{10}$ 3, dragmas 4 minus xxx^a per .10., et diuisi utramque multiplicationem per .11., et inueni quod res una equatur causis 3 minus xxx^a tertia parte unius cause et dragmis $\frac{25}{11}$ 3; seruavi hec, et addidi primum numerum cum secundo et tertio, scilicet causam unam cum dragmis $\frac{1}{2}$ 8, et causa una minus medietate rei, et cum dragmis $\frac{1}{2}$ 14 et duabus tertijs unius cause minus medietate unius rei, et habui dragmas $\frac{2}{3}$ 22 et causas $\frac{2}{3}$ 2 et minus una res: de quibus omnibus accepi sextam partem, et addidi eam super quintum numerum, scilicet super rem, et fuit totum illud, quod inde aggregatum est, $\frac{2}{3}$ unius rei et $\frac{1}{3}$ unius cause et dragme $\frac{7}{9}$ 3., que equantur dragmis .17.: quare ab utraque parte extraxi dragmas $\frac{2}{3}$ 3, et remanserunt $\frac{2}{3}$ unius rei et $\frac{1}{3}$ unius cause, que equantur dragmis $\frac{2}{3}$ 13: que ut reducerem ad equalitatem unius rei, multiplicavi per 6 $\frac{1}{3}$ unius cause, et dragmas $\frac{2}{3}$ 13 per 6; et quod ex utraque multiplicatione peruenit, diuisi per 3., et habui quod res una et $\frac{1}{3}$ unius cause equantur dragmis $\frac{13}{12}$ 15. Superius enim inueni quod res una equatur tribus causis minus xxx^a tertia parte unius cause et dragmis $\frac{25}{12}$ 3: quare cause 3 minus $\frac{1}{12}$ et $\frac{8}{12}$ unius cause et dragme $\frac{25}{12}$ 3 equantur dragmis $\frac{13}{12}$ 15. Nam cause 3 minus $\frac{1}{12}$ unius cause et $\frac{1}{12}$ eiusdem cause sunt in summa cause $\frac{35}{12}$ 3. Ergo cause $\frac{33}{12}$ 3 et dragme $\frac{26}{12}$ 2 equantur dragmis $\frac{13}{12}$ 15: unde si comiter auferantur dragme $\frac{26}{12}$ 2, remanebunt cause $\frac{33}{12}$ 3 equales dragmis $\frac{13}{12}$ 15: unde hec omnia multiplicavi per 163, et habui quod cause 578 equantur dragmis 2023.: quare diuisi 2023 per 578, et prouenit pro quantitate unius cause, scilicet pro quantitate primi numeri, $\frac{1}{2}$ 3. Quem numerum ut reducerem in integrum, duplicavi omnes numeros superscriptos, et habui pro primo numero .7., pro secundo .17. et unam causam minus medietate unius rei, et pro tertio $\frac{1}{2}$ 28 et duas tertias

fol. 8 verso.

unius causę minus medietate unius rei, et pro quarto numero habui $\frac{2}{3}$ 22 et rem unam minus causis $\frac{2}{3}$ 3.; et pro quinto numero habui tantum rem. Et quia inueni, rem equalem tribus esse causis | minus una xxx^a tertia et dragmis $\frac{20}{24}$ 3, duplicaui iterum has dragmas, et perueniunt dragme $\frac{7}{24}$ 7; et sic res una equatur tribus causis minus $\frac{1}{24}$ unius cause et dragmis $\frac{7}{24}$ 7. Quare multiplicaui causas .3. minus $\frac{1}{24}$ unius cause per numerum unius cause, scilicet per .7., et addidi illud quod provenit cum dragmis $\frac{7}{24}$ 7, et habui 28 pro quantitate rei, hoc est pro quantitate quinti numeri. De inde quia secundus numerus est .17. et causa una minus medietate rei, addidi .17. cum causa una, et fuerunt 24; de quibus extraxi medietatem rei, scilicet 14, remanserunt .10. pro secundo numero. Rursus quia tertius numerus est $\frac{1}{2}$ 28 et $\frac{2}{3}$ unius cause minus medietate rei, addidi duas tertias unius cause, scilicet de .7. cum $\frac{1}{2}$ 28, et habui .32.; de quibus eieci medietatem rei scilicet .14, remanserunt pro tertio numero .19. Item quia quartus numerus est $\frac{1}{3}$ 32 et res una minus tribus causis et $\frac{2}{3}$ unius cause, addidi rem, scilicet .28 cum $\frac{1}{3}$ 32, et proveniunt $\frac{2}{3}$ 50; de quibus eieci causas $\frac{2}{3}$ 3, scilicet $\frac{2}{3}$ 25., remanserunt pro quarto numero 25. Et sic, ut uestre serenissime maiestati transmissi, primus numerus est .7., secundus .10., tertius 19. Quartus .25. Quintus .28.; et numerus, in quo equantur ipsi numeri, est 34.

De quatuor hominibus et bursa ab eis reperta, questio notabilis.

Secunda uero questio fuit de quatuor hominibus bizantios habentibus, qui bursam bizantium inueniunt, ex quibus primus cum bursa excedit secundum et tertium hominem in duplo. Secundus tertium et quartum in triplo. Tertius quartum et primum in quadruplo. Quartus uero homo cum bursa excedit primum et secundum in quincuplo: hanc quidem questionem insolubilem esse monstrabo, nisi concedatur, primum hominem habere debitum: ad quod demonstrandum, ponam pro bizantijs primj hominis dragmam; qua addita cum bursa egredietur dragma una et bursa una, que sunt duplum bizantium secundi et tertij hominis: quare inter secundum et tertium hominem habetur equale medietatis burse et unius dragme; de qua medietate ponam, secundum hominem habere rem, remanet ergo pro bizantijs tertij hominis medietas burse et unius dragme minus una re: de inde addam bursam cum quantitate secundi hominis; et erit illud quod aggregabitur bursa una et res una, quorum tertia pars est equalis quantitatis bizantium tertij et quarti hominis. Ergo inter tertium et quartum hominem habent tertiam burse et unius rei; de qua tertia, si auferatur quantitas bizantium tertij hominis, scilicet medietas burse et unius dragme minus re una, remanebunt pro quantitate bizantium quarti hominis quatuor tertie unius rei minus sexta unius burse et medietate unius dragme: super que addam dragmam, scilicet quantitatem primi hominis, et habebunt inter quartum et primum hominem quatuor tertias unius rei et medietatem dragmę | minus sexta parte unius burse: quod totum quadruplicabo, et provenient quinque res et tertia et dragme .2. et minus $\frac{2}{3}$ unius burse, que equantur coniuncto quantitatis tertij hominis et burse. Nam tertius homo habet, ut superius inuenitum est, medietatem burse et unius dragme, re una diminuta: quibus si addatur bursa, erit bursa una et dimidia et medietas dragme minus una re, que equantur rebus $\frac{1}{2}$ 5 et dragmis 2. minus $\frac{2}{3}$ unius burse: quare si communiter addantur $\frac{2}{3}$ unius burse $\frac{1}{2}$ et res una, erunt burse $\frac{1}{2}$ 2 et medietas dragmę, que equantur rebus

$\frac{1}{2}$ 6 et dragmis 2. Quare si communiter auferatur medietas dragm⁹, remanebunt $\frac{4\frac{1}{2}}{3}$ unius burse, que equantur rebus $\frac{1}{3}$ 6 et dragme $\frac{1}{2}$ 1. Quare ut redigantur hec ad quantitatem unius burse, multiplicabo res $\frac{1}{3}$ 6 et dragmam $\frac{1}{2}$ 1 per .6., et egredientur 38 res et dragme .9. diuidende per 13., exibunt res 3 minus $\frac{4}{13}$ et $\frac{9}{13}$ unius dragme, que equantur uni burse: seruabo hec, et addam bursam cum quantitate quarti hominis, scilicet cum $\frac{1}{4}$ unius rei minus $\frac{1}{4}$ unius burse et medietate unius dragme, et habeo $\frac{1}{4}$ unius rei et $\frac{5}{8}$ unius burse minus medietate unius dragme, que equantur quincuplo quantitatis primi et secundi hominis, qui habent dragmam et rem; ex quorum quincuplo proueniunt quinque res et quinque dragme: ergo $\frac{1}{4}$ unius rei et $\frac{5}{8}$ unius burse minus medietate unius dragme equantur quinque rebus et quinque dragmis. Quare si communiter addatur medietas dragme, erunt $\frac{1}{4}$ unius rei et $\frac{5}{8}$ unius burse equales quinque rebus et dragmis $\frac{1}{2}$ 5. Quare si communiter auferatur $\frac{1}{4}$ unius rei, remanebunt res $\frac{4\frac{1}{2}}{3}$ 3 et dragme $\frac{1}{2}$ 5, que equantur $\frac{1}{4}$ unius burse: quare ut redigam hec ad bursam unam, multiplicabo res $\frac{4\frac{1}{2}}{3}$ 3 et dragmas $\frac{1}{2}$ 5 per 6, et egredientur res .22. et dragme .33.: quas diuidam per .5., et uenient res $\frac{22}{5}$ 4 et dragme $\frac{33}{5}$ 6, que equantur burse. Inuentum est superius quod tres res minus $\frac{4}{13}$ unius rei et $\frac{9}{13}$ unius dragm⁹ equari (sic) uni burse; ergo res $\frac{22}{5}$ 4 et dragme $\frac{33}{5}$ 6 equantur tribus rebus minus $\frac{4}{13}$ unius rei et $\frac{9}{13}$ unius dragme; quod est impossibile. Quia res $\frac{22}{5}$ 4 sunt plures rebus $\frac{13}{13}$ 2, et dragme $\frac{33}{5}$ 6 sunt plures de $\frac{9}{13}$ unius dragme. Vnde si concedatur, primum hominem habere debitum, inuenietur, secundum hanc inuestigationem, quod res $\frac{22}{5}$ 4 minus dragmis $\frac{33}{5}$ 6 equantur rebus $\frac{13}{13}$ 2 minus $\frac{4}{13}$ unius dragme. Vnde si communiter auferantur $\frac{9}{13}$ unius dragme, remanebunt res $\frac{13}{13}$ 2, que equantur rebus $\frac{22}{5}$ 4 minus dragmis $\frac{24}{5}$ 5. Quare si communiter addantur dragme $\frac{9}{13}$ 5, remanebunt res $\frac{22}{5}$ 4, que equantur rebus $\frac{13}{13}$ 2 et dragmis $\frac{5}{13}$ 3. Quare si communiter auferantur res $\frac{13}{13}$ 2, remanebunt res $\frac{9}{5}$ 1, que equantur dragmis $\frac{24}{5}$ 5. Et ut hec habeantur in integris numeris, multiplicabo utrumque numerum per 65, et egredientur res 96, que equantur dragmis 384. Ergo proportio rerum ad dragmas est sicut 96 ad 384; que proportio in minoribus numeris est sicut .1. ad 4.; ergo res una equatur quatuor dragmis. Vnde si ponam, rem esse .4., scilicet quantitatem secundi hominis, erit debitum primi bi^z. 1. Et quia inuenimus superius quod bursa equatur rebus $\frac{22}{5}$ 4 minus dragmis $\frac{33}{5}$ 6; si de rebus $\frac{22}{5}$ 4, que sunt bi^z. $\frac{1}{5}$ 17, auferantur dragme $\frac{33}{5}$ 6., hoc est bi^z. $\frac{2}{5}$ 6, remanebunt .11. pro bizantijs burse: et quia tertius homo habet medietatem burse minus medietate dragme et re una; si de medietate burse, scilicet de $\frac{1}{2}$ s., auferantur res una et medietas dragme, scilicet $\frac{1}{4}$ 4, remanebit bi^z. 4 pro quantitate tertij hominis. Rursus quia quartus homo habet $\frac{1}{4}$ unius rei et medietatem unius dragme minus sexta parte unius burse; si de $\frac{1}{4}$ unius rei, et de medietate unius dragme, scilicet de $\frac{1}{2}$ s., auferatur sexta unius burse, scilicet bi^z. $\frac{1}{6}$ 1, remanebunt 4. pro bizantijs quarti hominis.

De eadem re.

SVPER similes quidem quatuor hominum questiones, in quibus multiplicia, que habent cum bursa, ponuntur ex ordine super quantitatem, quam habent super duos homines sibi iniucem sequentes, inueni hanc generalem, uidelicet ut pro radice quantitatis secundi hominis habeantur .2., et pro radice burse habeatur .1.; deinde numerus multiplici-
tatis primi et burse, quam habent super secundum et tertium hominem, addatur super radicem secundi hominis, et habebitur quantitas eius; et quartus homo habebit

de quibus abiecti 4 pro ipsis .4., que sunt super 17, remanserunt $\frac{31}{10}$ 15 pro quantitate tertij numeri; que extraxi de $\frac{31}{10}$ 27, remanserunt $\frac{11}{10}$ 11 pro secundo numero. Ad demonstrandum siquidem qualiter talis inuentio siue regula proueniat ex modo superscripto trium hominum. Ponam secundum et tertium numerum esse rem, de qua abiecta tertia parte sui, cum qua primus numerus surgit in .14., remanebunt $\frac{2}{3}$ eiusdem rei: et quia, ut dictum est, cum de quacumque re tollitur $\frac{1}{3}$, illud quod tollitur, est medietas eius quod remanet; vnde si super $\frac{2}{3}$ rei addatur medietas eius, redibit res predicta; quod etiam habetur, si multiplicentur $\frac{2}{3}$ dictę rei per .3.; et quod prouenerit, diuidatur per .2.; et est illud idem quando multiplicaui superius 3 per 2, et diuisi per 2 uicibus .3., et habui tunc rem positam pro secundo et tertio numero, pro qua posui .1. sub $\frac{2}{3}$; de qua re accepi tertiam partem, et abiecti de 14, remanserunt 14. minus tertia rei pro quantitate primi numeri: quibus additis cum secundo numero et tertio, scilicet cum re una, erit tota suma (*sic*) ipsorum trium numerorum nihil amplius de 14 et de $\frac{2}{3}$ unius rei: et propter hoc posui .6. super 14., et $\frac{2}{3}$ sub $\frac{1}{3}$: et quia secundus numerus cum $\frac{1}{3}$ tertij et primi numeri surgit in .17., et extraxi .17. de suma (*sic*) ipsorum trium numerorum, scilicet de 14 et de $\frac{2}{3}$ unius rei, et remanserunt $\frac{1}{3}$ primi et secundi numeri, et $\frac{2}{3}$ unius rei minus .3.; et ideo posui 3 super 17 et $\frac{1}{3}$ sub $\frac{1}{3}$: et quia cum de aliqua quantitate extrahitur quarta pars, illud quod tollitur est tertia pars residui.

Addidi super $\frac{2}{3}$ unius rei minus tertiam partem eorum; quod fit cum multiplicatur 2 que sunt super 2, et per 4 que sunt sub uirga de $\frac{2}{3}$, et diuiditur per 3 que sunt sub uirga de $\frac{2}{3}$, et per 3 que sunt super uirga de $\frac{2}{3}$; et cum multiplicantur .4., que sunt sub uirga de $\frac{2}{3}$, per 3 posita super .17., et suma (*sic*) diuiditur per 3 que sunt super 4; quia cum super aliqua quantitate additur tertia pars, et fit inde aliqua quantitas, erit proportio primę quantitatis ad secundam, sicut .3. est ad .4.: quare multiplicande sunt $\frac{2}{3}$ unius rei minus 3 per 4., et suma (*sic*) diuidenda est per 3. Nam ex multiplicatione de 4 in $\frac{2}{3}$ unius rei minus .3. ueniunt $\frac{8}{3}$ unius rei minus 12; quibus diuisis per 3, ueniunt $\frac{8}{9}$ unius rei minus .4; et ideo posui $\frac{8}{9}$ sub $\frac{1}{3}$, et 4 super 3 positus super .17. Rursus quia tertius numerus cum quinta parte primi et secundi numeri surgit in .19.; si de $\frac{2}{3}$ unius rei et de 14. auferantur 19, remanebunt pro $\frac{4}{3}$ primi et secundi numeri $\frac{2}{3}$ unius rei minus .5.; et ideo super 19 posui .5., et sub $\frac{2}{3}$ posui $\frac{1}{3}$. Et quia cum de aliqua quantitate extrahitur quinta pars, illud quod extrahitur est quarta pars residui. Ideo super $\frac{2}{3}$ unius rei minus .5. addenda est quarta pars eorum super ipsas; quod fit cum $\frac{2}{3}$ unius rei minus 5 multiplicantur per 5, et summa diuiditur per .4.; et sic habuimus $\frac{5}{6}$ rei minus $\frac{1}{6}$ 6 pro quantitate primi et secundi numeri; que $\frac{1}{6}$ 6 posite sunt superius super 19, et $\frac{5}{6}$ sub $\frac{1}{3}$; et sic ex hac inuentione habui pro secundo et tertio numero rem; et pro tertio et primo habui $\frac{5}{9}$ unius rei minus .4.; et pro primo et secundo numero $\frac{5}{6}$ minus $\frac{1}{6}$ 6: quibus omnibus in unum congregaui superius, et habui $\frac{19}{12}$ unius rei minus $\frac{1}{12}$ 10, quod fuit equale duplo sumę (*sic*) ipsorum trium numerorum, cum in ipsa congregatione unusquisque ipsorum trium numerorum bis computatus sit; et ideo mediaui prescripta $\frac{19}{12}$ unius rei minus $\frac{1}{12}$ 10, et habui $\frac{19}{24}$ unius rei minus $\frac{1}{24}$ 5. pro quantitate ipsorum trium numerorum; de quibus abiecti integrum unum pro re una, remanserunt $\frac{13}{24}$ unius rei, que est quantitas secundi et tertij numeri minus $\frac{1}{24}$ 5 pro quantitate primi numeri. Super quod addidi tertiam partem

fol. II verso.

rei, et habui $\frac{25}{16}$ unius rei minus $\frac{1}{4}$ 5, que equantur .14: addidi ergo $\frac{1}{4}$ 5 super .14., et prouenerunt $\frac{25}{16}$ unius rei, que equantur $\frac{1}{4}$ 19. Quare multiplicauit 36 per $\frac{1}{4}$ 19, et summam diuisi per 25, et habui $\frac{27}{10}$ 27 pro quantitate unius rei, scilicet pro suma (*sic*) secundi et tertij numeri; de qua suma (*sic*) accepi tertiam partem, et extraxi eam de .14.; et quod remansit, scilicet $\frac{11}{10}$ 4, fuit quantitas primj numeri. Et quia quantitas primi et tertij numeri fuit $\frac{3}{2}$ unius rei minus .4.; de $\frac{3}{2}$ rei minus 4, scilicet de $\frac{13}{2}$ 29, extraxi primum numerum, scilicet $\frac{11}{4}$ 4, remanserunt $\frac{27}{4}$ 15 pro quantitate tertij numeri: quem numerum extraxi de suma (*sic*) secundi et tertij numeri, scilicet de $\frac{27}{4}$ 27, remanserunt $\frac{11}{4}$ 11 pro quantitate secundi numeri.

De quatuor hominibus bizantijs habentibus.

Posui hanc aliam questionem similem superscripte questionis, sancte et uenerande pater domine Ranerij dignissime cardinalis, ut que in prescripta questione dicta sunt, melius clementia uestra intendere ualeat. Sunt enim Quatuor homines bizantijs habentes, ex quibus primus cum medietate bizantium reliquorum trium hominum habeat .33. Secundus cum tertia parte bizantium reliquorum trium habeat .35. Tertius quoque cum $\frac{1}{2}$ bizantium reliquorum habeat .36. Quartus uero cum $\frac{1}{2}$ bizantium primi et secundi et tertij hominis habeat .37; queritur quot unusquisque habuit. Posui quidem hos numeros studiose, ut solutio huius questionis cadat in integris numeris; et ostendam, hanc insolubilem esse sub posita conditione. Ad quod demonstrandum ponam, secundum et tertium et quartum hominem habere rem, cuius rei medietas si addatur super bizantijs primi, nimirum surgent in .33, ut propositum est. Quare patet manifeste, primum hominem habere .33. minus medietate rei, que addita cum bizantijs secundi | et tertij et quarti hominis, scilicet cum re, uenient 33 et medietas rei pro tota suma (*sic*) bizantium quatuor hominum: de qua suma secundus cum $\frac{1}{2}$ bizantium reliquorum trium hominum proponitur habuisse 35. Quare si auferantur 35 de bizantijs 33 et de medietate rei, remanebit pro $\frac{2}{3}$ bizantium ipsorum, scilicet tertij et quarti et primi hominis, medietas rei minus bizantijs .2. Et quia cum de aliqua quantitate tollitur tertia pars, id quod tollitur est medietas eius quod remanet. Si super medietate rei minus 2. addatur medietas eius, uenient $\frac{3}{2}$ rei minus bizantijs .3. pro quantitate bizantium tertij et quarti et primi hominis. Ad que etiam ueniemus, si multiplicauerimus medietatem rei minus 2 per 3, et diuiserimus per 2. Rursus quia proponitur, tertium hominem cum $\frac{1}{2}$ bizantium quarti et secundi et primj hominis habere 36.; si de tota suma (*sic*), scilicet ex 33 et medietate rei, tollamus .36., remanebit pro $\frac{1}{2}$ bizantium quarti et primj et secundi hominis medietas rei minus bizantijs 3. Et quia cum de aliqua quantitate tollitur $\frac{1}{2}$, illud quod tollitur est $\frac{1}{2}$ eius quod remanet; si super $\frac{1}{2}$ rei minus 3. addatur tertia eius, hoc est quod multiplicetur $\frac{1}{2}$ rei minus 3 per 4; et suma (*sic*) diuidatur per 3., uenient $\frac{2}{3}$ rei minus 4 pro quantitate bizantium eorundem quarti et primi et secundi hominis. Item quia quartus homo cum $\frac{1}{2}$ bizantium primi et secundi et tertij hominis habet .37.; si de tota suma (*sic*) eorum .111. hominum tollantur .37., remanebit pro $\frac{1}{2}$ bizantium primi et secundi et tertij hominis medietas rei minus bizantijs .4.: quam si multiplicauerimus per 5, que sunt sub uirga de $\frac{1}{2}$; et que prouenerint, diuiserimus per .4., que sunt super uirga, habebimus $\frac{3}{4}$ rei minus bizantijs .5. pro quantitate bizantium primi et secundi et tertij

hominis. Addamus ergo rem, quam habent inter secundum et tertium et quartum hominem, cum $\frac{1}{2}$ rei minus .3., que habent inter tertium et quartum et primum hominem, et cum $\frac{2}{3}$ rei minus .4., que habent inter quartum et primum et secundum hominem. Et cum $\frac{1}{2}$ rei minus .3., que habent inter primum et secundum et tertium hominem, uenient res $\frac{1}{24}$ 3 minus bizantijs 12 pro triplo bizantium m. hominum, cum in prescriptis partibus unusquisque ter computatus sit. Quare si diuiderimus res $\frac{1}{24}$ 3 minus bizantijs 12 per 3., habebimus rem $\frac{1}{12}$ 1 minus bizantijs .4. pro quantitate bizantium m. hominum: de qua suma (sic) si auferatur res, quam habent inter secundum et tertium et quartum hominem, remanebit $\frac{1}{12}$ rei minus .4. pro quantitate bizantium primi hominis: super quam si addiderimus medietatem rei, scilicet $\frac{1}{2}$ bizantium secundi et tertij et quarti hominis, erunt $\frac{27}{12}$ minus bizantijs .4., que equantur bizantijs 33. Communiter si addiderimus bizantios .4., erunt $\frac{33}{12}$ rei equales de bizantijs 37. Vnde ut ueniamus ad notitiam unius rei, multiplicanda sunt 72 per bizantios 37., et suma (sic) diuidenda est per 37., que sunt super uirga; uel diuidantur bizantij 37 per 37; et .4. quod provenit ex diuisione, ducatur in .72, et uenient bizantij 72 pro quantitate rei; et tot habent inter secundum et tertium et quartum hominem. Et quia proponitur, primum hominem cum medietate bizantium secundi et tertij et quarti hominis habere .33; et predictorum 72 bizantium medietas est plus de .33. Colligitur inde, hanc questionem insolubilem esse, cum non possit dici: quatuor homines habent bizantios, cum primus non habeat aliquid, immo habet debitum. Quare si uoluerimus concedere, ipsum habere debitum, erit questio solubilis. Et erit debitum ipsius .3., scilicet differentia, que est a 33 usque in .36. predictis: quod debitum si extrahatur ex bizantijs secundi et tertij et quarti hominis, remanebunt .69 pro suma (sic) bizantium m. hominum; ex quibus si extrahantur $\frac{1}{2}$ rei minus bizantijs .3., scilicet bizantij 51., remanebunt bizantij secundi hominis .18. Item extractis $\frac{2}{3}$ rei minus bizantijs 4, que habent inter quartum et primum et secundum hominem, hoc bizantij (sic) 44 de 69, remanent .25 pro bizantijs tertij hominis: quibus additis cum bizantijs secundi hominis, scilicet cum 18, erunt .43.; quibus extractis ex bizantijs secundi et tertij et quarti hominis, scilicet de bizantijs 72, remanebunt pro bizantijs quarti hominis 29. Vel aliter: de 69 predictis extrahantur $\frac{1}{2}$ rei minus bizantijs 5, que habent inter primum et secundum et tertium hominem, remanebunt similiter quarto homini 29. Et si dicemus, primum hominem habere cum sua petitione 181. Secundum 183. Tertium 184. Quartum 185. Inueniemus, superscriptis dispositis, primum hominem habere .4. Secundum 94. Tertium 125. Quartum 141.

De quatuor hominibus qui inuenerunt bizantios.

Quatuor homines inuenerunt bizantios aliquot, de quibus unusquisque sumpsit aliquam quantitatem fortuito. Et cum uellent, ipsos bizantios inter se equaliter diuidere, primus duplicauit secundo bizantios quos ceperat. Post hoc secundus triplicauit tertio homini totum id quod sumpserat. Quo facto, tertius homo quadruplicauit quarto homini bizantios suos. Et quartus post hoc quincuplauit primo homini bizantios quos ei remanserunt post duplicationem quam fecerat secundo homini; et sic unusquisque de inuentis bizantijs suam habuit portionem, scilicet quartam partem. Queritur, que fuit summa inuentorum bizantium, et quot ex ipsis unusquisque cepit: ponam,

secundum hominem habuisse rem, quam cum ei duplicasset, primus homo habuit duas res, et primo homini remansit quinta pars quartę partis totius summe, cum ex quincuplo eius quod ei remanserat, habuit quartam partem summe. Vnde si de quarta parte sume (*sic*) auferatur $\frac{1}{20}$ eiusdem, remanebunt $\frac{1}{20}$, hoc est $\frac{1}{2}$, pro eo quod quartus homo dedit primo homini; que quinta si addatur super $\frac{1}{2}$, summa que remansit quarto homini post dationem quam fecit primo, erunt $\frac{3}{20}$ totius summe; et tantum habuit quartus homo cum quadruplicatione sibi facta á tertio homine. Quare quarta pars de $\frac{3}{20}$, scilicet $\frac{3}{80}$ totius sume (*sic*), fuit illud quod cepit quartus homo; et triplum eius, quod est $\frac{9}{80}$, est illud quod accepit á tertio homine: quibus $\frac{12}{80}$ additis cum quarta parte, scilicet cum $\frac{3}{80}$ totius summe, faciunt $\frac{15}{80}$ eiusdem summe; et tantum habuit tertius homo cum triplicatione sibi facta á secundo homine. Quare tertia pars, scilicet $\frac{15}{240}$ totius summe, fuit illud quod cepit tertius homo; et duplum de $\frac{15}{240}$, hoc est $\frac{15}{120}$, acceperat á secundo homine; quibus $\frac{90}{240}$ additis cum quarta parte sume (*sic*) que remanserat secundo homini, reddunt $\frac{105}{240}$ pro eo quod habuit secundus homo cum duplicatione sibi facta á primo homine, que equantur duabus rebus. Quare medietas eorum, scilicet $\frac{52}{240}$ totius summe, est id quod cepit secundus homo, et alias $\frac{52}{240}$ habuerat á primo: quibus $\frac{52}{240}$ additis cum $\frac{52}{240}$ summe que remanserat primo homini post duplicationem quam fecerat secundo, erunt $\frac{88}{240}$ pro eo quod cepit primus homo. Vnde si summam ponimus esse 240, erit illud quod sumpsit primus 88; et illud quod cepit secundus .77; et illud quod cepit tertius 47; et illud quod cepit quartus .27., scilicet $\frac{9}{40}$ de bizantijs 240. Et si dictum fuerit quod primus homo, de hoc quod cepit, duplicauit omnes quantitates aliorum trium. Et secundus post ipsam duplicationem triplum

tertius

quadruplicauit ea que habebant reliqui tres; et post ipsam triplicationem quartum (*sic*) quadruplicauit omnes quantitates quas habebant reliqui tres; et sic habuit unusquisque quartam partem totius summe. Ponam rem esse residuum quod remansit primo homini post duplicationem quam fecit reliquis; et triplicabo illam rem pro triplicatione quas sibi fecit secundus homo, et erunt res tres, quas quadruplicabo pro quadruplicatione quam fecit ei tertius homo, uenient res .12.; quibus et multiplicatis per 5 pro quincuplatione quam fecit quartus homo, erunt res .60., que sunt quarta totius summe, cum proponatur, unum quemque habuisse post predictas multiplicitates quartam partem. Quare multiplicabo 60 res per 4, et habebo res .240 pro summa bizantium *iii.*^o hominum: deinde ponam ad libitum, rem esse bizantios .2.; et erit tota summa 480; de quibus extraham bizantios .2. prescriptos, remanebunt bizantij .478., qui sunt duplum bizantium secundi et tertij et quarti hominis; et medietatem eorum habuerunt ex duplicatione quam fecerat eis primus homo. Quare si medietatem de 478, que est 239, addamus super bizantios .2. qui remanserunt primo homini, habeo 241 pro quantitate bizantium primi hominis: deinde ponam rem pro quantitate que remansit secundo homini post triplicationem quam fecit reliquis tribus; et quadruplicabo ipsam rem; et illud quadruplum quincuplabo, et habeo 20 res pro quarta parte totius summe. Ergo 20 res equantur bizantijs 120: unde si diuidantur 120 per 20, uenient bizantij 6 pro quantitate rei; quibus bizantijs 6 extractis de 480, remanent 474 pro triplo bizantium tertij et quarti et primj hominis. Quare tertia pars erat quantitas

63. 13 recto.

63. 13 verso.

bizantium ipsorum; et due tertie de 474, scilicet 316, fuerunt id quod acceperant á secundo homine: quibus bizantijs 316 additis cum bizantijs 6, qui remanserunt ipsi secundo, erunt bizantij 322; et tot habuit secundus homo post duplicationem sibi factam á primo homine. Ergo medietas de 322, que est 161, fuit quantitas bizantium secundi hominis.

Rursus ponam rem pro eo quod remansit tertio homini post quadruplicationem quam fecerat alij, et quincuplato ipsam rem, et erunt quinque res equales quarti summe, scilicet de 120. Quare res erit bizantij 24; quibus extractis de 480, remanent 456 pro quadruplo bizantium quarti et primi et secundi hominis, ex quibus habuerunt tres quartas, scilicet 342, á tertio homine; quibus bizantijs 342 additis cum bizantijs 24 predictis, erunt bizantij 366; et tot habuit tertius homo post duplicationem et triplicationem sibi factas á primo et á secundo homine: de quibus si accepero medietatem tertie partis, scilicet sextam, uenient bizantij 61 pro quantitate tertij hominis. Extractis ergo bizantijs 241 primi hominis, et 161 secundi, et 61 tertij de tota suma (*sic*), remanebunt 17 pro bizantijs quarti hominis.

Aliter quia omne duplicatum ex suo duplicante existit medietas; et triplicatum ex triplicante est tertia; et quadruplicatum ex quadruplicante sit quarta; et quincuplatum ex suo quincuplante quintam obtinet partem. Ponam in ordinem $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5}$, ut in margine cernitur; et multiplicabo 2 per 3 uicibus 4, uicibus .5. que sunt sub uirgis, erunt 120, que sunt quantitas quarte partis omnium bizantium inuentorum; quibus multiplicatis per 4, reddunt 480 pro tota summa: deinde tollam 1, quod est super 2, de 2, et 1 quod remanet, ducam in 3 uicibus 4, uicibus 5, erunt 60; quibus etiam ductis in numerum hominum, scilicet in 4, erunt 240: quibus si addatur 1 quod provenit ex ducto .1, quod est super 2, in 1 quod est super 3; quod in 1 quod est super 4; quod in 1 quod est super 5, erunt 241, que sunt quantitas bizantium primj. Rursus extraham 1, quod est super 3, de 3, remanent 2; quibus ductis in 4. uicibus 5, uicibus 2 que sunt sub uirgis, et in numerum hominum, erunt 320; quibus addam 2, que proveniunt ex 2. quod est sub prima uirga, in 1 quod est super 3; quod in 1 quod est super 4; quod in 1 quod est super 5, erunt 322. | que sunt duplum bizantium secundi. Quare ducam 322 in 1 quod est super 2; et diuidam per 2, uenient 161 pro bizantijs secundi hominis. Item extraham 1. quod est super 4, de 4, remanent 3; que ducam in 3 uicibus 2, uicibus 3 que sunt sub alijs uirgis, erunt 90; que ducam in 4, et superaddam .6., que proveniunt ex ductis 2 in 3, que sunt sub uirgis; quod in 1 quod est super 4; quod in 1 quod est super .5., erunt 366; et tot habuit tertius homo post duplicationem et triplicationem sibi factas á primo et secundo homine. Unde si de 366 acceperimus medietatem tertie partis ipsorum, scilicet sextam, uenient 61 pro bizantijs tertij hominis. Ad ultimum quippe extraham 1, quod est super 5, de 5, remanent 4; quibus ductis in 2 uicibus 3, uicibus 4 que sunt sub uirgis; et illud totum per 4, scilicet per numerum hominum, erunt 384; quibus addam 24, que proveniunt ex multiplicatione de 2 uicibus 3, uicibus 4 que sunt sub uirgis, ducta in 1 quod est super 5, erunt 408; et tot habuit quartus homo post duplicationem et triplicationem et quadruplicationem sibi factas á primo et secundo et tertio homine. Quare si de 408 acceperimus medietatem tertie quartę partis, hoc est $\frac{1}{24}$, uenient 17 pro quantitate bizan-

tiorum quos cepit quartus homo, ut superius inuentum est. Aliter positis $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ per ordinem, et inuentis bizantijs 480 pro summa bizantium ipsorum quatuor hominum, extraham $\frac{1}{2}$ de uno integro; et pro $\frac{1}{2}$ quod remanet, accipiam medietatem de 480, et superaddam 1 quod prouenit ex ducto 1 in 1, quod in 1., que unitates sunt super mille uirgis, erunt 241; et tot cepit ex ipsa suma (sic) primus homo.

Rursus extraham $\frac{1}{2}$ de uno integro, remanent $\frac{1}{2}$; de quibus accipiam medietatem, ueniet $\frac{1}{4}$; pro quo accipiam $\frac{1}{2}$ de 480, et superaddam 1 quod prouenit ex ductione dictarum unitatum inse, et habeo 161; et tot cepit secundus homo. Item tollam $\frac{1}{2}$ de uno integro, remanebunt $\frac{1}{2}$; de quibus accipiam medietatem tertie partis ipsarum, ueniet $\frac{1}{4}$; pro quo accipiam octauam partem de 480., et addam similiter 1., et habeo 61 pro bizantijs tertij hominis. Adhuc demam $\frac{1}{2}$ de uno integro, remanent $\frac{1}{2}$; de quibus accipiam medietatem tertie quartie partis ipsorum 5, ueniet $\frac{1}{16}$; pro quo accipiam trigesimam partem de 480, et superaddam 1, et habeo 17. pro bizantijs quarti hominis.

Questio similis superscripte de tribus hominibus.

ITEM Tres homines habebant bizantios; et cum primus duplicauerit bizantios reliquorum, nec non et addiderit eis medietatem omnium que habebant; et secundus triplicauerit bizantios tertij et primi hominis, et addiderit eis tertiam bizantium ipsorum; et Tertius quadruplicauit bizantios reliquorum, et addiderit eis quartam bizantium ipsorum, et habuit unusquisque suam portionem, scilicet tertiam.

Sciendum est primum, quod quando aliqua res duplicatur, et additur super eam medietas eius, tunc illa res sui dupli et dimidij est $\frac{3}{2}$. Similiter cum aliqua res triplicatur, et additur ei tertia pars sui, tunc illa res sui tripli et tertie eius est $\frac{4}{3}$. Eodemque modo cum aliqua res quadruplicatur, et additur ei quarta ipsius rei, tunc illa res ex quadrupli sui et quartie est $\frac{5}{4}$: quare ponam in ordine $\frac{1}{17}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{15}$, et imitabor primam ultimam regulam predictam; hoc est cum multiplicabo 5 uicibus 10, uicibus 17, que sunt sub uirgis, uenient 850. pro tertia parte totius summe eorum; quos multiplicabo per 3 propter homines qui sunt tres, et erunt bizantijs 2550. pro tota summa: et extraham $\frac{1}{2}$ de uno integro, remanebunt $\frac{1}{2}$; pro quibus accipiam $\frac{1}{2}$ de 2550., et superaddam bizantios 24, qui proueniunt ex 2 uicibus 3, uicibus 4., que sunt super uirgis, erunt 1845; et tot habuit primus. Et extraham $\frac{1}{16}$ de uno integro, remanebunt $\frac{15}{16}$; pro quibus accipiam $\frac{1}{16}$ de 2550, et superaddam 60, que proueniunt ex multiplicatione de 5 que sunt sub uirga, uicibus 3, uicibus 4 que sunt super uirgis, erunt 1845; de quibus accipiam $\frac{1}{5}$, hoc est multiplicabo 1845 per 2, et diuidam per 5.; uel quintam de 1845, que est 369, multiplicabo per 2, quod est pulchrius, uenient 738; et tot habuit secundus. Rursus extraham $\frac{1}{17}$ de uno integro, remanebunt $\frac{16}{17}$; pro quibus accipiam $\frac{1}{17}$ de 2550, hoc est diuidam 2550 per 17; et quod prouenerit, multiplicabo per 13, uenient 1950: super que addam 200, que proueniunt ex 5 uicibus 10 que sunt sub uirgis, uicibus 4 que sunt super uirga, erunt 2150; et tot habuit tertius homo quando quadruplicauit bizantios reliquorum, et addidit ei quartam partem. Vnde si de bizantijs 2150 acceperimus $\frac{2}{5}$ ex tribus decimis eorum, hoc est $\frac{8}{25}$ ipsorum, uenient 255; et tot habuit tertius homo. Est enim hic modus similis secundo; quia cum hoc per secundum modum facere uoluimus, extrahemus 2 de 5; et 3 que restant, multiplicabo per 10 uicibus 17, uicibus 2, et habeo 1530; et hoc est accipere $\frac{2}{5}$ de

fol. 14 verso.

$$\frac{1}{17} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{15}$$

1550 (*sic*); et addam postea 24 super 1530, et habeo similiter pro bizantijs primj hominis 1554. Item extraham 3 de 10., et 7 que remanent, ducam in 17 uicibus 5, uicibus 3, et habeo $\frac{1}{17}$ de 2550; et sic possumus eodem modo in similibus operari.]

Et quia quatuor inuenti numeri sunt sibi inuicem communicantes; et est senarius communis eorum mensura; si diuiserimus unumquemque eorum per 6, habebitur solutio huius questionis in minoribus numeris; et summa eorum erit 423, et bizantijs primi erunt 230. Secundi 123. Tertij .43.

*Epistola suprascripti Leonardi ad Magistrum Theodorum
philosophum domini Imperatoris.*

ASSIDUIS rogaminiibus et postulationibus á quodam mihi amicissimo inuitatus, ut modum sibi componerem soluendi subscriptas auium et similium questiones; quia ipse tanquam nouiter in hoc magisterio educatus, fortiora pabula in libro meo numeri apposita pauescebat, lac sibi, uelut nouiter genito filio, suauitatis preparans, ut robustius effectus capere ualeat artiora, presentem sibi modum inueni, per quem non solum similes questiones soluuntur, verum et omnes diuersitates consolaminum moneturum. Et quia ipsum in illa scientia prestantiorem et utilem elegi, uobis, reuerende pater domine Theodore, imperialis aule sume (*sic*) philosophe, mictendum decreui, ut ipso perlecto, que utilia sunt, uestre celsitudinis probitas, resecatis superfluis, reconseruet.

De auibus emendis secundum proportionem datam.

QUIDAM emit passeress 3 pro uno denario, et turtures 2 pro uno denario, et columbam 1 pro denarijs 2, et ex his tribus generibus auium habuit aues 30. pro denarijs 30. Queritur, quot aues emit ex uno quoque genere: posui primum passeress 30 pro 10 denarijs, et seruauí denarios .20., qui sunt differentia, que est á 10 denarijs usque in 30; et mutauí unum ex passeribus in turturem, et fuit augmentum in ipsa mutatione $\frac{1}{2}$ unius denarij; quia passer ualebat $\frac{1}{2}$ unius denarij, et turtur ualebat $\frac{1}{2}$ unius denarij, scilicet $\frac{1}{2}$ unius denarij plus pretio passeris: et mutauí iterum unum ex passeribus in columbam, et melioratus sum in ipsa mutatione denarij $\frac{2}{3}$ 1, scilicet differentia que est á $\frac{1}{2}$ unius denarij usque in denarios 2; et feci sextas ex ipso denario $\frac{2}{3}$ 1, et fuerunt sexte .10.: et secundum hoc oportuit me mutare passeress in turtures et columbas, donec ex ipsa mutatione proueniant illi denarij 20, quos superius seruauí: quare ex ipsis feci sextas, et fuerunt sexte 120; quas diuisi in duas partes, quarum una posset diuidi per 10. integraliter, et alia per 1; et suma (*sic*) utriusque diuisionis non ascenderet in 30; et fuit prima pars 110, et alia 10: et diuisi primam partem, scilicet 110 per 10, et secundam per 1, et habui columbas 11 et turtures 10.: quibus extractis de auibus 30, remanserunt 9 pro numero passerum; qui passeress ualent denarii 3, et turtures 10 ualent denarii 5, et columbe .11. ualent denarii .22; et sic ex istis tribus generibus auium habebuntur aues 30 pro 30 denarijs, ut quesitum est.

De eodem.

Et si uolumus habere aues 29 pro denarijs 29, eodem modo possumus operari, uidelicet pretium 29 passerum, qui sunt aues uiliores, extrahemus de denarijs 29, et de reliquis faciemus sextas, et erunt sexte 110; quas diuidemus iterum in duas partes, quarum una diuidatur integraliter per 10, et altera per 1; et summa utriusque diuisionis non ascendat in 29; que partes dupliciter fieri possunt: primum ut prima pars

fol. 15 recte.

fol. 15 verso.

sit 110, secunda 6; et diuidantur 110 per 10, uenient columbe. 11.; et 6 diuidantur per 1, uenient turtures .6.; quibus extractis de 29, remanent 12 pro numero passerum: uel 116 diuidemus in 100 et in 16; et diuidemus 100 per 10, et 16 per 1, et habebimus columbas .10 et turtures 16; relique, que sunt usque in 29., scilicet 3, erunt passeret; et sic soluta est hec questio dupliciter.

Item de auibus.

Et si uolumus habere aues 15 pro denarijs 15, hoc esse non posse sine fractione auium demonstrabo. Verbi gratia: si extraxero pretium 15 passerum de denarijs 15; et de residuis denarijs faciam sextas, que sunt 60, non poterunt diuidj in duas partes, quarum una diuisa per 10, et altera per 1, ueniat numerus integer ex ipsis duabus diuisionibus, qui sit minor de 15.: exempli causa: si diuisero 60 in 30 et in 10; et diuisero 30 per 10, et 10 per 1, ueniente (sic) ex ipsis duabus diuisionibus 3 et 10; quibus insimul iunctis faciunt 15, scilicet summa omnium auium; et sic non caderet aliquis passer in hac emptione; quia columbe 3 ualent denarios 10, et turtures 10 ualent denarios 3; et sic ex his duobus generibus auium tantum habentur aues 15 pro denarijs 15; et nec est numerus aliquis alius infra 60 maior quam 50, qui integraliter diuidatur per 10; et minor eo hic locum non habet; quia si poneremus 40 pro una parte, remanent pro alia parte 20: unde si 40 diuidantur per 10, et 20 per 1, egredierentur ex infrascriptis duabus diuisionibus 21 aues; que locum non habent, cum debeant esse 15. Sed si uolemus frangere aues, diuidemus 60 supradicta in 35 et in 5, et diuidemus 35 per 10, uenient columbe $\frac{1}{2}$ 5; et diuidemus 5 per 1, uenient turtures 5. Extractis itaque columbis $\frac{1}{2}$ 5 et turturibus 5 de auibus | 15, remanebunt passeret $\frac{1}{2}$ 4, quorum pretium est denarius 1 et semis; et pretium 5 turturum est denarij $\frac{1}{2}$ 2; et pretium columbarum $\frac{1}{2}$ 5 est denarij 11; et sic ex his tribus generibus auium habentur aues 15 pro denarijs .15.

fol. 16 recto.

Et si uolumus habere aues 15 pro denarijs 16, hoc integraliter poterit; quia extractis denarijs 5, scilicet pretium passerum 15, de denarijs 16, remanent denarij 11, qui sunt sexte 66; quibus diuisis in 60 et in 6, diuidetur 60 integraliter per 10, et 6 per 1; et ex ipsis diuisionibus uenient columbe 6 et turtures 6.; relique que sunt usque in 15, scilicet 3, sunt passeret; et sic possumus in omnibus similibus operari. Sed ut ea que dixi liquidius sapientia uestra intelligat, aliam huiusmodi proponam questionem. Videlicet ut passeret 3 dentur pro uno denario; et columba ualeat denarios 3; et perdix ualeat denarios 3; et uolo ex his tribus generibus auium aues 30 pro denarijs 30 habere. Extraham quidem supradicto modo de denarijs 30 pretium passerum 30, quod est .10., remanebunt denarij 20, quos seruabo; et mutabo unum ex passeribus in columbam, et erit melioratio denarius $\frac{2}{3}$ 1, scilicet 5 tertie unius denarij; et mutabo iterum alium passerem in perdicem, et erit melioratio eius denarii $\frac{2}{3}$ 2, hoc est tertie 8, que sunt differentia, que est á pretio unius passeris usque in pretium unius perdis; et faciam tertias ex denarijs 20 seruatis, et erunt tertie 60; quas diuidam in duas partes, quarum una diuidatur integraliter per 8, et alia per 5; et que ex utraque diuisione peruenerit, non ascendant in 30; eritque una illarum duarum partium 40, et altera 20: et diuidam 40 per 8, uenient perdises .5; et diuidam 20 per 5, uenient columbe 4; relique, que sunt usque in 30, scilicet 21, sunt passeret.

ITEM passeris 5 valent denarium 1, et turtures 3 dentur pro uno denario, et columba valeat denarios 2, et perdix valeat denarios 3; et nolo ex his quatuor generibus auium habere aues 24 pro denarijs 24: ponam pretia uniuscuiusque generis auium in ordine, videlicet $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$ et 2 et 3, ut in margine cernitur; et extraham pretium unius passeris de pretio cuiusque reliquorum trium generum, scilicet $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ et de 2 et de 3; et residua ponam super ipsa pretia per ordinem, et habebo $\frac{2}{13}$ super $\frac{1}{2}$ et $\frac{4}{13}$ 1, scilicet $\frac{21}{13}$ super 2, et $\frac{4}{3}$ 2, scilicet $\frac{12}{13}$ super 3: deinde pretium 24 passerum extraham de denarijs 24, remanebunt denarij $\frac{1}{13}$ 19; quos multiplicabo per 13, ut faciam ex eis quindecimas, sicut sunt differentie suprascripte, erunt $\frac{2}{13}$ 288; quas diuidam in tres partes, quarum una integraliter diuidatur per 42, et altera per 27, et tertia per 2; quia melioratio mutationis unius passeris in perdicem est $\frac{12}{13}$, et melioratio mutationis passeris in columbam est $\frac{21}{13}$; et melioratio mutationis passeris in turturum est $\frac{4}{13}$: et ideo diuidende sunt $\frac{2}{13}$ 288 in tres partes, quarum una diuidatur integraliter per 42, secunda per 27, tertia per 2; et quod ex ipsis tribus diuisionibus prouenerit, cadat infra numerum auium emptarum, scilicet infra 24; quod poterit fieri dupliciter: primum de 288 extraham quadruplum de 42 et de 27, scilicet 168 et 108, que sunt in summa 276; et remanebunt pro tertia parte 12: et diuidam 168 per 42, et 108 per 27, et 12 per 2, uenient perdices 4, et columbe 4, et turtures 6, que sunt in summa aues 14; relique que sunt usque in 24, scilicet 10, erunt passeris. Vel aliter: ponam pro prima parte quincuplum de 42, pro quo habebuntur perdices 5; et pro secunda parte ponam duplum de 27, pro quo habebuntur columbe 2; et ex ipsis 288 remanebunt 24, que sunt duodecuplum de 2, pro quo duodecuplo habebuntur turtures 12; relique uero que sunt usque in 24 aues, scilicet 5, erunt passeris; et sic possumus in similibus etiam et in consolamine monetarum et bizantium operari; quod quandocumque vel placuerit dominationi vestre liquidius declarabo.

De compositione pentagonj equilateri in triangulum equicrurium datum.

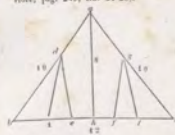
LIBET etiam solutionem subscriptę questionis, quam nuper inueni lumine nestre correctionis transmittere. Videlicet cum in triangulo equicrurio noto protractum sit pentagonum equilaterum, qualiter inueniatur longitudo ipsius lateris, demonstrabo. Esto trigonum abc , cuius unum quodque latus ab et ac sit 10, mensura et basis bc sit 12, et in ipso trigono protractum sit pentagonum equilaterum $a.d.e.f.g$; et nolo inuenire longitudinem unius cuiusque lateris pentagonj: protraham primum in triangulo abc perpendicularem ah , que erit nota, cum nota sint latera ab et bh ; et erit longitudo eius 8; et a puncto d super latus bc protraham cathetum di , que equidistabit catheto ah ; quare triangulus dbi similis est triangulo abh : quare proportio ib ad bd est sicut proportio hb ad ba , nec non et proportio id ad db est sicut proportio ha ad ab ; sed ha ex ab est $\frac{4}{5}$, quare et id est $\frac{4}{5}$ ex db . Et est bh ex ba $\frac{3}{5}$, cum ba sit 10, et bh sit 6, scilicet medietas ex bc , erit et ib ex bd $\frac{3}{5}$. Et quia latera pentagonj ad et ag sunt sibi inuicem equalia, si auferatur ad ex ab , et ag ex ac , remanebunt rectę db et gc sibi inuicem equales: sunt enim gf et de equales; due ergo rectę gc et gf duabus bd et de sunt equales; et angulus fcg angulo ebd est equalis, cum equicrurium sit trigonum abc : quare basis be basi cf est equalis: est enim bh equalis ch : unde si ex bh auferatur

* et columba $\frac{4}{3}$ 89; quę * (fol. 16 recto, lin. 27-34; pag. 249, lin. 4-8).

perdix. columba. turtures. passeris				
$\frac{12}{13}$	$\frac{21}{13}$	$\frac{4}{13}$	0	
3	2	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	
4	4	6	11	
5	2	12	15	

fol. 16 verso.

* ad, b . Et est ... scilicet medietas * (fol. 16 verso, lin. ultima et margine superiore; pag. 249, lin. 37-38).



fol. 17 recto.

Et incipiam á 2, qui sunt sub uirga primi hominis, et multiplicabo 2 per 12, qui sunt super ipsum primum, erunt 24; de quibus tollam multiplicationem de 1, quod est super 2, in 15, remanebunt 9; que multiplicabo per 3, que sunt sub uirga secundi hominis, erunt 27; quibus addam multiplicationem de 1, quod est super 2, in 1, quod est super 3 ductam in .15., que sunt super tertium hominem, erunt 45; que ducam in 4, que sunt sub uirga eiusdem tertij hominis, erunt 180; de quibus tollam id quod provenit ex ducto 1, quod est super 2, in 1 quod est super 3, in 1 quod est super 4, quod in 20, remanebunt 160; que ducam in 5, que sunt sub uirga quarti hominis, erunt 800; quibus addam 23, que proveniunt ex ducto 1, quod est super 2, in 1 quod est super 3, | quod in 1 quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, quod in 23, erunt 823; que multiplicabo per 6, que sub uirga quintj hominis, erunt 4938, que seruabo super primum hominem. Et operabor similiter in reliquis quatuor hominibus, videlicet multiplicabo 3, que sunt sub uirga, per 15, et tollam semel 18, et residuum multiplicabo per 4, erunt 108; quibus addam multiplicationem de 1 quod est super 3, in 1 quod est super 4, ductam in .20., erunt 128; que ducam in 5, et tollam 23, que ueniunt ex uno quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, quod in 23, remanebunt 617; que ducam in 6, que sunt sub uirga quinti hominis, erunt 3702; quibus addam 12., que proveniunt ex 1 quod est super 2, in 1 quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, quod in 12, erunt 3714; que ducam in 2 que sunt sub uirga primj hominis, erunt 7428, que seruabo super secundum hominem. Rursus multiplicabo 4, que sunt sub uirga, per 18, et tollam semel 20, residuum multiplicabo per 5, et addam 23, que proveniunt ex 1 quod est super 4, in 1 quod est super 5, quod in 23; et totum illud multiplicabo per 6 que sunt sub uirga, erunt 1688; de quibus tollam 12, que proveniunt ex 1 quod est super 4, in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, quod in 12, remanebunt 1686; que ducam in 2 que sunt sub uirga, erunt 3372; quibus addam 15, que proveniunt ex 1 quod est super 4, in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, quod in 1 quod est super 2, quod in 15, quod in 15 (*sic*), erunt 3387; que ducam in 3 que sunt sub uirga, erunt 10161, que seruabo super tertium hominem. Et cum eodem modo operatus fuero in inuentione quartj et quintj numeri, habebo super quartum hominem 11268, et super quintum 15760: deinde multiplicabo 2 per 3, que per 4, que per 5, que per 6 que sunt sub uirgulis, erunt 320; et multiplicabo .1. quod est super 2, in 1 quod est super 3, quod in 1 quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, uenient 1; quod addam cum 720, cum propositorum hominum numerus sit impar; quia si esset par, tolleretur, et erunt 721; in quorum regula, que est $\frac{1}{2}$ de 102, diuidendi sunt superscripti numeri per ordinem, et habebo quantitates uniuscuiusque eorum, ut superius in questione cernitur.

Inuestigatio unde procedat inuentio superscripta.

Et si unde talis inuentio procedat | habere uolueritis, uobis illud, tanquam domino uenerando mittere procurabo. Soluuntur etiam similes questiones aliter, ut in libro meo denominato uestra sapientia poterit inuenire. Et si super denarios unius cuiusque adderetur eadem pars denariorum reliquorum quatuor hominum, que ad-

fol. 18 recto.

fol. 18 verso.

ditur in dicta questione unicuique de suo consequente, et haberet primus 12, Secundus 13, et cetera ut supra, tunc questio esset insolubilis, nisi concederetur, primum habere debitum; quod debitum esset $\frac{97}{197}$ 13. Et Secundus haberet $\frac{1}{2} \frac{113}{197}$ 3. Tertius $\frac{99}{197}$ 11. Quartus $\frac{1}{2} \frac{123}{197}$ 13. Quintus $\frac{29}{197}$ 20.

Incipit liber quadratorum compositus à leonardo pisano.

Anni. M. CC. XXV.

fol. 15 recto.

Cum Magister dominicus pedibus celsitudinis uestre, princeps gloriosissime domine .F., me pisis duceret presentandum, occurrens Magister Johannes panormitanus, questionem mihi proposuit infrascriptam, non minus ad geometriam quam ad numerum pertinentem; ut inuenirem numerum quadratum, cui quinque additis uel diminutis, semper inde quadratus numerus oriretur: super cuius questionis solutione à me iam inuenta considerans, uidi quod habebat originem solutio ipsa ex multis que quadratis et inter quadratos numeros accidunt. Nuper autem cum relationibus pisis positis, et aliorum redeuntium ab imperiali curia, intellexerim quod dignatur uestra sublimitas maiestas legere super librum quem composui de numero, et quod placet uobis audire aliquotiens subtilitates ad geometriam et numerum contingentes; rememorans in uestra curia et a uestro phylosopho suprascriptam mihi propositam questionem, ab ea sumpsi materiam, et opus incepti ad uestrum honorem condere infrascriptum, quod uocari librum uolui quadratorum, ueniam postulans patienter, si quid in eodem plus uel minus iusto uel necessario continetur, cum omnium habere memoriam, et in nullo peccare sit diuinitatis potius quam humanitatis; et nemo sit uitio carens et undique circumspectus.

CONSIDERAUI super originem omnium quadratorum numerorum, et inueni, ipsam egredi ex ordinata imparium ascensione. Nam unitas quadrata est, et ex ipsa efficitur primus quadratus, scilicet unum; cui unitati addito ternario facit secundum quadratum, scilicet 4., cuius radix est 2.; cui etiam additioni, si addatur tertius impar numerus, scilicet 5, tertius quadratus procreabitur, scilicet 9, cuius radix est 3.; et sic semper per ordinatam imparium collectionem ordinata consurgit et series quadratorum. Vnde cum uolumus .ii.^{as} quadratos numeros inuenire, quorum additio faciat quadratum numerum, accipiam qualem uoluero quadratum imparem, et habeo ipsum pro uno ex duobus dictis quadratis; reliquum inueniam ex collectione omnium imparium, qui sunt ab unitate usque ad ipsum quadratum imparem. Verbi gratia: accipiam 9 pro uno ex dictis duobus quadratis, reliquus habebitur ex collectione omnium imparium, qui sunt sub .9., scilicet de 1 et 3 et 5 et 7., quorum summa est 16, qui est quadratus; quo addito cum 9. egredientur 25., qui numerus est quadratus. Et si geometrica uti uolumus demonstratione, adiaceant quotcumque numeri impares ab unitate per ordinem

Item aliter . . . sit par a (fol. 19 recto, lin. ultima e margini inferiori) pag. 254, lin. 5).

a b c d e f
fol. 19 verso.

ad additionem . . . quadratus excedit a (fol. 19 verso, lin. 19, 20 e 21) pag. 254, lin. 23-24).

a b c d e

ad inveniendam plures quadratus numeros.

Ex hac regula de collectione duorum numerorum quadratorum possumus recitare plures numeros quadratos; et ut hoc aperte videamus, volumus colligere 5 quadratos numeros, quorum primum et secundum simul iuncti faciunt quadratum numerum; et super eorum, tertio addito, eueniet quadratus numerus; et etiam super additionem predictorum trium, quarto numero addito, fiat quadratus numerus; et superaddito quinto fiat quadratus numerus. Ita exerceamus: posuimus primum numerum eorum 9, et per dictam regulam inuenimus secundum numerum isto modo; quod colligamus omnes impares numeros qui sunt ab 1 usque in 9, qui numeri impari sunt tali .i. 1. 3. 5. 7, et omnes initiali additi faciunt 16 pro secundo quadrato; ita quod si addideris cum 9, habebis 25; et per superadditionem modum poterit inueniri tertius quadratus; quod posuisti in margine eorum quatuor impares numeros, qui sunt ab 1 usque in 25, qui sunt 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23, et omnes additi faciunt 144, pro tertio numero quadrato; et adde cum summa predictorum duorum quadratorum, qui sunt ab 1 usque in 169, et inuenies quartum quadratum esse 7056; et summa predictorum trium numerorum superaddita, que est 169, erit eorum numerus 7225; et isto modo, et ex predicta summa (sic) poterit inueniri quintus quadratus, quando omnes impares numeros, qui sunt ab 1 usque in 7225, et inuenies pro quinto quadrato eorum 12046444; cuius quintus numerus, si addideris summam predictorum quatuor, habebis pro sexta octauum 5 numerorum quadratorum 13093769; et isto modo poteris plures quadratos numeros inuenire.

ascendendo, donec extremus eorum quadratus fiat, et sint $\overset{5}{ab}$. $\overset{7}{bc}$. $\overset{6}{cd}$. $\overset{7}{de}$. $\overset{9}{ef}$; et sit $\overset{9}{ef}$ quadratus: et quoniam ef est quadratus, et ae est quadratus, cum procreetur ex ordinata collectione imparium ab et bc et cd et be ; et totus af numerus est similiter quadratus; et sic ex duobus quadratis ae et ef fit quadratus af . Item aliter accipiam aliquem quadratum parem, cuius medietas sit par | ut 36, cuius medietas est 18; et auferam ab eo, et addam eidem .i., egredientur 17 et 19, qui sunt impares numeri et continui, cum nullus impar numerus cadat inter eos: ex horum quoque additione progreditur (sic) 36, qui est quadratus; et ex additione reliquorum imparium, qui sunt ab uno usque in 15, procreatur 64; ex quibus duobus quadratis procreatur 100, qui est quadratus, et procreatur ex collectione imparium numerorum, qui sunt ab uno usque in 19. Vel accipiam quadratum numerum imparem, cuius tertia pars sit integra, ut 81., cuius tertia est 27; et accipiam ipsum 27 cum duobus imparibus numeris, quibus ipse est medius, scilicet 25 et 29; et hi tres numeri coniuncti faciunt .81., qui est quadratus; et ex alijs, qui sunt ab uno usque in 23, egredientur 144, cuius radix est 12: additis ergo 144 cum 81 exit summa collectionis imparium numerorum, qui sunt ab uno usque in 29, scilicet 225; qui numerus est quadratus, et est eius radix 15. Simili quoque modo possunt inueniri quatuor et plures continui impares numeri, ex quorum collectione procreatur quadratus numerus; et ex reliquis, qui sunt sub ipsis usque ad unitatem, procreabitur alius quadratus; et ipsi duo quadrati faciunt semper quadratum numerum. Similiter inueni, unum quemque quadratum excedere ipsum quadratum, qui ante eum est immediate, secundum quantitatem additionis radicem ipsorum. Verbi gratia : 121, cuius radix est .11., excedit 100, cuius radix est 10, secundum quantitatem additionis de 10 et 11, scilicet radicem ipsorum. Quare unus quisque quadratus excedit secundum quadratum ante ipsum, secundum quantitatem quadrupli radicis quadrati, qui est in medio eorum, ut 127 qui excedit 81 in quadruplum de 10; et sic possunt inueniri differentie que sunt inter quadratos per distantiam radicem ipsorum. Et quando due continue radices aggregate faciunt quadratum numerum, tunc quadratus maioris radicis equabitur duobus quadratis. Similiter quando quadruplum alicuius radicis est quadratus, tunc quadratus sequentis radicis equabitur duobus quadratis, quorum unus erit ille qui creatus est ex quadruplo predicto, et alius est, cuius radix est uno minus radice quadruplicata. Vt si quadrupletur 9, egredietur .36. Ergo 100, cuius radix est .10., equatur 64, cuius radix est 8, et 36 qui fuit quadruplum de 9. Et nota, quia ex quadruplicatione alicuius numeri non egredietur quadratus nisi ipse fuerit quadratus quia, ut, Euclides ostendit, cum proportio numeri ad numerum est sicut proportio quadratorum; tunc factus ex multiplicatione eorum quadratus eorum; et quia .i. quadratus est, oportet ut fiat quadratus ille numerus quem multiplicat, ut factus ex eis sit quadratus. Et sic possumus multumque tres quadratos numeros inuenire, quorum unus semper equabitur reliquis aggregatis.

gregatis. Sed unde oriatur, omnem quadratum excedere | quadratum antecedentem sibi, secundum quantitatem additionis radicum ipsorum, ut diximus, patebit si radices eorum ponamus in lineas ab et bg . Et quoniam ab et bg sunt numeri continui, erit unus eorum maior alio. Sit ergo bg uno plus quam ab , et auferatur ex bg unitas dg , remanebit bd equalis ba : et quoniam bg numerus diuisus est in duo, scilicet in bd et dg , erit multiplicatio bd in se cum dg in se et cum duplo dg in bd equalis multiplicationi bg in se. Sed multiplicatio bd in se equatur multiplicationi ab in se. Ergo quadratus qui fit à numero bg superhabundat eum, qui fit à numero ab , secundum quantitatem multiplicationis gd in se et dupli gd in bd . Sed multiplicatio dg in se est unus, qui est equalis unitati dg , uel est eadem; et multiplicatio dupli dg in bd facit duplum ex bd , cum dg sit a ; ergo duplum bd est ad ; ergo quadratus, qui fit à numero bg , excedit quadratum qui fit à numero ab , secundum quantitatem additionis radicum eorum, que sunt ab et bg ; quod oportebat ostendere.

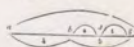
Aliter quoniam bd numerus equatur numero ba , erit totus ad diuisus in duo equa super punctum b , cui addita est unitas dg ; erit ergo multiplicatio dg in ag cum quadrato qui fit à radice ab equalis quadrato qui fit à radice bg ; quare quadratus, qui fit à numero bg , excedit quadratum qui fit à numero ab , secundum id quod fit ex ductu dg in ag . Sed dg in ag facit numerum ag , cum dg sit unum. Ergo quadratus bg excedit quadratum, qui fit ab ab , secundum additionem radicum ipsorum; que additio est numerus ag . Similiter ostendetur, omnem quadratum excedere omnem quadratum minorem sui, secundum multiplicationem superhabundantiam radicum ipsorum in additionem utriusque radicis. Verbi gratia: sint due radices duorum quorumlibet quadratorum ag et gb ; et sit gb maior quam ag , secundum numerum db . Quare multiplicatio ag in se cum db in ab equatur multiplicationi gb in se; ergo quadratus, qui fit à numero gb , excedit quadratum qui fit ab ag in id quod radix gb excedit radicem ag ductum in utramque radicem, scilicet in hoc quod fit ex ductu db in ab ; quod oportebat ostendere.

Est enim alius modus inueniendi duos quadratos fatientes coniunctum ex eis numerum quadratum, qui in x^o euclidis reperitur. Adiaceant duo quadrati numeri simul pares uel impares ab bg ; quare compositum ex eis ag erit par; et esto ab maior quam bg , et diuidatur ag in duo equa secundum d . Numerus ergo integer est ad , cum sit medietas numeri ag . Et extracto ad ex ab numero, remanebit db numerus integer. Et quoniam ag numerus diuisus est equaliter | et inequaliter in db , erit multiplicatio ab in bg cum quadrato qui fit à numero db , equalis quadrato qui fit à numero dg ; sed id quod fit ex ductu ab in bg quadratus est, cum quadrati sint numeri ab et bg , quadratus est etiam id quod fit à numero db ; et sic inuenti sunt duo quadrati facientes coniunctum ex eis quadratum numerum, ipsum uidelicet qui fit à numero dg ; quod oportebat facere.

Volò demonstrare quare ex ordinata imparium collectione, ab uno incipiendo in infinitum, egrediatur ordinata series quadratorum: adiaceant numeri continui ab unitate A quotcumque bg gd de ez zi , et componatur bg cum A unitate, et egrediatur numerus t : similiter componatur unusquisque numerus cum suo antecedente

fol. 26 recto.

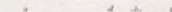
erit multiplicatio . . . superhabundat eum + (fol. 29 recto, lin. 6-8; pag. 255, lin. 6-8).



superhabundantiam . . . radices + (fol. 29 recto, lin. 24 + 25; pag. 255, lin. 22-23).



db, numerus . . . est equaliter + (fol. 29 recto, lin. 24 + 25; pag. 255, lin. 32 + 34).



fol. 29 verso.

et cum suo sequente, et sit compositus numerorum $bg.$ et $gd.$ numerus $k.$; numerorum uero $gd.$ et $de.$ numerus $l.$; numerorum autem $de.$ et $eo.$ numerus $m.$, ipsorum videlicet qui sunt $ez.$ et $zi.$ numerus $n.$ dico primum, numeros $t.k.l.m.n.$ impares esse et continuos ab unitate; numerus enim $z i.$ aut par est aut impar: si par est numerus $z i.$, impar est numerus $e z.$; et si impar est numerus $z i.$, par est numerus $e z.$; continui enim sunt. Quare compositus numerorum $ez. zi.$, scilicet $n.$, est impar. Similiter ostendemus, compositum numerorum $de. ez.$, scilicet $m.$, imparem esse. Eodemque modo numeros $l.k.t.$ impares esse monstrabantur: dico quidem, continuos impares esse numeros $t.k.l.m.n.$ Ex coniuncto quidem $e z$ cum $z i$ factus est numerus $n.$; et ex coniuncto de cum $e z$ factus est numerus $m.$ Quot ergo superhabundat numerus $z i.$ numerum $de.$, tot superhabundat numerus $n.$ numerum $m.$ Superhabundat enim $z i.$ numerum $e z$ in uno, in quo etiam numerus $e z.$ superhabundat numerum $de.$ Ergo numerus $z i.$ superhabundat numerum $de.$ in duobus. Quare numerus $n.$ superhabundat numerum $m.$ similiter in duobus, in quibus etiam inuenietur eodem modo, numerum $m.$ superhabundare numerum $l.$, et numerum $l.$ numerum $k.$, et numerum $k.$ numerum $t.$, et numerum $t.$ unitatem $A.$: continui ergo impares sunt ab unitate numeri $t.k.l.m.n.$, ut prediximus.

Et ut ostensum est superius, quadratus qui fit a numero $z i.$ excedit quadratum qui fit a numero $e z.$ in numero qui fit ex coniuncto $e z. zi.$, hoc est in numero $n.$ Similiter ostendetur, quadratus qui fit a numero $e z.$ superhabundare quadratum qui fit a numero $de.$ in coniuncta numerorum $de. ez.$, hoc est in numerum $m.$ Et quadratus, qui fit a numero $de.$, superhabundat quadratum qui fit a numero $gd.$, secundum numerum $l.$ Et quadratus, qui fit a numero $gd.$, superhabundat quadratum qui fit a numero $bg.$, secundum $k.$; et quadratus a numero $bg.$ superhabundat quadratum unitatis, secundum numerum $t.$: est enim $t.$ ternarius, et $bg.$ est binarius; ergo si super quadratum unitatis, hoc est super $t.$, addatur numerus $t.$, in quo quadratus numeri $bg.$ superhabundat quadratum unitatis, ueniet quadratus numeri $gd.$; super quem quadratum, si addatur numerus $l.$, ueniet quadratus numeri $de.$; super quem quadratum, si addatur numerus $m.$, ueniet quadratus numeri $e z.$; super quem iterum, si addatur numerus $n.$, in quo quadratus numeri $z i.$ superhabundat quadratum numeri $e z.$, manifeste ueniet quadratus numeri $z i.$ Sunt enim numeri $A. bg. gd. de. ez. zi.$ continui, et eorum quadrati surgunt ex collectione continua impari numerorum $a. t. k. l. m. n.$, ut oportebat ostendere.

Inuenire duos numeros, quorum quadrati insimul iuncti faciunt quadratum factum ex coniunctione quadratorum duorum aliorum numerorum datorum: sint dati duo numeri a et $b.$, quorum quadrati insimul iuncti faciunt quadratum numerum $g.$: oportet duos alios numeros inuenire, quorum quadrati insimul coniuncti faciunt equale numero $g.$ quadrato. Inueniantur alij duo numeri, quorum quadrati insimul iuncti faciunt quadratum numerum, ex mensura quorum faciant recte $de. ez.$, et componantur facientes angulum rectum, ipsum videlicet qui est sub $de z.$; latus quoque $d z$ potest super latera $de.$ et $e z.$ quadratum quidem, qui fit a recta $d z.$, aut est equalis numero $g.$ aut non: esto prius equalis; inuenti sunt ergo duo alij numeri, quorum qua-

* numero $d, \dots$ quam quidem z (fol. 29 verso, lin. ultima a margine inferiori pag. 256, lin. 28).

fol. 21 recto.

* duo numeri $\dots$ maior et a (fol. 21 recto, lin. 19-19; pag. 256, lin. 29 — pag. 257, lin. 4).



dratj coniuncti faciunt quadratum numerum equalem numero .g., quorum unus est equalis recte .d.e., alter est equalis recte .e.z. Si autem quadratus qui fit á recta d.z., hoc est á numero d.z., non est equalis numero .g., erunt itaque maior ipso uel minor: esto prius maior; et quoniam quadratus, qui fit á numero d.z., maior est numero .g., erit numerus d.z. maior radice .g.: accipiat ergo radix numeri .g., que sit .i. numerus, et accipiat equalis .I. á numero d.z., fitque .t.z.; et á puncto .t. super rectam .e.z. cathetus protrahatur .t.k.; equidistans ergo est .t.k. recte .d.e. Quare triangulus .t.k.z. similis est triangulo .d.e.z.; est ergo sicut .z.d. ad .z.t., ita .d.e. ad .t.k. Sed proportio .z.d. ad .z.t. est nota; ratiocinate enim sunt ambe. Quare et proportio .d.e. ad .t.k. erit similiter nota. Et cum .d.e. sit ratiocinata. Quare erit et recta .t.k. etiam numerata. Similiter ostenditur, rectam .z.h. esse ratiocinatam, cum proportio eius sit ad .z.e. sicut .z.t. ad .z.d.; numerate ergo sunt .t.k. et .k.z., quorum quadrati insimul coniuncti faciunt quadratum, qui fit á recta .t.z. Sed numerus quadratus qui fit á numero .t.z. equalis est ei qui fit á numero .I., radix enim est numerus .I. numeri .g. Ergo quadratus, qui fit á .t.z., equalis est numero .g.; inueniunt enim duo numeri .t.k. et .k.z., quorum quadrati insimul coniuncti faciunt equale quadrato numero .g. Rursus sit minor d.z. quam .I., et protrahatur recta z.d. usque ad .I., ut sit .z.l. equalis numero .I. Similiter protrahatur z.e. in .m., et copuletur .l.m., et fit equidistans .l.m. recte .d.e., quoniam similis est triangulus .d.e.z. triangulo .l.m.z., et est nota proportio .z.d. ad .z.l.; erunt ergo noti numeri .z.m. et .m.l.: inueniunt ergo sunt duo numeri .l.m. et .m.z., quorum quadrati coniuncti faciunt quadratum equalem numero .g., cum .d.z. sit equalis radici eius; quod oportebat facere.

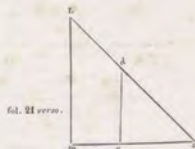
ET ut hec in numeris habeantur, sit .a. 3, et .b. 12; quare .g., qui est coniunctum ex quadratis numerorum .a.b., est 169., et eius radix, scilicet .I., est .13.; et adiaceant due linee .d.e. et e.z. angulum rectum continentes, qui est .d.e.z.; et sit recta .d.e. 12, et e.z. .8.; quare d.z. erunt .17., et sumpta est in recta d.z. recta z.t. equalis .I.; est ergo .z.t. 12. et producta est recta .t.k. equidistans recte .d.e.; quare est sicut z.d. ad .z.t., ita .d.e. ad .t.k.: multiplicabis ergo .z.t. in .d.e., hoc est 12 per 12, et diuides summam per d.z., hoc est per 17, exibat numerus .t.k. $\frac{8}{17}$ 11. Similiter si multiplicaueris z.t. per z.e., et diuideris per z.d., exibat h.z. $\frac{5}{17}$ 6.; et sic inueniunt sunt duo numeri, scilicet .t.k. et .k.z., quorum quadrati coniuncti faciunt numerum .g., hoc est quadratum qui fit á z.t. Similiter ostenditur, si numerus d.z. fuerit minor .I., ut in alia figura, in qua ponemus ut sit .d.e. 4 et e.z. 3. Quare d.z. est .5.; et protrahatur est z.d. in .l., et est .z.l. equalis .I., scilicet .13.; et est sicut .z.d. ad .z.l., ita .d.e. ad .l.m. Quare multiplicabis .z.l. in d.e., et diuides per z.d., exibat .l.m. $\frac{5}{2}$ 10. Similiter diuisa multiplicatione ex z.l. in z.e. per .z.d., scilicet 20 per 5, exibat m.z. $\frac{4}{5}$ 7.; et sic inueniunt sunt alij duo numeri facientes compositum ex quadratis ipsorum 169., qui sunt $\frac{25}{4}$ 10 et $\frac{4}{5}$ 7.; et sic ostenditur, hoc posse fieri in infinitis modis.

Si quatuor numeri non proportionales proponuntur, et sit primus minor secundo, et tertius minor quarto, et aggregatus ex quadratis primj et secundi multiplicetur per aggregatum quadratorum tertij et quarti, et neuter ex aggregatis quadratus fuerit, egredietur numerus, qui duobus modis equabitur duobus quadratis numeris: et si unus tantum ex aggregatis fuerit quadratus, tunc equabitur egressus numerus duobus quadratis tripliciter: et si ambo compositi quadrati fuerint, tunc egressus equabitur duo-

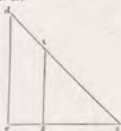
* quoniam quadratus Quare et * (fol. 21 recto, lin. 20-23; pag. 257, lin. 4-9).



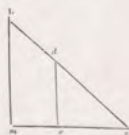
* faciunt equale ... et protrahatur * (fol. 21 recto, lin. ultima, margine inferiore, fol. 21 verso, lin. 4; pag. 257, lin. 16 + 17).



* quorum quadrati ... numerus z.b. * (fol. 21 verso, lin. 5-13; pag. 257, lin. 20-29).



* z.z. $\frac{25}{17}$ 6.; ... hoc posite * (fol. 21 verso, lin. 15-23; pag. 257, lin. 30-38).



bus quadratis quadrupliciter; et hec intelligantur sine fractione. Sint m .^{ae} numeri non proportionales $a. b. g. d.$, et sit autem $a.$ minor $b.$, et $g.$ minor $d.$; et si compositus quadratorum ex numeris $a.b.$ numerus est $e.$, compositus quidem ex quadratis | numerorum $g.d.$ esto $z.$; et multiplicetur $e.$ per $z.$, egrediatur numerus $ef.$, et non sit quadratus aliquis numerorum $e.z.$; dico quod numerus $cf.$ equatur duobus quadratis, duobus numeris etiam duobus modis: multiplicatur primum $a.$ per $g.$, et egrediatur numerus $tk.$, et ex $b.$ in $d.$ egrediatur $kl.$, et ex $a.$ in $d.$ egrediatur $mn.$, et ex $b.$ in $g.$ egrediatur $no.$ Et quoniam numeri $a.b.g.d.$ proportionales non sunt, et est minor $a.$ quam $b.$, et $g.$ quam $d.$, multiplicationes supradictas inequales esse necesse est; et est minor tk quam $kl.$, quod sit $n.kl.$: ex kl summatur $kp.$ equalis $tk.$ Similiter numerorum $mn.no$ sit maior $no.$ quam $mn.$, et adiaceat $nq.$ equalis $mn.$; dico quod numerus $cf.$ equatur coniunctioni quadratorum qui fiunt a numeris $tl.$ et $qo.$, et a numeris $ma.$ et $pl.$; quoniam ex ductu $e.$ in $z.$ provenit $cf.$, et est $e.$ summa duorum quadratorum qui fiunt a numeris $a.b.$ Ergo $cf.$ provenit ex multiplicatione quadrati qui fit a numero $a.$ in $z.$, et a numero $b.$ in $z.$ Sit ergo $ci.$ id quod egreditur ex multiplicatione eius qui fit ab $a.$ in se, scilicet quadrati ipsius $a.$ in $z.$; remanebit ergo $If.$ pro numero qui fit ex ductu quadrati numeri $b.$ in $z.$ Sed $z.$ est coniunctio quadratorum qui fiunt a numeris $g.d.$ Quare multiplicatio quadrati, qui fit a numero $a.$ in $z.$, equatur multiplicationibus duabus, videlicet quadrati qui fit ab $a.$ in quadratum qui fit a numero $g.$, et in quadratum qui fit a numero $d.$ Sit ergo $ch.$ id quod egreditur ex multiplicatione quadrati, qui fit ab $a.$ in quadratum qui fit a numero $g.$; erit ergo $hi.$ id quod egreditur ex multiplicatione quadrati qui fit a numero $a.$ in eum qui fit a numero $d.$ Item $ir.$ sit multiplicatio eius qui fit a numero $d.$ in eum qui fit a numero $g.$; remanebit ergo $rf.$ illud quod fit ex ductu quadrati qui fit a numero $b.$ in eum qui fit a numero $d.$: diuisus est ergo totus numerus $cf.$ in m .^{ae} numeris qui sunt $ch.hi.ir.rf.$; et est quadratus unusquisque eorum, cum factus sit ex multiplicatione quadrati numeri in quadratum numerum, quorum radices esse ostendam $tk.kl.mn.no$: primum quidem ostendam, quadratum, qui fit a numero $tk.$, equalem esse numero $ch.$; est enim ch factus ex multiplicatione quadrati qui fit a numero $a.$ in quadratum qui fit a numero $g.$ Sed tk factus est ex multiplicatione $a.$ in $g.$; quare quadratus, qui fit a numero tk , equatur quadrato qui fit ab eo ex $g.$ Similiter ostendetur, quadratum, qui fit ex a in eum qui fit ex $d.$, equari quadrato quod fit a numero $mn.$, id est equari numero $hi.$, et quadratum qui fit a numero $kl.$ numero $ir.rf.$; et adhuc quadratus, qui fit a numero $no.$, equatur numero $ir.rf.$: demonstrandum quidem restat, duos quadratos, qui fiunt a numeris $tl.$ et $qo.$, vel fiunt a numeris $mo.$ et $pl.$, equales esse m .^{ae} quadratis qui fiunt a numeris $tk.kl.mn.no.$: quibus ostendam primum equales esse illi | qui fiunt a numeris $tl.$ et $qo.$; quadratus quidem, qui fit a numero $tl.$, equatur duobus ex predictis quatuor quadratis, eis qui fiunt a numeris $tk.kl.$, et duplo multiplicationis tk in $kl.$ cum quadrato qui fit a numero $qo.$, faciant equalem duobus reliquis quadratis, eis videlicet qui fiunt a numeris $mn.no.$ Ostendam primum quod tk in $kl.$ equatur $mn.$ in $no.$ Est enim tk id quod quod fit ex $a.$ in $g.$, et $kl.$ est factus ex $b.$ in

(fol. 22 recto.

* numeris ... egrediatur * (fol. 22 recto, lin. 3 e 4; pag. 258, lin. 6 e 7).

$$\frac{r}{a} \quad \frac{p}{b} \quad \frac{l}{d}$$

* quoniam $d.$... sit a kl * (fol. 22 recto, lin. 6; pag. 258, lin. 9 e 10).

$$\frac{m}{a} \quad \frac{n}{b} \quad \frac{q}{g} \quad \frac{o}{d}$$

* quadratorum ... remanebit * (fol. 22 recto, lin. 19, 11-13; pag. 258, lin. 14-17).

$$\frac{a}{b} \quad \frac{g}{d}$$

$$\frac{c}{e} \quad \frac{z}{f}$$

* $a.$ in $z.$... quadratum * (fol. 22 recto, lin. 16; pag. 258, lin. 49 e 50).

$$\frac{e}{a} \quad \frac{h}{b} \quad \frac{i}{g} \quad \frac{r}{d} \quad \frac{f}{f}$$

l. 1. 22 verso.

* $no.$ Ostendam ... Est enim * (fol. 22 verso, lin. 6; pag. 258, lin. 42 e 43).

$$\frac{a}{a}$$

.d. Ergo multiplicatio *.tk.* in *kl* egreditur ex multiplicatione *.a.* in *.g* ducta in multiplicationem *.b.* in *.d.* Similiter multiplicatio *.mn.* in *.no.* surgit ex multiplicatione *.a.* in *.d.* ducta in multiplicationem *.b.* in *.g.* Quare *mn.* in *.no.* est sicut *.tk.* in *kl.* Ergo oportet demonstrare, duplum *mn.* in *.no.* cum quadrato qui fit á numero *.qo.*, equalem esse quadratis qui fiunt á numeris *mn.* et *no.*: est enim *.nq.* equalis *.nm.*; quare quadratus, qui fit á numero *.mn.*, equatur multiplicationi *mn.* in *.nq.*; est enim plus *mn.* in *.no.* quam *mn.* in *.nq.*, secundum illud quod est *mn.* in *.qo.* Ergo superficies *mn.* in *.no.* superhabundit (*sic*) quadratum qui fit á numero *mn.* in superficie *.qo.* in *.mn.*, hoc est *.qo.* in *.qn.* Et quoniam numero *mn.* *n.* equalis est numerus *qn.*, comunis adiaceat *.qo.* Erit ergo totus *no.* equalis numeris *mn.* et *qo.* Quare quadratus, qui fit á numero *.no.*, equatur duabus multiplicationibus que fiunt á numero *.on.* in *.nm.*, et ab *.on.* in *.oq.* Ergo quadratus, qui fit á numero *.no.*, superhabundat superficiem *.on.* in *.nm.* in superficie *.qo.* in *.on.* Sed superficies *mn.* in *.no.* superhabundat quadratum, qui fit á numero *mn.*, in superficie *.nq.* in *.qo.* Sed quadratus, qui fit á numero *.no.*, superhabundat eandem superficiem *mn.* in *.no.* in hoc quod fit ex *no.* in *.oq.* Sed superficies *.no.* *qo.* superhabundat superficiem *.oq.* *qn.* in id quod fit á numero *qo.* in *se.* Ergo quadrati, qui fiunt á numeris *mn.* et *no.*, superhabundant duplum superficiei *mn.* in *.no.*, hoc est *.tk.* in *kl.* in quadrato numeri *.qo.* Sed duplum multiplicationis *.tk.* in *kl.* cum quadrato qui fit á numero *.qo.* equatur duobus quadratis qui fiunt á numeris *mn.* *no.* Quare quadrati, qui fiunt á numeris *.tl.* et *.qo.*, equantur quatuor quadratis qui fiunt á numeris *.tk.* *kl.* *mn.* *no.*, hoc est numero *.cf.*; quod oportebat ostendere.

Ex hoc quidem manifestum est quod quando duo numeri inaequales proponuntur, duplum multiplicationis unius in alium cum quadrato numeri in quo maior numerus superhabundat minorem, equatur quadratis qui fiunt ab ipsis numeris. Quare multiplicatio *.tk.* in *kl.*, hoc est *mn.* in *.no.* cum quadrato qui fit á numero *.pl.*, equatur quadratis qui fiunt á numeris *tk.* *kl.* Quare si comuniter addantur duo quadrati qui fiunt á numeris *mn.* *no.*, erunt duplum superficiei, que est ex *mn.* in *.no.*, cum tribus quadratis qui fiunt á numeris *.pl.* *mn.* *no.*, equales *mn.*^{er} quadratis qui fiunt á numeris *.tk.* *kl.* *mn.* *no.*, hoc est numero *.cf.* Sed duplo superficiei, que est ex *mn.* in *no.* et duobus quadratis, qui sunt ex *mn.* *no.*, equalis est quadratus qui fit á numero *.mo.* Ergo duo quadrati, qui fiunt á numeris *mo.* et *pl.*, equantur numero *.cf.*, ut oportebat ostendere.

fol. 22 recto.

Sed sit unus ex numeris *.ez.* quadratus, et primo numerus *.e.*; dico esse possibile inuenire alios duos quadratos numeros, qui equantur numero *.cf.*, quorum unus est ipse qui egreditur ex multiplicatione numeri *e.* in quadratum qui fit á numero *.g.*, et alius egreditur ex ductu *.e.* in eum qui fit á numero *.d.*, quoniam quadratus est numerus *.e.*; si multiplicatur per quadratum numerum, factus ex multiplicatione quadratus erit. Quare quadrati sunt qui fiunt ex ductu *.e.* in quadratos qui fiunt á numeris *.gd.* Sed coniunctus ex quadratis numerorum *.gd.* est *.z.*; et ex *.e.* in *.z.* provenit *.cf.*; quod oportebat ostendere.

Similiter si numeri *.ez.* quadrati fuerint, erunt duo alij numeri quadrati, qui coniuncti facerent numerum *.cf.*; et sunt illi qui egrederentur ex ductu *.z.* in qua-

dratis, qui fiunt a numeris $.ab.$, et ex ductu $.e$ in quadratis qui fiunt á numeris $.g.d.$: et, sicut dixi, si unus ex numeris $.e.z.$ quadratus fuerit, equatur numerus $.cf.$ ter duobus diuersis quadratis; et si ambo quadrati fuerint, equabitur numerus $.cf.$ quater duobus diuersis quadratis.

Isuenire alio modo quadratum numerum, qui duobus quadratis numeris equatur: adiaceant $.mn.$ numeri proportionales $.ab.g.d.$, ut $a.$ quidem ad $b.$, ita $g.$ ad $d.$; et compositus ex quadratis numerorum $.ab.$ esto $.e.$, numerorum quoque $.g.d.$ esto $.z.$; et multiplicetur $.e.$ in $.z.$, et proueniet $.cf.$; dico quoniam $.cf.$ est quadratus et equalis coniunctio ex duobus quadratis; quod sic probatur: ex $a.$ quidem in $g.$ proueniat $.tk.$, et ex $b.$ in $d.$ proueniat $.kl.$, et ex $a.$ in $d.$ proueniat $.mn.$, et ex $b.$ in $g.$ proueniat $.no.$; dico primum quod numerus $.mn.$ numero $.no.$ est equalis: sunt enim proportionales numeri $.ab.g.d.$ in ea quam habet $a.$ ad $b.$ proportione. Quare multiplicatio ex $a.$ in $d.$ equatur multiplicationi ex $b.$ in $g.$, hoc est numerus $.mn.$ numero $.no.$: reliquos uero duos numeros inequales esse demonstrabo, scilicet $.tk.$ et $.kl.$: quare est sicut $a.$ ad $b.$, ita $g.$ ad $d.$; per equele ergo erit ut $a.$ ad $g.$, ita $b.$ ad $d.$ Quare si $b.$ est maior quam $a.$, erit $d.$ maior $g.$; et si minor est $b.$ quam $a.$, minor itaque esset $d.$ quam $g.$ Quare numeri $.ag.$ aut | ambo sunt minores, aut ambo maiores numeris $.b.d.$, equeles quidem esse non possunt; quia si equeles essent, iam numeri $.a.g.b.d.$ non essent $.mn.$ ^{er}.

Sint ergo $.ag.$ minores; quare factus ex eis, scilicet $.tk.$ minor est facto ex $.db.$, hoc est quam $.kl.$: et quoniam est ut $a.$ ad $g.$, ita quadratus, qui fit ab $a.$ ad numerum qui fit ex $a.$ in $g.$, hoc est ad numerum $.tk.$ Rursus quoniam est sicut $a.$ ad $g.$, ita $b.$ ad $d.$ Sed sicut $b.$ ad $d.$, ita quadratus, qui fit á numero $b.$ ad numerum qui fit ex $b.$ in $d.$, hoc est ad numerum $.kl.$ Per equele ergo est ut $a.$ ad $g.$, ita quadratus, qui fit á numero $b.$, est ad numerum $.kl.$ Sed sicut $a.$ ad $g.$, ita fuit quadratus qui fit ab $a.$ ad numerum $.tk.$: quare et compositi et proportionales erunt, hoc est ut $a.$ ad $g.$, ita compositus quadratorum, qui fiunt á numeris $.a.b.$, est ad compositum duorum numerorum $.tk.$ et $.kl.$, hoc est numerus $.e.$ ad numerum $.tl.$ Similiter ostendetur quod sicut $a.$ ad $g.$, ita $tl.$ ad $z.$ Quare est sicut $e.$ ad $tl.$, ita $tl.$ ad numerum $.z.$ Ergo numerus $.tl.$ medius proportionalis est numerorum $.e.z.$ Quare quadratus, qui fit á numero $.tl.$, equatur superficiei rectanguli, qui fit ex numeris $.e.z.$ Sed superficies numerorum, que fit á numeris $.e.z.$, est numerus $.cf.$ Quare $.cf.$ est quadratus, cuius radix est $.tl.$ Aliter quoniam ostensum est, numerum $.cf.$ in superiori demonstratione equari $.mn.$ ^{er} quadratis qui fiunt á numeris $.tk.kl.mn.no.$, demonstrabo quidem, quadratum, qui fit á numero $.tl.$, equari eisdem $.mn.$ ^{er} quadratis hoc modo. Quadratus quidem, qui fit á numero $.tl.$, equatur duobus quadratis qui fiunt á numeris $.tk.$ et $.kl.$, et duplo superficiei ex $tk.$ in $kl.$ Sed superius demonstraui, superficiem, que fit ex $tk.$ in $kl.$, equelem esse superficiei, que fit ex $mn.$ in $no.$ Sed superficies, que fit ex $mn.$ in $no.$, est ex equalibus numeris. Quare $mn.$ in $no.$ est sicut $mn.$ in se, uel sicut $no.$ in se. Quare duplum ex ductu $.tk.$ in $kl.$ equatur duobus quadratis qui fiunt á numeris $mn.no.$; quare demonstratum est, quadratum, qui fit á numero $.tl.$, equelem esse eis qui fiunt á numeris $.tk.kl.mn.no.$, hoc est numero $.cf.$, ut oportebat ostendere.

ad $.d.$... $.mn.$ ut $a.$ (fol. 23 recto, lin. 24-27; pag. 260, lin. 6-10).

a	b
c	d
e	g

equales sunt ... ad $b.$, e (fol. 23 recto, lin. 29; pag. 260, lin. 11-12).

c	f
-----	-----

demonstratio ... ut $a.$ e (fol. 23 recto, lin. 31-32; pag. 260, lin. 14-15).

e	g	h	i
-----	-----	-----	-----

minor est $b.$, ... $ag.$ aut a (fol. 23 recto, lin. ultimas; pag. 260, lin. 16-17).

mn	no	o
------	------	-----

fol. 23 verso.

Et quoniam minor est numerus $.tk.$ numero $.kl.$, accipiat ex $.lk.$ numerus $.kp.$ equalis numero $.tk.$; et, ut superius diximus, inuenientur quadrati qui fiunt á numeris $.mo.$ et $.pl.$, equarj numero $.cf.$

Possunt etiam duo quadrati inueniri, quorum aggregatio erit quadratus numerus per quoslibet duos numeros datos. Verbi gratia: dentur duo numeri $.a$ et $.b.$ prout libuerit: sit tamen $.b.$ maior; et auferatur á quadrato numeri $.b.$ quadratus | numeri $.a.$, et residuum erit radix unius quadratorum inueniendorum: deinde accipiat duplum eius quod provenit ex ducta $.a.$ in $.b.$, quod erit etiam radix alterius quadrati; quod probatur per precedentem proximam demonstrationem. Sic ponam quod sit proportio $.g.$ ad $.d.$, sicut $.a.$ ad b ; et sit $.g.$ equalis $.a.$, et d equalis $.b.$; et erit id quod fit ex a in se equale ei quod fit ex $.a.$ in $.g.$; et fuit id $.tk.$; et illud quod fit á $.b.$ equale ei quod fit á $.b.$ in $.d.$, scilicet $.kl.$: unde si auferatur $.tk.$ ex $.kl.$, hoc est $.kp.$, remanebit $.pl.$, que est una ex radicibus.

Item duplum superficiei $.a.$ in $.b.$ equabitur eis qui fiunt ex $.a.$ in $.d.$ et ex $.g.$ in $.b.$, scilicet numero $.mo.$, qui est alia radix.

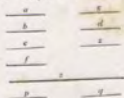
Invenire duos numeros, quorum quadrati insimul iuncti faciant numerum non quadratum factum ex compositione duorum quadratorum factorum ex numeris datis.

Sint duo dati numeri $.gd.$, quorum quadrati simul coniuncti fiant numerum $.z.$ non quadratum: uolo duos alios numeros inuenire, quorum quadrati insimul iuncti faciant numerum $.z.$ Adiaceant duo numeri $.a.$ et $.b.$, quorum quadrati coniuncti faciant numerum $.e.$ quadratum, non sit sicut g ad $.d.$, ita a ad $b.$; et multiplicetur $e.$ per $z.$, egrediatur numerus $.i.$; et inueniantur duo numeri, quorum quadrati insimul coniuncti faciant numerum $.I.$ Sintque $.pq.$, in quorum mensura ponantur recte $kl.$ $lm.$ facientes angulum rectum, ipsum scilicet qui sub klm copuletur $.km.$ Erit ergo $km.$ radix numeri $.I.$; et accipiat ex km recta $.mn.$ equalis radici numeri $.z.$; et protrahatur secundum rectum angulum linea $.no$ et $om.$, sunt recte rationales facientes compositum ex quadratis ipsorum equalem numero $.z.$ Quoniam quidem quadratus recte $km.$ est equalis numero $.I.$; et numerus $.I.$ est factus ex $e.$ in $z.$; ergo si multiplicauerimus radicem numeri $.e.$ per radicem numeri $.g.$, habebitur radix numeri $.I.$, hoc est $.mk.$ Et quia radix numeri $.e.$ est rationalis, quotiens unitas est in ipsa radice, totiens radix numeri $.g.$, hoc est $.mn.$, est in recta $.mk.$ Sic ergo $f.$ radix numeri $.e.$ Quare est sicut unitas ad numerum $f.$, ita $mn.$ ad $.mk.$; et sicut $.mn.$ est ad $.mk.$, ita $no.$ est ad $.kl.$, et om ad $.lm.$: per equale ergo ut unitas ad numerum $f.$, ita no ad $.kl.$, et mo ad $.ml.$ Quare si diuiserimus $kl.$ per numerum $f.$, egrediatur numerus $n.o.$ rationalis. Similiter si diuiserimus $ml.$ per $f.$, ueniet $om.$ Inueniuntur ergo duo numeri $.no.$ et $.om.$, quorum quadrati coniuncti faciunt non quadratum numerum $.mn.$, hoc est numerum $.z.$; qui z est compositus ex quadratis numerorum $.gd.$; quod oportebat ostendere.

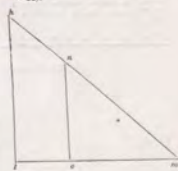
Er ut hec in numeris demonstrantur, sit numerus $.g.$ 4, et numerus $.d.$ 5; quare compositus ex quadratis | ipsorum, scilicet $.z.$, est 41; et ex adjacentibus numeris $.a.$ sit 3, et $.b.$ sit 4, quorum quadrati coniuncti faciunt 25, scilicet numerum $.e.$: multiplicatio quidem ex $e.$ in $z.$, scilicet de 25 in 41, surgit in 1025; et est possibile inuenire duos alios numeros dupliciter, quorum quadrati coniuncti faciunt 1025, quorum unus est

fol. 24 recto.

INVENIRE recte $kl.$ et s (fol. 24 recto, lin. 10—17; pag. 261, lin. 16—23).



Am. radix. ad $mk.$; et s (fol. 24 recto, lin. 19—26; pag. 261, lin. 25—27).



fol. 24 verso.

.32., alter .4.; uel unus est 31, et alius .8.: sit ergo *kl*. 32 aut 31, et *lm* sit .1. uel 8; et accipiat radix de 25, scilicet numerus *f*., et diuidantur per ipsum numeri *kl* et *lm*., et habebimus *no*. et *om*.; uidelicet si *kl* est 32, et *lm*. est .1., erit *no* $\frac{2}{5}$ 6, et *om*. erit tantum $\frac{1}{5}$ unius. Inueniuntur sunt ergo duo numeri, scilicet $\frac{2}{5}$ 6. et $\frac{1}{5}$, quorum quadrati equantur .41., scilicet numero .z.: et si *kl* fuerit 31, et *lm*. fuerit 8., erit *no*. $\frac{1}{5}$ 6, et *om* erit $\frac{2}{5}$ 1; et sic inueniuntur sunt duo alij numeri, quorum quadrati insimul coniuncti faciant similiter 41.; quod oportebat facere.

Si Ab unitate numeri quot cumque continui, pares uidelicet et impares ordinate disponantur, numerus solidus, qui fit ab ultimo et á sequente et ab eorum aggregato, equatur sexcuplo summe collectionis omnium quadratorum, qui sunt ab omnibus numeris, uidelicet qui sunt ab unitate et á dispositis numeris: disponantur quidem ab unitate *ab*. numeri continui pares et impares quocumque ordinate *bg.gd.de.ez*.; et sit *zi*. numerus sequens numerum .ez. in ordine numerorum, hoc est quod sit uno plus eo, dico, numerum solidum qui fit á numeris *ez.zi*. et *ei*., hoc est id quod fit ex ductu *ez*. in *zi*., et productum in coniunctum ipsorum, scilicet *ie*., equari sexcuplo omnium quadratorum, qui sunt ab unitate *ab*. et á numeris dispositis *bg.gd.de.ez*. Accipiat quidem ex numero *zi*. numerus *zt*. equalis numero *ez*., remanebit *ti*. unum. Item ex *zt*. auferatur *kz*. equalis numero *de*., remanebit similiter *kt* unum, in quo superhabundat numerus *ez*. numerum *de*.; equalis enim *zt*. numero *ez*. Erit ergo numerus *ki* duplum unius, scilicet 2. Solidus ergo numerus, qui fit á numeris *ez.zk*. et *ek*., equatur solido qui fit á numeris *ze.ed.dz*.: sed solidus qui fit á numeris *ez.zk.ek*. cum solido qui fit á numeris *ez.zk.ki*., et cum solido qui fit á numeris *ez.ki.ei*., equatur solido qui fit á numeris *ez.zi.ei*.: demonstrabimus quidem, solidos *ez.zk.ki*. et *ez.ki.ei*. equales esse sexcuplo quadrati qui fit á numero *ez*. Ponam itaque numerum *ez*. radicem. Erit ergo *zk*. radix, uno diminuto. Quare totus *ei*. duabus radicibus et unitati equatur: multiplicatio quidem *ez*. in *zk*. facit quadratum, excepta radice. Multiplicatio quidem unius quadrati, excepta radice, in numerum *kl*., scilicet in duo, facit duos quadratos, duabus radicibus exceptis. Ergo solidus, qui fit á numeris *ez.zk.kl*., equatur duobus quadratis qui fiunt á numero *ez*., duabus radicibus exceptis. Rursus ex *ez*. in *ki*. due radices proueniunt; quibus multiplicatis in duas radices et in unum, scilicet in numerum *ei*., faciunt *iii*.^{re} quadratos et duas radices. Ergo solidum, quod fit á numeris *ez.ki.ei*., equatur *iiii*.^{re} quadratis et duabus radicibus, quorum unusquisque quadratus fit á numero *ez*.

Additis ergo supradictis duobus quadratis, duabus radicibus exceptis, cum *iiii*.^{re} quadratis et duabus radicibus additis, faciunt sex quadratos, quorum unusquisque fit a numero *ez*. Ergo solidum, quod fit á numeris *ez.zi.ei*., equatur solido qui fit á numero *ez.zk.ek*., et sexcuplo quadrati qui fit á numero *ez*.

Sed solido, quod fit á numeris *ez.zk.ek*., equatur solido *de.ez.dz*. Ergo solidum, quod fit á numeris *ez.zi.ei*., equatur solido quod fit á numeris *de.ez.dz*, et sexcuplo quadrati á numero *ez*. Similiter ostenditur, Solidum, quod fit á numeris *de.ez.dz*., equale esse solido qui fit a numeris *gd.de.ge*., et sexcuplo quadrati qui fit á numero *de*. Ergo Solidum, quod fit á numeris *ez.zi.ei*., equatur solido quod

equatur ... Multiplicatio * (fol. 24 verso, lin. ultimo, margine inferiore, e fol. 25 recto, lin. 1; pag. 262, lin. 26 + 27)

z k e d e z i f g

fol. 25 recto.

fit á numeris *.gd. de. ge.*, et sexcuplo quadratorum qui fiunt á numeris *.de. ez.*: ostenditur, solidum rursus, quod fit á numeris *.gd. de. ge.*, equale esse solido quod fit á numeris *.bg. gd. bd.*, et sexcuplo quadrati qui fit á numero *.gd.* Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur solido quod fit á numeris *.bg. gd. db.*, et sexcuplo quadratorum qui fiunt á numeris *.gd. de. ez.*

Similiter, supradictis dispositis, ostendetur, solidum quod fit á numeris *.bg. gd. bd.*, equale esse solido quod fit ab unitate *.ab.*, et á numeris *.bg. ag.*, et sexcuplo quadrati qui fit á numero *.bg.* Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur solido quod fit ab unitate *.ab.*, et numeris *.bg. ag.*, et sexcuplo quadratorum qui fiunt á numeris *.bg. gd. de. ef.* Sed solidum, quod fit ab unitate *.ab.* et á numeris *.bg. ag.*, equatur sexcuplo quadrati qui fit ab unitate *.ab.* Est enim *.bg. 2.*, et *ag. 3.* Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur sexcuplo quadratorum qui fiunt ab unitate *.ab.* et á numeris *.bg. gd. de. ez.*; quod oportebat ostendere. Est enim alius modus, per quem possumus ad idem devenire; qui in sequentibus ostendetur.

Si ab unitate numeri impares ordinate quotcumque disponantur, Solidum, quod fit á maximo eorum et á sequente impari et ab eorum composito, equatur duplo sexcupli omnium quadratorum, qui fiunt ab unitate et á dispositis numeris. Sint quidem ab unitate *ab.* numeri quotcumque dispositi impares ordinate *.bg. gd. de.*, et sequens impar esto *.ez.*; dico quidem, solidum, quod fit á numeris *.de. ez.* et ab eorum composito *.dz.*, equari duplo sexcupli, hoc est duodecuplo summe quadratorum, qui fiunt ab unitate *.ab.* et á dispositis numeris *.bg. gd. de.* Summatur (*sic*) quidem ex numero *.ez.* numerus *.ei.* equalis numero *.de.*; erit ergo numerus *.iz.* duo. Ostendam prius, solidum quod fit á numeris *.gd. de.* et eorum composito *.ge.* cum duodecuplo quadrati qui fit á numero *.de.*, equale esse solido quod fit á numeris *.de. ez. dz.* Sit itaque numerus *.de.* radix; erit ergo numerus *.gd.* radix minus duobus; et totus cum *e.* erit due radices minus duobus. Quare ex ductu *.gd.* in *.de.* provenit quadratus, duabus radicibus exceptis; quod totum, si ducatur in numerum *.ge.*, hoc est in duas radices, duabus unitatibus diminutis, provenient duo cubi numeri et *iii.* radices minus sex quadratis; quibus si addatur duodecuplum quadrati, qui fit á radice *.de.*, erunt duo cubi et sex quadrati et *iiii.* radices. Rursus quoniam *.de.* est radix, erit numerus *.ei.* similiter radix. Quare totus *.ez.* erit radix, et duabus unitatibus additis, que sunt *.iz.*, et compositus ex eis *.dz.* erunt due radices et due unitates. Ex ductu quidem *de.* in *.ez.* provenit quadratus et due radices. Ex ductu quidem horum in numerum *.dz.*, hoc est in duas radices et in duo, proveniunt similiter duo cubi et sex quadrati et *iiii.* radices. Quare ostensum est, solidum quod fit á numeris *.gd. de. ge.*, et duodecuplum quadrati, quod fit á numero *.de.*, equale esse solido quod fit á numeris *.de. ez. dz.* Eodemque modo ostendetur, solidum quod fit á numeris *.bg. gd. bd.* cum duodecuplo quadrati qui fit á numero *.gd.*, equari solido quod fit á numeris *.gd. de. ge.* Ergo solidum, quod fit á numeris *.de. ez. dz.*, equatur solido quod fit á numeris *.bg. gd. bd.*, et duodecuplo quadratorum qui fuerint á numeris *.gd. de.* Rursus etiam supradictis dispositis ostendetur, solidum, quod fit á numeris *.bg. gd. bd.*, equale esse solido quod fit ab unitate *.ab.*, et numeris *.bg. ag.*, et duodecuplo quadrati qui fit á numero *.bg.* Sed solidum, quod fit ab unitate *.ab.*, et á

e quod ostendere * fol. 25 verso,
lin. ultima e margine inferiore; pag. 264
lin. 4).

a b c d e f g

fol. 26 recto.

numeri .bg. et ag., est duodecuplum quadrati qui fit ab unitate .a.b.; ternarius est numerus .bg., quaternarius quoque numerus .ag. Ergo solidum, quod fit a numeris .de.ez.dz., equatur duodecuplum omnium quadratorum, qui fiunt a subiacentibus, scilicet ab unitate .ab. et a numeris .bg.gd.de.; quod oportebat ostendere. |

Simili quoque modo si à binario disponantur pares numeri quocumque per ordinem, inuenietur, solidum, quod erit ab ultimo eorum et à sequente et ab eorum composito, equari duodecuplo omnium quadratorum, qui fiunt à dispositis paribus numeris.

Eademque uia et modo inuenietur rursus si à ternario dispositij fuerint numeri quocumque ascendentes per ternarium ordinate; solidum, quod fit ab ultimo eorum et à sequente et à coniuncto, equari sexcupli triplo omnium quadratorum qui fiunt ab ipsis numeris ascendentibus per ternarium: et quando ascendent per binarium, ut fit in paribus, tunc ultimum solidum equatur duplo sexcupli omnium quadratorum adiacentium numerorum: et quando ascendant per unitatem, ut fit in numeris continuis, tunc superscriptum solidum equatur simplo sexcupli quadratorum adiacentium numerorum, ut in superscriptis demonstrauius; que intelligas in quadratis, qui fiunt à numeris qui ascendunt ordinate per quaternarium a iii.^{or} uel à V.^{me} per quinarium uel per ascensionem reliquorum numerorum.

Si duo numeri primi componantur ad se inuicem, feceritque compositus ex eis numerum parem; si solidus numerus, qui fit ab ipsis et ab eorum composito, multiplicetur per numerum, in quo maior numerus excedit minorem, egredietur numerus, cuius vigesima quarta pars erit integra. Sint duo numeri .ab. et .bg. primi ad se inuicem, facientes compositum ex eis .a.g. numerum parem, hoc est quod sint minimj in ipsa proportionem quam habet numerus .a.b. ad numerum .bg., et numerus .bg. maior; et summatur (sic) ex numero .bg. numerus .bd. equalis numero .ab. Erit ergo numerus .dg. id in quo numerus .bg. superhabundat numerum .ab. Dico quidem quod si numerus .ab. multiplicetur in numerum .bg., et quod proueniet ducatur in .ag., et hoc totum producat in numerum .dg., egredietur numerus, cuius nigesima quarta pars, hoc est tertia octauae uel quarta sextae partis erit integra. Numeri quidem .ab. et .bg. ambo impares sunt; quia si non essent impares, compositus ex eis non esset par, nec ambo sunt pares; qui si pares essent ambo, iam non essent primj ad se inuicem. Ergo impares sunt numeri .ab. et .bg. Et quoniam numerus .bd. equalis est numero .ab.; duplus est ergo numerus .ad. numero .ab. Ergo par est numerus .ad. Ergo reliquus .dg. est par; quia si par numerus auferatur à pari, par remanet; et quia numerus .dg. est par, erit ergo medietas eius aut par aut impar. Esto prius impar; medietas quidem numeri .ad., scilicet .ab., est impar. Quare addita medietate numeri .ad. cum medietate numeri .dg., scilicet additis duobus imparibus parem facient numerum; ergo medietas numeri .ag. est par. Quare totus .a.g. est pariter par. Vnde quarta eius pars est integra. Quare ex ductu | a.g. in .gd. surgit numerus, cuius octaua pars est integra. Sed si medietas numeri .gd. par, erit ergo quarta eius integra; quare ex ductu .dg. in .ag. ueniet numerus, cuius octaua pars est similiter integra. Quare si quod fit ex ductu .a.g. ducatur in .bg., et hoc totum producat in .ab., proueniet numerus, cuius octaua pars erit integra. Et quoniam numeri .ab. .bg. sunt impares, aut tertia pars unius est integra aut non. Esto prius integra.

* Quare totus ex ductu * (fol. 26
recto, lin. ultima e margine inferiore;
pag. 264, lin. 37 e 38).

a b d

fol. 26 verso.

* mediofus ductu .dg. * (fol. 26
verso, lin. 4 e 5; pag. 264, lin. 39 e 40).

a b d

* ab. proueniet Et quoniam * (fol.
26 verso, lin. 5; pag. 264, lin. 42).

k

Quare ex ductu solidi, quod fit á numeris *ab. bg. ag.*, in numerum *dg.*, egreditur numerus *k.*, cuius tertia pars est integra, et cuius etiam octava pars inuenctia est integra. Ergo uigesima quarta pars eius erit integra, ut prediximus. Et si tertia pars numeri *ab* uel *bg.* non est integra, si unusquisque eorum diuidatur per *.3.*, remanebit aut equaliter aut inaequaliter: ex utroque remaneat primum equaliter; quare numerus *gd.* diuiditur integraliter per *.3.* Quare ex ductu solidi supradicti in numerum *dg.* egreditur numerus, cuius tertia pars est integra. Sed non remaneat equaliter ex numeris *ab. bg.*, cum diuidantur per *.3.*, remanebit ex aliquo ipsorum *.1.*, et ex alio *.2.* Quare ex coniunctione ipsorum, scilicet ex numero *ag.*, tertia pars erit integra. Vnde solidi, qui fuit á numeris *ab. bg. ag.*, tertia pars eius erit integra. Quare ex ductu ipsius solidi in numerum *dg.* egreditur numerus, cuius tertia pars est integra: et quoniam eius octava pars inuenctia est similiter integra; erit ergo uigesima quarta pars eius integra, ut oportebat ostendere. Et hoc idem erit, si numeri *ab.* et *bg.* non fuerint primj ad se ad inuicem.

Et si unus ex numeris *ab. bg.* fuerit par, coniunctus ex eis erit impar; tunc ostenditur similiter si solidum, quod fit á duplo unius cuiusque et ab eorum coniuncto *ag.*, ducatur in numerum *dg.*, surgere in numerum, cuius etiam uigesima quarta pars erit integra, siue numeri sint primj inter se, siue non; et factus numerus, uidelicet cuius uigesima quarta pars est integra, congruum appellauj.

Si circa aliquem numerum adiaceant numeri quocumque minores et maiores eo, et sit multitudo minorum equalis multitudinij maiorum; et quot unusquisque ex maioribus superhabundat ipsum numerum, tot ipse numerus superhabundet minores, erit summa adiacentium ex ductu ipsius numeri in numerum multitudinis ipsorum. Circa numerum *d.* adiaceant numeri *a. b. g. e. z. I.*, et sit minor eorum numerus *a.*, maximus numerus *I.*; equot superhabundat (sic) | numerus *I.* numerum *d.*, tot superhabundat numerus *d.* numerum *a.* Similiter quot superhabundat numerus *z.* numerum *d.*, tot superhabundet numerus *d.* numerum *b.* Rursus quot superhabundat numerus *e.* numerum *d.*, tot superhabundet numerus *d.* numerum *g.* Dico, si ducatur *d.* in numerum multitudinis numerorum *a. b. g. e. z. I.*, proueniet summa ipsorum omnium numerorum; quod sic probatur: minviam quidem ex numero *I.* superhabundantiam quam habet ad numerum *d.*, addamque eam numero *a.*, erit unusquisque numerorum *a. I.* equalis numero *d.*; quod etiam faciam ex numeris *z. b.* et *e. g.*, et erit unusquisque eorum equalis numero *d.* Quare quot sunt numeri *a. b. g. e. z. i.*, tot numeri equales numero *d.* sunt in summa coniunctionis numerorum *a. b. g. e. z. i.*; quod oportebat ostendere.

Invenire numerum, quo addito super quadratum numerum, et diminuto ab ipso faciat semper quadratum numerum; et sic oportet, tres quadratos et unum numerum inuenire, quo numero addito super minorem quadratum facit quadratum secundum. Super quem si addatur idem numerus, facit quadratum tertium, hoc est maiorem. Et sic addito ipso numero super secundum quadratum, et diminuto ipso ab eodem, facit semper quadratum. Quoniam quadrati numeri omnes ordinate ascendunt per continuationem ascensionem imparium numerorum, erit minor quadratus summa aliqua imparium numerorum ab unitate acceptorum; super quem quadratum proponitur addere

* superhabundat superhabundat
(fol. 26 verso. lin. 20 v. 31—32 v.
margin inferiori; pag. 265 lin. 22—25).



fol. 27 recto.

Congruum

fol. 27 verso.

numerus, et fieri quadratum secundum; qui quadratus rursus constat et (*sic*) aliqua multitudine imparium ab unitate ordinate disposita; super quem etiam secundum quadratum, si addatur numerus idem qui uocetur congruum, quia congruit his, facit maiorem quadratum; qui etiam maior quadratus egreditur ex aliqua multitudine imparium, similiter ab unitate accepta, in qua multitudine tota est multitudo imparium facientium primum quadratum: et alia multitudo facientium congruum idem: et alia multitudo facientium eundem congruum. Quare multitudo imparium facientium maiorem quadratum diuidenda est in tres partes predictas. Sed multitudo imparium facientium primum congruum est in aliqua proportionem cum multitudine facientium secundum: plures enim numeri impares sunt in multitudes facientium primum congruum, quam multitudine facientium secundum, cum minores numeri sint in ipsa propter ordinem numerorum; quia in ipsa sunt antecedentes impares, et in alia sunt consequentes. Vnde qualiter congruum inueniatur in aliqua data proportionem, in qua esse poterit, ostendere procurabimus. Adiaceant duo quilibet numeri *ab. bg.*; compositus quidem ex ipsis est *ag.*; et sit *bg.* maior quam *ab.*, secundum quantitatem numeri *ag.* Si numerus quidem *bg.* ad numerum *ab.* minorem proportionem habuerit quam numerus *ag.* ad numerum *dg.*, tunc possibile erit inuenire congruum ex una multitudine imparium habente proportionem ad multitudinem sequentium imparium, eam uidelicet quam habet numerus *gb.* ad numerum *ab.*: et si maior fuerit proportio numeri *bg.* ad numerum *ba.* quam numeri *ag.* ad numerum *dg.*, tunc impossibile erit inuenire duas multitudes imparium numerorum continuas in proportionem quam habet numerus *ag.* ad numerum *dg.*; tunc possibile erunt (*sic*) inuenire duas multitudes imparium numerorum continuas in proportionem quam habet numerus *ag.* ad numerum *dg.*; et est (*sic*) summa uniuscuiusque multitudinis egredietur congruum.

Esto prius proportio, quam habet numerus *bg.* ad numerum *ab.*, minor ea quam habet numerus *ag.* ad numerum *dg.*; oportet ergo inuenire duas multitudes imparium immediate in proportionem quam habet numerus *bg.* ad numerum *ab.*; et summa unitatum utriusque multitudinis sit eadem: coniunctio quidem ex numeris *ab.* et *bg.*, scilicet *ag.*, aut est par, aut impar. Esto prius par. Quare numerus *ad.*, scilicet duplex ad *ab.*, par est. Vnde residuum *dg.* parem esse necesse est. Ex ductu quidem *dg.* in *bg.* proueniat numerus *ez.*, et ex ductu *dg.* in *ab.* proueniat *zi.* Est ergo sicut *gb.* ad *ba.*, ita numerus *ez.* ad numerum *zi.*; et sunt numeri *ez. zi.* pares.

Rursus ex ductu *ag.* in numeris *gb.* et *ba.* proueniant pares numeri *km. kl.* Est ergo sicut *gb.* ad *ba.*, ita *km.* ad *kl.* Sed sicut *gb.* ad *ba.*, ita *ez.* ad *zi.*; ergo sicut *ez.* ad *zi.*, ita *km.* ad *kl.*: denique ducatur *ez.* in *kl.*, proueniat *op.*; et ex ductu *zi.* in *km.* proueniat *pp.* Et quoniam est sicut *ez.* ad *zi.*, ita *km.* ad *kl.* Ergo id quod fit ex ductu *ez.* in *kl.* equale est ei quod fit ex ductu *zi.* in *km.*; quare equalis est numerus *op.* numero *pp.*: ostendam, utrumque ipsorum esse congruum. Quoniam ex ductu *ez.* in *kl.* prouenit *op.*, quot unitates sunt in numero *ez.*, tot numeri equales numero *kl.* sunt in numero *op.* Sed quot numeri equales numero *kl.* sunt in numero *op.*, tot continui numeri impares existentes circa numerum *kl.* sunt in eodem *op.* Ergo quot unitates sunt in numero *ez.*, et tot

sic ut *gb.*... imputor existeret (fol. 27 verso, line. 22—23 c. 30; pag. 266 line. 33—42).

a b b d f

f s

k k f u m d

k o p q

numeri impares continui existunt circa numerum kl ; ita quod medietas eorum sint minores numero kl , et alia medietas sint maiores; qui omnes faciunt numerum equalem $.op$. Similiter ostendetur quod quot unitates sunt in numero $.zi$, tot numeri impares existentes circa numerum km sunt in numero $.pq$. Ergo sicut numerus $.ez$ est ad $.zi$, ita multitudo imparium facientium numerum $.op$ est ad multitudinem imparium facientium numerum $.pq$, qui ostensus est equalis numero $.op$: dico etiam continuam esse utramque multitudinem. Quia ex ductu ag in $.bg$ provenit km , et est $.bg$ equalis numeris gd et db ; ergo ex ductu ag in numeris dg et db provenit km . Sed ex ductu ag in $.bd$, hoc in $.ab$ provenit kl ; reliquus ergo $.lm$ provenit ex ag in $.dg$: sed ei numero, qui provenit ex ag in $.dg$, equales sunt numeri qui proveniunt ex gd in gb et in $.ba$, hoc est numeri $.ez$ zi . Quare equalis est numerus $.lm$ numero $.ei$. Accipiaturs itaque ex numero $.lm$ numerus $.ln$ equalis numero $.ez$. Reliquus ergo $.nm$ reliquo zi est equalis. Item ostendendum est, numerum kl maiorem esse numero $.ez$, quoniam proportio gb ad $.ba$ est minor proportionem numeri ag ad gd . Ergo aliquis numerus minor numero ag ad numerum gd habet eandem proportionem quam numerus gb ad $.ba$: sitque numerus $.af$; et quoniam est ut gb ad $.ba$, ita $.af$ ad dg ; multiplicatio ergo $.af$ in $.ba$ equatur multiplicationi bg in $.dg$, hoc est numero $.ez$. Sed multiplicatio ag in $.ab$, hoc est numerus kl , maior est multiplicatione $.af$ in $.ab$, hoc est numero $.ez$. Accipiaturs quidem ex numero kl numerus $.lh$ equalis numero $.ln$, hoc est $.ez$, erit totus $.hn$ duplus numero $.ez$. Rursus super numerum km addatur numerus $.mc$ equalis numero $.mn$, hoc est $.zi$; duplus ergo est $.nc$ numero $.zi$. Et quoniam par est numerus kl , si auferatur ab eo numerus $.lh$, hoc est $.ez$, qui est par, remanebit numerus kh par. Similiter si super kl addatur $.ln$, erit totus $.kn$ par. Verum et numerus $.nc$ est par; quare totus $.kc$ est par. Et quoniam kh est par, quot unitates sunt in medietate eius, tot impare (sic) numeri intercidunt ab unitate usque ad numerum kh , quorum imparium summa (sic) facit quadratum numerum, qui provenit ex multiplicatione medietatis numeri kh in se: sit ille quadratus numerus $.ro$. Item quot unitates sunt in numero $.hn$, tot numeri numerantur ordinate inter numerum kh et numerum $.kn$, quorum multitudo est par, cum numerus $.hn$ sit par. Sed dimidium numeri $.hn$ est $.ez$. Ergo quot unitates sunt in numero $.ez$, tot impares numeri intercidunt inter numeros kh et kl ; ex quorum multitudine ostensus est provenire numerum $.op$, cum sint circa numerum kl , medietas quorum intercidunt inter numeros kh et kl , et alia medietas | inter kl et kn ; ergo ex omnibus imparibus, qui sunt ab unitate usque in numerum kn , provenit $.rp$, et est quadratus, cuius radix est medietas numeri $.kn$. Rursus quot unitates sunt in numero $.no$, tot numeri intercidunt inter numeros kn et kc , quorum medietas est ex imparibus numeris; ergo quot unitates sunt in numero $.mn$, hoc est in $.zi$, tot numeri impares intercidunt inter numeros kn et kc ; et sunt continui cum imparibus qui sunt inter kh et kn , ut prediximus. Sed ex numeris imparibus, qui sunt inter kn et kc , colligitur numerus $.pq$, cum sit circa numerum km . Ergo ex omnibus imparibus, qui sunt ab unitate usque in numerum kc , provenit numerus $.rq$; ergo quadratus est numerus $.rq$, et est eius radix medietas

fol. 28 recto.

fol. 28 verso.

numeri *kc*. Ergo congruum est unusquisque numerorum *op*. et *pq*., ut prediximus. Inuentus quidem numerus est, scilicet *pq*., quo addito super quadratum, scilicet super *rp*., facit quadratum numerum, qui est *rq*.; et diminuto ipso, scilicet *pq*., hoc est *op*., ex eodem quadrato, scilicet ex *rp*, remanet quadratus, scilicet *ro*.; quod oportebat facere. Que etiam ut clarius uideantur, ponam numerum *ab*. 3., numerum quoque *bg*. 5.; quare totus *ag*. erit 8.; residuum quoque *dg*. est 2.: pares enim sunt numeri *ag*. et *dg*.: ex ductu quidem *dg*. in *bg*. prouenit 10.; et ex ductu *dg*. in *ab*. prouenit 6.; ergo *ez*. est 10. et *zi*. est 6. Est ergo sicut *bg*. ad *ga*, ita *ez*. ad *zi*., hoc est sicut 10. ad 6., ita 10 ad 6.; et 10 est numerus prime multitudinis imparium facientium congruum, et 6. est numerus secundę multitudinis facientium idem. Item ex ductu *ag*. in *gb*. et in *ba*., hoc est ex 8. in 5. et in 3. proueniunt *km*. 40. et *kl* 24.; residuum *lm*. est 16., que equatur numeris *ez*. 10. Addantur quidem super *kl*. numerus *ln*. equalis numero *ez*., scilicet 10., erit *kn*. 34.; et super *km*. addatur *nm*., scilicet 10., qui est 6. exit (sic) *kc*. 46.; et auferatur ex *kl* numerus *kl* equalis *ln*., scilicet 10. remanebit *kh*. 14. et ducatur *ez*., hoc est 10. in *kl*., scilicet 10. in 24., prouenit *po*. 240., qui est congruum; et summa decem numerorum imparium existentium circa 24., qui sunt inter numeros *kh* et *kn*., hoc est inter 14. et 34.

Item ex ductu *zi*. in *km*., hoc est de 6. in 40., prouenit 240., hoc est *pq*. est summa sex imparium existentium circa 40., qui sunt inter *kn*. et *kc*., hoc est inter 34. et 46. Ex numeris quidem imparibus, qui sunt ab uno usque in numerum *kh*., scilicet in 14. prouenit *ro*.; et est 40., quia ab uno usque in 14. sunt septem numeri impares, et sunt circa septenarium; quare ex ductu 7. in 7. prouenit summa imparium, qui sunt ab uno usque in 14. Ergo *ro*. est quadratus. Ex multitudine quidem imparium, qui sunt inter *kh*. et *hn*., prouenit *op*. Ergo ex multitudine imparium, qui sunt ab uno usque in *kn*., scilicet in 34., prouenit numerus *rp*.; et sunt illi numeri impares 17., quorum summa surgit ex ductu 17. in se; ergo *rp*. est quadratus, et est 289. Nam addito *ro* cum *op*., scilicet 40. cum 240., faciunt 289., quorum radix est 17., scilicet dimidium *kn*. Item ex multitudine numerorum, qui sunt inter *kn* et *kc*., prouenit numerus *pq*., qui est equalis numero *op*. Est enim 240. Ergo ex multitudine imparium, qui sunt ab uno usque in 46., prouenit numerus *rq*., et est quadratus, cuius radix est dimidium numeri *kc*., scilicet 23. Nam addito *pq*. super *rp*., scilicet 240. cum 289. faciunt 529., quorum radix est 23.

SED si proportio *gb*. ad *ba*. maior proportione *ag*. ad *gd*.; et sit iterum numerus *ag*. par, dico possibile esse inuenire duas multitudes imparium continuas facientes congruum in proportione quam habet numerus *ag*. ad numerum *gd*.; et ut liquidius appareat, sit *ab*. 1., et *bg*. 3; quare *ag*. est 4., et *dg*. est 2.; et multiplicetur *ag*. in *ab*., proueniat *ez*.; et ex *ab*. in *dg*. proueniat *zi*.; est ergo ut *ag*. ad *dg*., ita *ez*. ad *zi*.: et quia *ab* est 1., numeri *ez*. *zi* sunt equales numeris *ag*. *dg*.; ergo *ez*. est 4., et *zi*. est 2. Item ex ductu *bg*. in *ag*. proueniat *km*., et ex ductu *bg*. in *gd* proueniat *kl*.; est ergo *km*. 12., et *kl*. est 6.: est ergo sicut *ez*. ad *zi*., hoc est sicut *ag*. ad *dg*., ita *km* ad *kl*.; et ex ductu *ez*. in *kl*. proueniat *op*.; et ex ductu *zi*. in *km* proueniat *pq*. Equales etenim

in 14. ex ductu 7. (fol. 28 verso, lin. ultima e margine inferiore; pag. 268, lin. 22 e 23).

a b d f g

c z i

k n t m c

p o p q

fol. 29 recto.

sunt *op.* et *pq.* Vnusquisque eorum est .24. Nam *op.* constat ex iii.^{or} imparibus, qui sunt circa *kl.* 6, hoc circa *kl.* propter *ez* qui est .4.; quibus .4. additis super *kl.* faciat *kn.*; ergo *kn.* est .10.; similiter extractis .4. ex *kl.* remaneat *kh.*; ergo *kh.* est .2. Rursus addito numero .2*i.*, scilicet .2. super *km.* faciat *kc.*; ergo *kc.* est .14., et *nc.* est .4., in quibus sunt duo impares, scilicet .11. et .12.; et sunt circa numerum *km.*, scilicet circa .12., qui faciunt numerum *pq.* Ergo primus quadratus, scilicet *ro.*, est .4., cuius radix est dimidium numeri *kh.*, scilicet .1. Secundus uero quadratus, scilicet *rp.*, est .25., cuius radix est dimidium numeri *kn.*, quod est .4. Tertius quidem quadratus, scilicet *rq.*, est .49., cuius radix est dimidium numeri *kc.*, quod est .7. Et notum quia .24. est primum | congruum, cum sit minor numerus, cuius 20.^{ma} .4.^{ta} pars sit integra; et oriatur ex duobus minoribus numeris parem numerum facientibus, scilicet ex uno et 2. Rursus ex numeris *ab* et *bg* coniunctus sit impar, et auferatur *ab.* ex *bg.*, et sit residuum eorum numerus *gd.* Et sit proportio numeri *gb.* ad *ba.* minor proportionem *ag.* ad *gd.* Inueniam rursus duas multitudines continuas imparium in proportionem quam habet *gb.* ad *ba.*, ex una quoque multitudine procreabitur congruum unitatum idem: adiaceat itaque numerus *t.* duplus numeri *bg.*, et numerus *s.* duplus numeri *ba.*; coniunctus quidem ex numeris *ts.* par est; et est *t.* ad *s.*, sicut *bg.* ad *ba.*: et ducatur *gd.* in numeris *ts.*, et proveniant numeri *ez.* et *zi.* Est ergo sicut *t.* ad *s.*, hoc est sicut *gb.* ad *ba.*, ita *ez.* ad *zi.*: et ducatur iterum numerus *ag.* in numeris *ts.*, et proveniant *km.* et *kl.* Est ergo ut *t.* ad *s.*, hoc est ut *ez.* ad *zi.*, ita *km.* ad *kl.*: et quoniam pares sunt numeri *ts.*, pares sunt numeri *km* et *kl.*: et ostendetur per premissa ea que dicta sunt in numeris *kh.* *hl.* *ln.* *nm.* et *mc.*, et in reliquis etiam *ro.* *op.* *pq.*: est ergo congruum *op.* uel *pq.* etc. Que etiam ostendimus cum numeris. Sit ita ut *bg.* 2., et *ba.* sit .1., erit *ag.* 3. et *gd.* 1. et *t.* 4. et *s.* 2 et *ez.* 4. et *zi.* 2. et *km.* 12. et *kl.* 6. et *hn.* 8. et *nc.* 4. et *kh.* 2, et quadratus *ro.* unum congruum *op.*, uel *pq.* 24. Quare quadratus *rp.* est 25., et quadratus *rq.* 49.; que oportebant (sic) ostendere.

Et quoniam numeri *bg* et *ba.*, scilicet unum et due sunt minores qui sint in numeris; et ex coniunctione eorum provenit impar numerus; et cum ipsi habuimus 24. per congruum, sicuti habuimus superius ex positione ternarij et unitatis, qui sunt minores numeri qui esse possint facientium parem numerum. Ideo manifestum est, 24. esse minus, et primum congruum quod cadat in tribus quadratis, qui sint ex integris numeris; sed cum fractionibus possunt inueniri minores eo, ut insequentibus demonstrabimus.

Sed sit proportio *gb.* ad *ba.* maior proportionem *ag.* ad *gd.*, tunc erunt multitudo imparium primj congrui ad multitudinem secundi, sicut *ag.* ad *gd.*; et sit iterum *ag.* impar: que ut liquidius demonstrantur, sit *g.b.* 3., et *ba.* 2; erunt ergo *ag.* 7. et *dg.* 3.; duplum quidem ex *gb.* est .10., et ex *ba.* est .4.; et ducatur .4. in numeris *ag.* et *gd.*, et ueniet pro multitudine imparium primi congrui .28., et pro multitudine secundi .12.: et multiplica unumquemque numerorum | *ag* et *dg* per duplum *bg.*, et habebis .70 pro numero, circa quem sunt 12 impares numeri facientes secundum congruum, et 30., circa quem erunt 28 impares facientes primum. Quare extractis 28. de 70. remanent .42., quorum medietas, scilicet unum, est radix primi quadrati; et adde

fol. 29 verso.

* uno et 3. *t.s.*, pares * (fol. 29 verso, lin. 3-13; pag. 269, lin. 12-22).

b d f g

z t

h m o

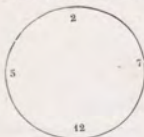
* p q

t

s

fol. 29 recto.

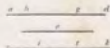
e in .70.,14. equatur *e* (fol. 20 recto, lin. 7—14; pag. 270, lin. 2—10).



∴ vel ex multitudine

fol. 20 verso.

e quidam quadratus, est numerus *e* (fol. 20 verso, lin. 7—13; pag. 270 lin. 25—41).



28 cum .30., erunt .55., cuius medietas, scilicet 29, est radix secundi quadrati. Item adde .12. cum .70. faciunt 82, quorum medietas, scilicet .41., est radix tertij quadrati; et ex ductu .28. in .30., uel 12 in .70., habentur 840 pro congruo. Egredditur autem idem .840. ex alijs duobus adjacentibus numeris, scilicet ex septenario et quinario; quia si solidum, quod fit ab eis et ab eorum coniuncto, ducatur in binarium, scilicet id in quo .7. excedit .5., proueniet .840. Egredditur enim multitudo prima imparium facientium ipsum ex ducto binario in septenarium. Quare ipsi impares numeri sunt 14., et sunt circa 60, qui egredditur ex quinario ducto in 12.: multitudo quidem secunda prouenit ex binario ducto in quinarium; et est illa multitudo circa .84., qui prouenit ex septenario ducto in .12. Nam decies 84., uel sexagesies .14. equantur solido, qui fit a 5 et 7 et 12. ducto in binarium. Vnde cuiuslibet congrui vigesima quarta pars est integra, ut superius ostensum est: et est 24 primus congruum, quod inueniri potest cum integris quadratis numeris; et ab ipso 24 generantur omnia congrua. Quotiens enim 24. multiplicabitur per quadratum numerum, totiens congruum procreabitur, et erunt minor quadratus ex tribus quadratis, quibus congruit ipse ille, per quem multiplicabitur .24. Medius autem quadratus erit numerus, qui procreabitur ex ipso quadrato ducto in .25. Tertius quidem quadratus erit numerus, qui proueniet ex eodem primo quadrato ducto in .49., cuius numeri radix erit numerus factus ex multiplicatione radices primij quadrati in .7., qui est radix de .49.; et erunt multitudo prima imparium facientium congruum dupla multitudinis facientium idem. Similiter egredditur congruum si multiplicabitur 24 per aliquam summam quadratorum, qui fiant ab ordinatis numeris ab unitate ascendentibus per impares et pares, uel per impares tantum, uel ipsa res tantum, aut per eos qui ascendunt per ternarium, seu per quaternarium, uel per reliquos numeros, quorum quadratorum summas superius inuenire docuimus; et erunt proportio imparium facientium secundum congruum ad impares facientium primum, sicut radix ultimi quadrati est ad radicem sequentis quadrati in ordine assumpte collectionis. Verbi gratia: summa quadratorum trium imparium numerorum, scilicet unius et nouem et xxv., est 35; quibus ductis per 24 faciunt 840., qui est congruum; prouenit etiam ex quinario et septenario adjacentibus: quare proportio prime multitudinis imparium ad multitudinem secundam est sicut 7. ad .3., ut superius ostensum est.

Si congruum aliquod cum suis quadratis multiplicetur per aliquem quadratum, numerus factus ex multiplicatione congrui in quadratum congruum erit; reliqui quadrati erunt congruentes, facto congruo. Sit *ab.* quadratus, et *bg.* sit congruum, et *gd.* sit equalis numero *bg.*; quadrati ergo erunt numeri *ag.* et *ad.*: et adiaceat quidam quadratus numerus *e.* Dico quod id, quod fit ex *e.* in congruo *bg.* congruum erit; et numeri, qui fient ex *e.* in quadratis *ab.* *ag.* *ad.*, quadrati erunt congruentes, congruo facto ex *e.* in *bg.* Ex ductu quidem ex *e.* in *ab.* proueniat *zi.*; et ex ductu *e.* in *ag.* proueniat *zt.*, et ex *e.* in *ad.* proueniat *zk.* Et quoniam ex *e.* quadrato in *ag.* quadratum prouenit *zt.* quadratus. Est ergo etiam *zt.* et est *zi* equalis duobus numeris, qui fiunt ex quadrato *e.* in quadratum *ab.*, et congruum *bg.* Sed id quod fit ex quadrato *e.* in quadratum *ab.* est numerus *zi.* Reliquis ergo *it.* procreatur ex *e.* in congruum *bg.* Et quoniam quadrati sunt numeri *e.* et *ab.*, factus ex eis quadratus est; quadratus est ergo numerus *zi.* Rursus quoniam ex quadrato *e.*

in quadratum *ad*. factus est numerus *zk*; quadratus ergo est *zk*, et est equalis duobus numeris, qui fiunt ex ductu *ae* in numeris *ag*. et *gd*. Sed ex *ae* in *ag*. factus est quadratus *zt*. Reliquus ergo *zk*. fit ex *e* in *gd*. Et quoniam equalis est numerus *bg*. numero *gd*., equalis erunt factus ex *e* in *bg*. facto ex *e* in *gd*.: factus autem ex *e* in *bg*. est *it*. Ergo *it*. equalis est numero *tk*.: si super quadratum autem *zt*. addatur numerus *tk*., faciet quadratum *zk*; et si á *zt*. quadrato auferatur *tk*., hoc est *ti*., remanebit *zi*. quadratus; ergo congruum est *it*., et congruunt ei tres quadrati, qui sunt *zi*. et *zt*. et *zk*; que oportebat ostendere. Similiter ostendetur prouenire idem, si aliquod congruum cum suis quadratis diuidatur per aliquem quadratum numerum.

Volo inuenire congruum, cuius quinta pars sit integra: sit unus ex adiacentibus numeris *s.*, alter sit numerus quadratus facientes coniunctum ex eis numerum quadratum; et extracto minore ex maiore remaneat quadratus numerus. Erit itaque ille quadratus *4*.; quo addito cum quinario facit *9*., qui est quadratus; et extracto *4*. de *9*. remanet *1*., qui est etiam quadratus; dico ex his numeris adiacentibus egredi congruum, cuius quinta pars erit quadrata: prouenit enim congruum ex his numeris ex ducta *1*. in duplo quinarii; quod totum multiplicatur per duplum quaternarii; et illud quod egreditur ducitur per nouenarium, [hoc est multiplicare superficiem, que fit ab uno in duplo quinarii, in superficiem que fit á duplo quaternarii, in *9*., hoc est *10*. in *72*; sed ex ductu quaternarii in nouenarium prouenit quadratus numerus, cum ambo sint quadrati. Ergo ex ductu duplo quaternarii in *9*. facit duplum quadrati; et ex ductu dupli quadrati in duplo quinarii prouenit quadruplum quadrati ductum in quinarium. Sed quadruplum quadrati facit quadratum numerum; ergo quadruplum quadrati ductum in *5*. facit quincuplum quadrati, et ductu quincuplo dicti quadrati ducto in *1*. qui est quadrati, facit iterum quincuplum quadrati. Ergo congruum, quod fit ab his, quinta pars erit quadrata.

Hec questio predicta in prologo libri huius.

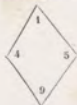
Volo inuenire quadratum, cui addito *5*. uel diminuto faciat quadratum numerum. Adiaceat congruum, cui quinta pars sit quadrata, eritque *720*., cuius quinta pars est *144*.; in quo diuide quadratos congruentes eidem *720*., quorum primus est *961*., secundus est *1681*., tertius autem est *2401*.; et est radix primi quadrati *31*. Secundi *41*., tertij *49*., exhibit pro primo quadrato $\frac{27}{144}$ *6*, cuius radix est $\frac{7}{12}$ *2*., que prouenit ex diuisione *31*. in radicem de *144*., hoc est in *12*; et pro secundo, hoc est pro quesito quadrato, ueniet $\frac{27}{144}$ *11*, cuius radix est $\frac{5}{12}$ *3*., que prouenit ex diuisione *41*. in *12*; et pro ultimo quadrato ueniet $\frac{27}{144}$ *16*, cuius radix est $\frac{1}{12}$ *4*.

Si duo quilibet numeri componantur facientes compositum ex his parem numerum, proportio compositi ad residuum, in quo maior excedit minorem, non erunt eadem quam habet maior numerus ad minorem. Adiaceant duo numeri *ab*. et *bg*.; et sit *gd*. id in quo maior *gb*. excedit minorem *ba*.; et sit par numerus *ag*.; dico non esse ut *gb*. ad *ba*., ita *ag*. ad *gd*. Sed si possibile est, esto *ag*. ad *gd*., sicut *gb*. ad *ba*.; erit ergo *d*. superficies, que fit ex *bg*. in *gd*., equalis superficiei que fit ex *ag*. in *ba*. Sit ergo *ze*. numerus superficialis qui fit ex *bg*. in *gd*.; et numerus *kl*. proueniat ex *ag*. in *ba*.; equalis est ergo numerus *ze*. numero *kl*.: ex ductu autem

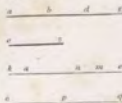
fol. 31 recto.

¶ uel dictum

* quadratum in *12*. et * (fol. 31 recto, lin. 10, 11-17; pag. 271, lin. 28-34).



* *bg*.; et sit *gd*. numerus * (fol. 31 recto, lin. 22-29; pag. 271, lin. 35 — pag. 272, lin. 2).



.ze. in .kl. proueniat .op.; numerus ergo .op. equalis est numero qui fit ex ductu .ba. in .gd. in ductum ex .ag. in .bg. Sit ergo ductus .ab. in .gd. numerus .zi.; et ductus .ag. in .bg. esto .km.; maior est enim .km. quam .kl., cum maior sit numerus .gb. quam .ba.; ergo .op. equalis est numero qui fit ex .zi. in .km. Esto itaque numerus .pq. factus ex .zi. in .km.; ergo numerus .op. equalis est numero .pq. Sed .op. quadratus est, cum sit factus à duobus equalibus numeris, qui sunt .ez. .kl. | Ergo et .pq. quadratus est. Ostensum est superius in primo congruo inneniendo, numerum .lm. equalem esse numero .ei.; maior est enim .ei. quam .ez.; ergo maior est .lm. quam .ez.: accipiat ergo ex numero .lm. numerus .ln. equalis numero .ez., hoc est numero .kl. Reliquus .nm. equalis est numero .zi.: addatur itaque super .km. numerus .mc. equalis numero .m.n.; et quoniam .kn. duplus est numero .kl., par erit .kn. Ex multitudine quidem imparium, qui sunt ab uno usque in .kn., prouenit quadratus .op.; sunt enim circa numerum .kl.: quare .kl. est radix numeri .op. Rursus quoniam ex .zi. in .km. prouenit quadratus .pq. Sed quot unitates sunt in numero .zi., tot impares numeri sunt inter numerum .kn. et numerum .kc.; duplus est enim .nc. numeri .zi.; ergo quadratus .pq. constat ex imparibus, qui sunt inter .kn. et .km. Ergo duo quadrati .op. et .pq. constant ex omnibus imparibus, qui sunt ab unitate usque in numerum .kc.; ergo numerus .oq. quadratus est, et est duplus quadrati .op.: proportio ergo quadrati .oq. ad quadratum .op. est sicut .2. ad .1., hoc est sicut numeri non quadrati ad numerum quadratum; quod est inconueniens. Non ergo proportio coniuncti .ag. ad residuum .dg. est sicut .gb. ad .ba.; quod oportebat ostendere.

Hoc idem demonstraretur, si numerus .ag. esset impar; quia que proportio est numeri .bg. ad .ba., eadem dupli .gb. ad duplum .ba. Vnde numerus .ez. ostenderetur equalis numero .kl. etc. Ex hoc enim ostendetur quod nullus quadratus numerus potest esse congruum; quia si possibile esset, etiam esset proportio coniuncti duorum adiacentium numerorum ad residuum, sicut maior eorum ad minorem.

Quare subintelligitur, multos numeros esse qui congruum esse non possunt; sed omnis numerus potest esse congruum, si ex diuisione alicuius congrui per ipsum proueniat numerus quadratus; uel si ipse fuerit unus ex $mn.$ adiacentibus, et reliqui tres fiant quadrati: ut si ponamus .9. et .16. qui sunt quadrati; et coniunctus ex eis, scilicet .25., est quadratus; et auferatur 9 de 16, remanent .7.; qui .7. potest esse congruum: multiplicatio quidem dupli de .9. in duplum de .16. facit quadratum numerum, scilicet .576.; qui si multiplicetur per 25., faciet iterum quadratum numerum; qui si ducatur per .7., faciet congruum; ergo .7.^{ma} eius pars erit quadrata.

Volo inuenire numerum quadratum, cui addita radice ipsius faciat quadratum numerum; et si ipsa radix auferatur ab eo, remaneat similiter numerus quadratus.

Adiaceat congruum similiter cum suis tribus quadratis, qui sunt numeri .ab. .ag. .ad. Quare congruum erit numerus .bg. et .gd.; et diuidatur unusquisque quadratorum | .ab. .ag. .ad. per congruum .bg., et proueniant numeri .ez. .ei. .eh.; et constituatur super .ei. tetragonum .ek., et compleatur superficies .lh.; et à puncto .z. equidistans rectis .ik. et .el. protrahatur recta .zt.; et quoniam numerus .ez. prouenit ex diuisione numeri .ab. per .bg.; et numerus .ei. prouenit ex diuisione numeri .ag. in congruum .bg.; numerus quidem .zi. prouenit ex diuisione .bg. in se. Ergo .zi. est 1: similiter

quia diuiso *.ad.* per congruum *.gd.*, hoc est per *.bg.* prouenit numerus *.eh.*, et ex diuisione *ag.* in *.gd.* prouenit *.ei.* Ergo *ih.* proueniet ex diuisione *.gd.* in *se.* Quare *ih.* est similiter *.i.*; equalis est ergo *hi.* recte *iz.*: et quoniam super rectam *.ei.* constitutum est tetragonum *.ek.*, et *hi.* est *.i.*; superficies itaque *kh.*, uel *kz.* est radix tetragonj *.ek.* Ergo super tetragonum *.ek.* addatur eius radix, scilicet superficies *kh.*, proueniet superficies *lh.*; et si ex quadrato *.ek.* auferatur eius radix, que est *kz.*, remanebit superficies *.zl.*: et quoniam ex diuisione numerorum *ab.* et *ag.* et *ad.* in aliquem numerum, scilicet in *.bg.*, prouenerunt numeri *.ez.* *ei.* *eh.* Est ergo sicut *ab.* ad *ag.*, ita *.ez.* ad *ei.*; sunt enim quadrati numeri *ab.* et *ag.*: ergo proportio numeri *.ez.* ad *ei.* est sicut proportio quadrati numeri ad quadratum numerum. Quare ex ductu *.ez.* in *ei.* proueniet quadratus numerus. Sed *ei.* recte equalis est recta *.zt.*, cum sit equalis recte *ik.*; tetragonum enim est superficies *.ek.*; ergo superficies *.et.* est quadratus numerus.

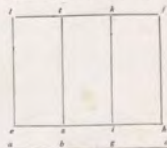
Similiter quoniam proportio *ei.* ad *eh.*, hoc est *le.* ad *eh.*, est sicut quadrati numeri ad quadratum numerum, factus quidem ex numeris *.eh.* *le.* quadratus erit, hoc est superficies *lh.* Inuentus est enim quadratus numerus *.ek.*, cui addita radice, que est *kh.* prouenit quadratus numerus *lh.*; et si ex quadrato *.ek.* auferatur eius radix, remanebit quadratus numerus *.et.*; quod oportebat facere.

Similiter si oportuerit inuenire quadratum numerum, cui additis duabus radicibus, uel diminutis ab eo, fiat semper quadratus numerus: diuidantur tunc adiacentes quadrati *ab.* *ag.* ad per dimidium congrui *.bg.*, et proueniant numeri *.ez.* *ei.* *eh.*, et erit numerus *zi.* *z.*, cui equabitur numerus *ih.*: quare unaquaque superficierum *kh.* et *kz.* erit equalis duabus radicibus quadrati numeri *k.*; et erit similiter proportio *.ez.* ad *.zt.*, sicut quadrati *ab.* ad quadratum *ag.* Quare numerus qui fit ex *ez.* in *.zt.*, hoc est superficies *.et.*, quadratus est; propter eandem et superficies, scilicet numerus *lh.*, est quadratus: inuentus est ergo quadratus *.ek.*, cui additis duabus radicibus, scilicet *kh.* prouenit quadratus numerus *lh.*; et deemptis ab eodem *ek.* duabus radicibus, scilicet *kz.*, remanet quadratus numerus *.zl.*: hoc idem intelligas de tribus, uel pluribus radicibus additis uel diminutis.

Et ut hec in numeris habeantur, quadratus *ab.* sit *.i.*, et quadratus *ag.* sit *.25.*; quadratus quoque *ad.* sit *.49.*; erunt ergo congruum *.bg.* uel *gd.* *.24.*, in quo diuidantur *i.* et *25.* et *49.* proueniet *.ez.* $\frac{1}{24}$, et *ei.* erit $\frac{1}{24}$; et numerus quoque *eh.* erit $\frac{1}{24}$ *2.*: ex ductu quidem *ei.* in *se.* prouenit quadratum *ek.*, quod est $\frac{1}{576}$; cui si addatur id quod fit ex *ki.* in *ih.*, scilicet $\frac{1}{24}$ *i.*, proueniet $\frac{13}{576}$, cuius radix est $\frac{11}{24}$, hoc est $\frac{11}{24}$ *i.*: similiter si auferatur $\frac{1}{24}$ *i.*, hoc est $\frac{6}{576}$ ex $\frac{13}{576}$ ex $\frac{6}{576}$, hoc est numerus *kz.* ex numero *ke.*, remanebit pro superficie *.et.* $\frac{7}{272}$, quorum radix est $\frac{5}{24}$: et si super quadratum aliquem proponatur addi et diminui duas radices, duplicabis quidem numeros *.ez.* *ei.* *eh.*, prouenient $\frac{1}{12}$ et $\frac{1}{12}$ *2.* et $\frac{1}{12}$ *4.*; qui etiam prouenient si diuidatur *.i.* et *25.* et *49.* per dimidium congruum, scilicet per *12.*; et sic radix quesiti quadrati erit $\frac{5}{12}$ *2.*; et sic intelligas de tribus uel pluribus radicibus additis et diminutis.

Omnia trium quadratorum, qui sunt continui impares, maior quadratus addit super medium octo plus quam medius super minorem. Adiaceant tres radices *ab.* *bg.* *gd.* trium datorum quadratorum, qui sunt impares et continui; et sit radix *ab.* minor

* duabus radicibus, ... idem intelligas *
(fol. 32 recto, lin. ultima e margine inferiore; pag. 273, lin. 27 e 28).



fol. 32 verso.

quam $.bg.$, et bg minor quam $.dg.$; dico quadratum, qui fit á numero $.gd.$, addere octo plus super quadratum, qui fit á numero $bg.$, quam addat quadratus, qui fit á numero $.bg.$ super quadratum, qui fit á numero $.ad.$

Quare numeri $.ab.bg.gd.$ sunt radices trium continuorum quadratorum imparium; impares quidem sunt et continui. Quare $bg.$ superhabundat $.ab.$ in duobus, et in tot superhabundat numerus $.gd.$ numerum $.bg.$ Auferantur ergo duo á numero $.bg.$, remaneatque ex eo numerus $b.$: propter eandem si á numero $.gd.$ auferantur duo, scilicet numerus $.cd.$, remanebit $.gc.$ equalis numero $.bg.$ Rursus si á numero $.cg.$ auferatur numerus $.gf.$ equalis utrique numerorum $.ab.be.$, remanebunt duo pro numero $.fc.$; quare totus $.fd.$ est 4. Et quoniam numerus $.ge.$ est id in quo numerus bg superhabundat numerum ab ; et est $.eg.$ duo; addit ergo quadratus, qui fit á numero $.bg.$, super quadratum, qui fit á numero $.ab.$, duplum numerorum $.ab.bg.$, hoc numeri $.ag.$ Similiter et quadratus, qui fit á numero $.gd.$, addit super quadratum $bg.$ duplum numerorum $.bg.gd.$; ergo quot excedit duplum numerorum $bg.gd.$, duplum numerorum $.ab.bg.$, tot excedit numerus qui est inter quadratos, qui sunt á numeris $.gd.gb.$, numerum qui est inter quadratos, qui sunt á numeris $.gb.ba.$: comuniter auferatur duplum numeri $.bg.$, quot | ergo superhabundat duplum numeri $.gd.$ duplum numeri $.ab.$, tot superhabundat numerus qui est inter quadratos, qui sunt á numeris $.dg.gb.$, numerum qui est inter quadratos, qui sunt á numeris $.gb.ba.$ Sed duplum numeri $.ab.$ est sicut duplum numeri $.gf.$; ergo duplum numeri $.gd.$ superhabundat duplum numeri $.ab.$, hoc est duplum numeri $.gf.$ in duplo numeri $.fd.$ Sed duplum numeri $.fd.$ est octo; quaternarius est enim $.fd.$; ergo quadratus, qui fit á numero $.gd.$, addit octo super quadratum, qui fit á numero $.bg.$, plus quam addat quadratus, qui fit á numero $.bg.$ super quadratum, qui fit á numero $.ba.$, ut oportebat ostendere.

Et quoniam secundus quadratus impar, scilicet 9., addit unum octonarium super primum quadratum imparem, scilicet super 1., inuenietur ex his tertium quadratum imparem, scilicet 25., addere duos octonarios super secundum quadratum imparem; et sic semper inuenietur ordinata ascensio quadratorum imparium ascendere per ascensionem numerorum, qui ascendunt per octonarium: hoc idem accidit in quadratis parium numerorum preter ascensionem secundi quadrati paris, scilicet 16., qui addit 12. super primum quadratum parem, scilicet super 4.: deinde pares quadrati ascendunt per octonarios in infinitum numerando supra 12. Vel secundus quadratus par addit super primum quadratum parem tres quaternarios; et tertius super secundum addit quinque quaternarios; et quartus super tertium septem quaternarios; et quintus super quartum nouem; et sic semper adduntur duo quaternarij per ascensionem imparium numerorum usque in infinitum secundum hanc proportionem. Vel primus quadratus parium, scilicet 4., constat ex uno quaternario. Secundus super primum addit tres quaternarios. Tertius super secundum quinque; et sic inuenitur, pares quadratos ascendere per ascensionem quaternariorum, que ascendit per impares numeros ordinate. Similiter inueni quadratos numerorum qui ascendunt per ternarium ordinate, ascendere per ascensionem nouenariorum, qui ascendunt similiter per impares numeros. Verbi gratia: quadratus ternarij est semel 9. Sexnarij addit super primum tres nouenarios, cum sit 36.; super quem quadratus nouenarij addit quinque nouenarios. Sequens uero, scilicet qua-

e qui sunt ... $bg.$, quot a (fol. 32 verso lin. ultima e margine inferiore; pag. 274, lin. 16 e 17).

a b e f c d

fol. 33 recto.

dratus duodenarij, addit .7. nouenarios super quadratum nouenarij; et sic deinceps illud idem inuenj ex ascensione quadratorum, qui sunt á numeris ascendentibus per quaternarium, et per alios numeros in infinitum; ex quibus omnibus collegi solutiones quarundam sequentium questionum. |

Volo inuenire in data proportione duas differentias trium quadratorum. Esto data proportio numeri .a. ad numerum .b., et sint numeri .a.b. primj ad se inuicem; numeri quidem .a.b. aut sunt continui aut non. Sint primum continui, et esto numerus .b. maior quam .a.; et adiacet unitas .c.; et ab unitate .c. in ordine disponantur tot numeri impares, quot sunt unitates in numero .b. maiori, qui sunt .d.e.f.g.; et accipiantur quadrati numerorum .e.f.g., qui sint numeri .h.i.k.; dico quod proportio differentie que est inter quadratum .h. et quadratum .i., ad differentiam que est inter quadratos .i.k., est sicut numerus .a. ad numerum .b.; quod ita probatur: quoniam unitas est .c., et ab ipsa depositi sunt numeri impares ordinate .d.e.f.g., erit .d. 3. et .e. 5. et .f. 7. et .g. 9.; et quadratus, qui fit á numero .e., scilicet numerus .h., est 25.; et quadratus, qui fit á numero .f., scilicet numerus .i., est 49.; et quadratus, qui fit á numero .g., scilicet numerus .k., est 81.; et quia numeri .d.e.f.g. sunt secundum quantitatem unitatum, que sunt in numero .b.; et numeri .d.e.f.g. sunt .iii.^{tes}, erit manifestum quod numerus .b. est .4., et numerus .a. est .3.; et manifestum quod quadratus, qui fit á numero .d., scilicet á ternario, addit super quadratum, qui fit ab unitate .c. unum octonarium; et quadratus, qui fit á numero .e., addit super quadratum numeri .d. duos octonarios. Et quadratus, qui fit á numero .f., scilicet numerus .i., addit super quadratum, qui fit á numero .e., hoc est super numerum .h. tres octonarios, videlicet secundum quantitatem unitatum, que sunt á numero .a.; nec non et quadratus, qui fit á numero .g., addit super quadratum, qui fit á numero .f., scilicet super quadratum .i., quatuor octonarios, scilicet secundum quantitatem unitatum, que sunt in numero .b.: quare proportio differentie, que est inter quadratos .h.i., ad differentiam, que est inter quadratos .i.k., est sicut .a. ad .b., hoc est sicut 3. ad 4. Et si numerus .a. esset .10., et .b. 11., secundum ea que dicta sunt, addendi essent simul 10. et 11. et 21, que inde proueniunt, essent radix medianj quadrati: quare .19. erit radix minoris quadrati, et 23 erit radix maioris. Sunt enim 19. et 21 et 23 continui impares; et est .21. decimus numerus impar ab unitate. Quare quadratus, qui fit ab ipso .21., scilicet 441., addit super quadratum, qui fit á .19., scilicet super .361., decem octonarios. Et quadratus, qui fit á 23., cum sit undecimus numerus impar ab unitate, addit super quadratum, qui fit á 21, scilicet 529 super 441, undecim octonarios: quare differentia, que est inter 361 et 441., scilicet .80., est ad differentiam, que est inter 441 et 529., | scilicet ad 88., sicut .19. ad 11. Nam quam proportionem habet .80. ad 88., eandem habet $\frac{1}{2}$ de 80. ad $\frac{1}{2}$ de 88., scilicet 10 ad 11; quod oportebat ostendere.

Et si non sunt numeri .a.b. continui, erunt ipsi numeri aut impares collaterales, aut non. Sint primum collaterales impares; et quoniam quadrati, qui sunt á paribus numeris, ordinate ascendunt per quadruplicatam ascensionem imparium numerorum, ut 4., qui est quadratus binarij, scilicet primj paris numeri, qui ascendit per quantitatem unius quaternarij; et 16., qui est quadratus secundi paris numeri, scilicet quaternarij, qui surgit per quadruplicatam ascensionem duorum imparium numerorum, scilicet de .1. et 3., erit manifestum quod unusquisque quadratus par addit duos quaternarios plus

fol. 23 verso.

* Volo inuenireb. maiori * (fol. 23 verso, lin. 4—5 et 6; * marginis superioris, pag. 275, lin. 5—9).

a		b	
1	3	5	9
7	9		
4	49	81	

fol. 24 recto.

* numerorum ... secundum * (fol. 24 recto, lin. 6; pag. 275, lin. 39—40).

a		b	

super antecedente quadratum parem super quaternarios, quos addit ipse antecedens quadratus super suum antecedentem quadratum; hoc quod tertius quadratus par addit super secundum quadratum parem quinque quaternarios, cum secundus quadratus par addit super primum tres quaternarios, scilicet .16. super .4.; et quartus quadratus par addit super tertium quadratum septem quaternarios; et ita accidit omnibus per ordinem. Vnde cum uolumus inuenire duas differentias inter tres quadratos numeros, quarum proportio sit sicut duo numeri impares collaterales, ut dicamus sicut 11. est ad 13. Accipiemus inter pares quadratos continuos, quorum medianus quadratus addat super antecedentem quadratum parem .11. quaternarios. Qui tres quadrati ita possunt inueniri. Addantur .11. cum .13. erunt .24.; quorum quarta pars multiplicetur per .2, scilicet per radicem primj paris quadrati, erit .12., qui sunt radix medianj quadratj; et 10 erit radix primj quadratj, et 14 erit radix secundi quadratj: possumus etiam hoc idem inuenire inter quadratos, qui fiunt á numeris ascendentibus per ternarium. Verbi gratia: uolumus inuenire duas differentias inter tres quadratos numeros, quarum proportio sit sicut 19. est ad .21., qui sunt collaterales impares; addemus .19. cum .21., et 40. que proveniant, diuidemus per 4.; et 10 que inde proveniunt, multiplicabimus per 3, scilicet per radicem primj quadratj ipsius ordinis, erunt .30., que erunt radix medianj quadratj. Quare radix minoris quadrati erit .27. et radix maioris erit .33. Nam quadratus qui fit á 20., scilicet 900., addit super quadratum qui fit ad 27., scilicet super 729. nouenarios .19.; et quadratus qui fit á 33., scilicet .1089., addit super .900. nouenarios .21.; et sic proportio differentie, que est inter 729 et 900., scilicet 171., est ad differentiam que est inter 900 et 1089, scilicet ad 189, sicut 19 ad 21; hoc uolumus: quod etiam inueniatur inter quadratos, qui fiunt á numeris ascendentibus per quaternarium, uel quinarium, uel per alium quemlibet numerum.

fol. 34 verso.

Er si proportio duarum differentiarum, que sunt inter tres quadratos, fuerit sicut aliquis quadratus .a. ad aliquem quadratum .b., uolero ipsos tres quadratos inuenire. Ponam numerum .c. medium inter .a.b. in proportionem continua cum possibile. Quia, ut in Euclide habetur, inter duos quadratos numeros unus medius intercedit numerus, et procreabitur numerus .c. ex multiplicatione radicis numeri .a. in radicem numeri .b.; et erit sicut .a. ad .c., ita .c. ad .b.; et sicut .c. est ad .b., ita .b. sit ad .d.; et erunt numeri .a.c.b.d. continue proportionales: quare erit sicut .a. ad .b., ita .c. ad .d.; et sit quadratus numeri .a. numerus .e.f., et quadratus numeri .c. numerus .e.g. Iusuper et quadratus numeri .b. numerus .e.h.; dico, differentias que sunt inter quadratos .e.f. et .e.g. et .e.h., scilicet numeri .f.g. et .g.h., proportionem habere ad se inuicem, eam quam habet quadratus numerus .a. ad quadratum numerum .b.; quod sic probatur. Quoniam numerj .a. c. b. continuo proportionales sunt, est sicut .a. primus ad .b. tertium, ita quadratus numeri .a. primj ad quadratum numeri .c. secundi, ut in geometria aperte monstratum est. Est enim quadratus numeri .a. numerus .e.f., et quadratus numeri .c. numerus .e.g.; ergo est sicut .a. ad .b., ita numerus .e.f. ad numerum .e.g. Rursus quoniam numeri .c. b. d. continue proportionales, est sicut .c. ad .d., ita quadratus numeri .c., scilicet numerus .e.g., ad quadratum numeri .b., scilicet ad numerum .e.h. Sed sicut .c. est ad .d., ita fuit .a. ad .b.; ergo sicut .a. ad .b., ita numerus .e.g. ad numerum .e.h.; fuit etiam sicut .a. ad .b., ita .e.f. ad numerum .e.g.

* radix numeri ... ita .c. ad .b., s (fol. 34 verso, lin. 9; pag. 276, lin. 29 e 30)

$$\frac{10}{a} \quad \frac{19}{c} \quad \frac{21}{b} \quad d$$

* cum quatuor ... probatur. Quoniam s (fol. 34, verso, lin. 15; pag. 276, lin. 14 e 25).

$$a \quad c \quad b \quad d$$

Numeri ergo *ef.* et *eg.* et *eh.* continue proportionales sunt. Et quoniam est sicut *ef.* ad *eg.*, ita *eg.* ad *eh.*: disiunctim ergo erit sicut *ef.* ad *fg.*, ita *eg.* ad *gh.*: permutatim ergo sicut *ef.* ad *eg.*, ita *fg.* ad *gh.*; sed *ef.* ad *eg.* est sicut *a.* ad *b.*; ergo sicut *a.* ad *b.*, ita *fg.*, scilicet differentia que est inter quadratos *ef.* et *eg.*, est ad *gh.*, scilicet ad differentiam que est inter quadratos *eg.* et *eh.*: que etiam ostendantur cum numeris. Esto quidem numerus *a.* 16., et numerus *b.* 25.; quare numerus *e.* erit 39., qui procreatur ex ductu radicis de 16 in radicem de 25; et est sicut 16. ad 20, ita 20 ad 25.; et erit quadratus numeri *a.*, scilicet numerus *ef.*, 256.; et quadratus numeri *e.*, scilicet numerus *eg.*, 400.; et quadratus numeri *b.*, hoc est numerus *eh.*, | est 625: vnde si ex *eg.* auferatur *ef.*, remanebunt 144. pro numero *fg.*; et si auferatur quadratus *eg.* ex quadrato *eh.*, scilicet 400. de 625., remanebunt 225. pro numero *gh.* sunt enim 144. ad 225. sicut 16. sunt ad 25.; et hoc uolui demonstrare.

fol. 25 recto.

Et si data proportio duarum differentiarum cadentium inter tres quadratos non fuerit aliqua suprascriptarum, videlicet ex continuis, uel ex imparibus collateralibus numeris, aut ex duobus quadratis. Solutionem quarum ex ascensione octonariorum cadentem inter quadratos impares, que fit ex numeris continue ascendentibus ab unitate, ex ascensione quaternariorum cadente inter pares quadratos numeros, que fit ex numeris ab unitate ascendentibus per impares numeros. Inuenimus hoc ordine. Ponamus ut proportio duarum differentiarum cadentium inter tres quadratos numeros fiat sicut 2. est ad 9.

Accipiam primum quadratum qui fit á quinario, qui addit super quadratum sibi antecedentem imparem duos octonarios. Et habeo ipsum pro primo quadrato, si possibile fuerit; et proportionabo ipsos duos octonarios cum octonarijs, quos addit sequens quadratus impar super quadratum quinarium, scilicet cum 3. octonarijs: et quia proportio de 2. ad 3. non est sicut 2. ad 9, super tres octonarios addam quatuor octonarios, quos* addit quadratus nouenarium super quadratum septenarium, et erunt septem octonarij; et erit proportio duorum octonariorum ad septem octonarios sicut 2. ad 7. Sed proportio de 2. ad 7. est maior proportionem quam habet 2. ad 9. Quare super 7. octonarijs addam multitudinem octonariorum additionis sequentis imparis quadrati, eius videlicet qui fuit ab 11, erunt octonarij 12.; ad quem numerum, cum duo habeant minorem proportionem quam ad 9., duplicabo numeros proportionis, scilicet 2. et 9., et habeo 4. et 18. Et considerabo proportionem quam habet 4. ad sequentem sibi numerum, scilicet ad 5., uel ad duos sequentes numeros, scilicet ad 5. et ad 6., uel ad tres sequentes numeros, donec inueniam inde proportionem quam habet 4. ad 18.; et hoc erit cum accepero á quaternario tres sequentes numeros, scilicet 5. et 6. et 7., qui faciunt 18.; ad quem numerum 4. habet proportionem, eam quam habet 2. ad 9.: et propter hoc inuenta est solutio questionis, et habeo pro maiorj quadrato ipsum qui est á 15., scilicet 225.; que 18. habentur ex duplo de 7., uno addito; et est quadratus, qui fit á 15., addens super quadratum, qui fit ad 12, septem octonarios; | et quadratus, qui fit á 12, addit super quadratum qui fit ab 11. sex octonarios; et quadratus, qui fit ab 11, addit super quadratum qui fit á 9 quinque octonarios; et sic quadratus, qui fit ad 15, addit super quadratum qui fit á 9, octonarios 18.; et quadratus,

fol. 25 verso.

qui fit á 9, addit super quadratum qui fit á 7, quatuor octonarios; et sic proportio differentie, que est inter quadratum qui fit á 7, et quadratum qui fit á 9., scilicet inter .49. et 81., erit ad differentiam, que est inter 81 et 225, sicut .2. ad 9; et hoc est quod uoluj demonstrare.

Soluuntur etiam omnes suprascripte questiones et eorum consimiles in quadratis qui fiunt á duplo uel á triplo uel á quolibet alio multiple numerorum, á quibus fiunt quadratj suprascriptorum (*sic*) inuentionum. Verbi gratia: fuerunt quadrati suprascripti questionis á 7 et á 9 et á 15. Quare si duplicauimus hos tres numeros, habebimus pro radice minoris quadrati 14., et pro radice medianj .18., et pro radice maioris .30.; et erit similiter proportio differentiarum, que sunt inter quadratos, qui fiunt ab ipsis numeris, sicut 2 ad 9; quod ostendam in lineis: sit linea .*ab*. 49., scilicet quadratus septenarij; et *ac*. sit 81., scilicet quadratus nouenarij; et *ad*. sit quadratus qui fit 15; et *ez*. sit quadratus qui fit á 14.; et *ei*. sit quadratus qui fit á 18; et *et*. sit quadratus qui fit á 30. Et quoniam numeri, á quibus fiunt quadratj *ez*. *ei*. *et*., dupli sunt numerorum, á quibus fiunt quadrati .*ab*. *ac*. *ad*., erit unusquisque quadratorum *ez*. *ei*. *et*. quadruplus sui similis, scilicet *ez*. ex *ab*. et *ei*. ex *ac*. et *et*. ex *ad*. Et quoniam totus *ei*. ex toto *ac*. quadruplus est, et *ez* ex *ab*. similiter est quadruplus, reliquus *ei* ex reliquo *bc*. quadruplus est. Similiter ostendetur, *it*. quadruplus esse ex *cd*; quare est sicut *bc*. ad *cd*, ita *zi*. ad *it*. Est enim *bc* ad *cd*. sicut 2 ad 9; et *zi*. ad *it*. est similiter sicut 2 ad 9. Similiter si numeri, á quibus essent quadratj *ez*. *ei*. *et*., essent tripli numerorum, á quibus quadratj *ab*. *ac*. *ad*., esset unusquisque quadratorum *ez*. *ei*. *et*. nonuplus sui similiter; quare differentia *zi*. esset nonupla ex differentia *bc*., et differentia *it*. ex differentia *cd*.; quare esset sicut *bc*. ad *cd*., ita *zi*. ad *it*.; et hoc uoluj demonstrare.

Et si proportio dvarum differentiarum, que sunt in tres quadratos, fuerit sicut .11. est ad 43, erit primus quadratus .25. Secundus 729. Tertius 2481; quos hoc ordine inuenj. Posui primum pro mediano quadrato quadratum | qui fit á 23, cum ipse addat 11 octonarios super quadratum qui fit á 21; et inuestigauj proportionem quam habet .11. ad primum sequentem sibi numerum, uel ad duos, uel ad plures, et non inuenj cum ipsis numeris proportionem quam habet 11. ad 43; quia si addatur 12 et 13 et 14, qui secuntur 11. in ordine numerorum, non faciunt ultra .39.; ad quem numerum .41. habet maiorem proportionem quam ad 43.: et si cum ipsis 39. addatur sequens numerus, scilicet .45., ueniant 54.; ad quem numerum .41. habet minorem proportionem quam ad 43; et propter hoc duplicauj .41. et 43, et triplicauj etiam, et per unumquemque numerorum, qui sunt usque in .7., multiplicauj eos, et non inuenj inter continuos numeros proportionem quam querebam: ad extremum octuplicauj .41. et 43., et habui 88. et 244.; et diuisi .88. per .41., et prouenerunt .8.; circa quem posui decem numeros sibi continuos, et fuit 8. medius inter eos; et fuerunt .11. numeri, qui insimul aggregatj faciunt .88., ex quibus minor numerus est .3., maior .43.: et duplicauj 43., et addidj .1., et prouenerunt .27., cuius quadratus addit octonarios .12. super quadratum qui fit á 25; et quadratus, qui fit á 25, addit 12 octonarios super quadratum qui fit á 23; et sic inuestigando inuenj, quadratum, qui fit á 27, addere super quadratum qui fit á

et sit lineæ . . . quadratus x (fol. 35 verso, lin. 16—17; pag. 278, lin. 11—12).

a b c d

et ei. ex ac. . . quadratus plus x (fol. 35 verso, lin. 22—23; pag. 278, lin. 17).

a b c d

Ed. 36 recto.

5. octonarios .88., qui proueniunt ex aggregatione numerorum, qui sunt á 13 usque in .3., scilicet ex undecim numeris ordinatis.

Deinde accepi .14. cum suis sequentibus numeris usque in 29, et aggregauí eos, et habui .344., scilicet octuplum de 43.; et super duplum de 29. addidí .1., et habui .59. pro radice maioris quadratj, scilicet de 3481, qui addidit octonarios .29. super quadratum sibi antecedentem impari, scilicet super eum qui fit á .57.; qui quadratus addit super quadratum, qui fit á 55., octonarios 29.; et sic addendo omnes octonarios, quos addunt antecedentes quadratj, qui sunt á quadrato, qui fit á 59. vsque ad quadratum qui fit á 27, super suos consequentes, collegj, quadratum, qui fit á 59., addere super quadratum, qui fit á .27., octonarios 344.: quare proportio differentij, que est inter quadratum qui fit á quinario, et quadratum qui fit á 27, est ad differentiam que est inter quadratum qui fit á 27., et quadratum qui fit á 59., sicut .11. ad 43; que etiam proportio inuenietur in quadratis, qui sunt á duplo uel ab alio quolibet multiplice radicum inuentarum.

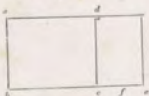
fol. 26 verso.

Volo inuenire tres quadratos numeros, ut additio primj et secundi, nec non ipsorum trium numerorum faciat quadratum numerum: Inueniam primum duos quadratos numeros, ex quorum additione proueniat quadratus numerus, et fiant á numeris primus adse inuicem. Sintque 9 et 16, ex quorum additione proueniunt 25., qui est quadratus numerus: et accipiam quadratum, qui colligitur ex aggregatione omnium imparium numerorum, qui sunt infra .25.; qui quadratus est .144., cuius radix est medietas duorum extremorum ipsorum imparium numerorum, scilicet de .1. et .23. Ex aggregatione quidem de 144 et 25 proueniunt .169., qui numerus quadratus est; et sic inuenti sunt tres numeri quadratj, quorum duo, nec non et omnes simul aggregatj faciunt quadratum numerum: super quem etiam quadratum si addatur quadratus numerus, qui colligitur ex omnibus imparibus numeris, qui sunt ab uno usque in 167., cuius quadrati radix est .84., scilicet medietas de 168, proueniunt 7225, qui numerus est quadratus, et eius radix est .85.; et sic inuenti sunt quatuor quadratj, quorum duo uel tres, nec non et omnes simul coniuncti faciunt quadratum numerum: super quibus etiam 7225. possumus tres quadratos diuersos addere, et cum unoquoque ipsorum faciet quadratum numerum, ex quibus primus est quadratus proueniens ex omnibus imparibus numeris, qui sunt infra .7225., cuius radix est: 3612. Secundus uero quadratus prouenit ex aggregatione omnium imparium numerorum, qui sunt sub quinta parte de .7225., detractis inde duobus imparibus eidem quinq. parti collateralibus, cuius quadrati radix est 720. Tertius quidem quadratus prouenit ex imparibus omnibus, qui sunt sub $\frac{1}{25}$ de 7225, dentis ex eis duodecim imparibus ipsius $\frac{1}{25}$ partis collateralibus, cuius quadrati radix est 132.; et sic possunt infinitj quadratj numeri inueniri, qui disiuncti et simul agregatj, secundum istum ordinem, facient numerum quadratum.

*Questio mihi proposita a magistro Theodoro
domini imperatoris phylosopho.*

Volo inuenire tres numeros, qui insimul aggregati cum quadrato primj numeri faciant quadratum numerum. Super quem quadratum, si addatur quadratus secundi, egrediat inde quadratus numerus; cum quo quadrato, addito quadrato tertij, similiter quadratus numerus inde proueniat. Inueniendi sunt primj tres numeri quadratj, quo-

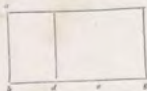
* radice similibus * (fol. 37 recto, lin. 3, 4—9; pag. 280 lin. 4—9).



rum duo simul aggregatj faciant quadratum | ex aggregatione ipsorum trium ueniat item quadratus numerus. Et minor eorum sit plus radicibus reliquorum duorum quadratorum. Sintque 36 et 64 et 576, et erit radix secundj numeri .s., tertij .24.; que radices habeantur pro secundo et tertio numero quesitorum trium numerorum. Et Ponam pro primo numero radicem, et aggregabo hos tres numeros simul, et habebō 32 et radicem; super quem addam quadratum radices, et habebō 32 et quadratum et radicem; que omnia uolo ut equeantur primo posito quadrato, scilicet .36.; et auferam ab utraque parte 32, et remanebunt quadratus et radix equales un^{ae} unitatibus. Vnde qualiter in similibus operandum sit, ponam pro quadrato quadratum .ac., cuius unumquodque latus sit equale posite radices; et addam ei superficiem .de. rectiangulari, que sit una radix quadratj .ac.; quare .ce. erit .1., et .dc. est radix, cum sit unum ex lateribus quadrati .ae.; et dimidiabo .ce. super .f., et erit unaquaeque sectionum .cf. et .fe. medietas unius.

Et quia inuenimus, quadratum et radicem equari un^{ae} unitatibus, erit manifestum quod superficies .ae. rectiangularis erit .4.; que superficies provenit ex .ab. in .be., hoc est ex .bc. in .be.: et quia linea .ce. diuisa est in duo equa super .f., et in directo eius addita est quedam recta .cb., erit superficies .bc. in .be. cum quadrato lineae .cf. equalis quadrato lineae .bf. Sed ex .bc. in .be. proueniunt .4.; quibus si addatur quadratus numeri .cf., qui est $\frac{1}{4}$, habebuntur $\frac{1}{4}$ 4 pro quadrato numeri .bf.; qui numerus cum non habeat radicem, dicemus, numerum .bf. esse radicem de $\frac{1}{4}$ 4; de quo si auferatur numerus .cf., qui est $\frac{1}{4}$ unius, remanebit pro radice .bc. radix de $\frac{1}{4}$ 4 minus $\frac{1}{4}$ unius; qui numerus, quamuis sit iratiocinatus, habebitur pro primo numero quesito, et secundus erit .s., tertius 24. Verbi gratia: ex aggregatione quidem horum trium numerorum habentur $\frac{1}{4}$ 31 et radix de $\frac{1}{4}$ 4; super quam aggregationem si addamus quadratum primj numeri, qui est $\frac{1}{4}$ 4 minus radice de $\frac{1}{4}$ 4, habebuntur 36; qui numerus quadratus est. Super quem si addantur .64., scilicet quadratus secundj numeri, uenient 100.; qui numerus quadratus est, et radix eius est .10.; super quem quadratum si addantur 576., scilicet quadratus tertij numeri, habebuntur 676; qui numerus quadratus est, et radix eius est 26.; et hoc uolumus.

* contemprumbd. equalis a (fol. 37 verso, lin. 1, 2—6; pag. 280, lin. 32—36).



Er ut solutio questionis suprascripte habeatur in numeris ratiocinatis, Ostendendum | est primum, quod quando quarta unius integj additur super aliquem numerum contemptum sub duobus numeris ratiocinatis, quorum unus excedat alterum in .1., procreatur inde quadratus numerus; quod ostendatur in superficie .ag., que contineatur sub duobus numeris ratiocinatis, quorum maior excedat alterum in .1., qui sunt .ab. et .bg.; et maior eorum esto .bg., et auferatur á maiorj .bg. unitas .gd., remanebit numerus .bd. equalis numero .ab.; et diuidatur unitas .gd. in duo equa super .e., et erit .de. medietas unius integj. Quare .de. medietas est ratiocinata. Est enim et numerus .bd. ratiocinatus. Quare totus .be. numerus ratiocinatus est; et quadratus, qui fit ab ipso, ratiocinatus est: cuj quadrato equatur superficies, que fit ex .bd. in .bg., hoc est ex .ab. in .bg. cum quadrato qui fit á .de. Sed quadratus, qui fit ex .de., est $\frac{1}{4}$ unius; et numerus, qui prouenit ex .ab. in .bg. est contemptus sub duobus numeris ratiocinatis, quorum unus excedit alium in 1. Ergo cum additur $\frac{1}{4}$ cum

numero facto à duobus numeris, quorum unus addat super alterum .1., prouenit inde quadratus numerus; et hoc uolui demonstrare.

Er notandum quod omnes numeri integri, qui fiunt à duobus collateralibus, scilicet continuis, proueniunt ex ordine ex ordinata parium numerorum aggregatione. Nam .2., qui prouenit ex unitate ducta in .2., habetur ex primo parj numero; et 6, qui fiunt ex ductis .2. in 3., habentur ex aggregatione primorum duorum parium numerorum; et .12., que ueniunt ex 3 ductis in 4., habentur ex aggregatione trium parium numerorum, scilicet de .2 et 4 et 6.; et hoc eodem ordine ex decem paribus numeris prouenit numerus factus ex 10 uicibus 11: quod idem intelligatur in omnibus reliquis numeris, qui fiunt à duobus continuis numeris integris. Et sciendum quod omnis impar potest diuidj in duos numeros continuos, ut 7. qui diuiditur in .3. et 4.

Nunc ostendere uolo quod quando de aliquo quadrato numero tolluntur aliquot radices eius, et numerus ipsarum radicum diuidatur in duas partes, quarum una addat super alteram .1.; et multiplicetur una ipsarum partium per aliam, et quod prouenit, addatur cum residuo quod de quadrato remanet, radicibus dentis, veniet inde numerus contemptus sub duobus numeris inequalibus, quorum maior addit .1. super minorem. Ad quod demonstrandum, Adiaceat | tetragonum *ag.*, et tollatur ex eo aliquot radices eius, que radices contineat (*sic*) superficiem *eg.*; quare numerus *fg.* continet tot unitates quot radices ex quadrato *ag.* sunt in superficie *eg.*; et diuidatur numerus *fg.* in duas partes, quarum maior addat 1. super minorem, que sint *f.i.* *i.g.*; et maior earum sit *ig.* Dico quod cum de quadrato *ag.* tollitur superficies *eg.* residuum, scilicet superficies *af.* cum superficie que fit ex *if.* in *ig.*, facit numerum factum ex duobus inequalibus numeris, quorum maior addit .1. super minorem; et hoc est de quadrato *ag.* tollere superficies *eg.* minus superficie que fit ex *if.* in *ig.* Ponamus siquidem numerum *gh.* equalem numero *if.*, et remanebit *ih.* unum; quod diuidatur in duas medietates, que sunt *zi.* *zh.*, et erit totus *fg.* diuisus in duo equalia super .2., et in duo inequalia super *i.* Quare multiplicatio *fi.* in *ig.* cum quadrato qui fit ab *iz.*, equatur quadrato numeri *fz.* Rursus quoniam numerus *fg.* diuisus est in duo equa super .2., et ei additus est numerus *bf.*, erit multiplicatio *bg.* in *bf.*, hoc est multiplicatio *ab.* in *bf.* cum quadrato numeri *fz.*, equalis quadrato numeri *bz.* Sed quadrato numeri *fz.* equalis est superficies *fi.* in *ig.* cum quadrato qui fit ab *iz.* medietate. Ergo multiplicatio *ab.* in *bf.*, hoc est superficies *af.* cum multiplicatione *fi.* in *ig.*, et cum quadrato numeri *iz.* equatur quadrato numeri *bz.* Rursus quoniam *ih.* unitas diuisa est in duo equa super punctum *zi.*, et ei additus est numerus *bi.*, erit multiplicatio *bi.* in *bh.* cum quadrato *iz.* equalis; sed quadrato *bz.* equales sunt superficies *af.* et superficies *fi.* in *ig.* cum quadrato *iz.*; ergo superficies *bi.* in *bh.* cum quadrato *iz.* equalis est superficiebus *af.* et *fi.* in *ig.* et quadrato *iz.* Communiter auferatur quadratus ex *iz.*, remanebit superficies *af.* cum superficie *fi.* in *ig.* equalis superficiei *bi.* in *bh.*: sed superficies *bi.* in *bh.* fit ex duobus numeris, quorum unus addit .1. super alterum, qui sunt *bi.* et *bh.*; est enim *ih.* 1. Que etiam ostendatur cum numeris: quadratus quidem *ag.* sit 100, et erit unumquodque latus .10.; et auferantur à quadrato *ag.* 7. radices eius minus multiplicatione *fi.* in

fol. 38 recto.

* venient ... in .7. Est * (fol. 38 recta, lin. ultima e margine inferiore; pag. 282, lin. 2-3).



dus 144., tertius 360., quorum aggregatio surgit in .539.; super quibus addito quadrato
 primj numeri, scilicet 1225., veniunt 1764.; qui numerus quadratus est, et eius radix
 est .42.: super quo quadrato addito quadrato numeri secundi, qui est 29736, veniunt
 22500.; qui numerus quadratus est, et radix eius est .150.: super quo quadrato addito
 quadrato tertij numeri, scilicet 129600., veniunt .152100.; qui numerus quadratus est, et
 radix eius est .390. Quos numeros inuenj ex positione horum trium quadratorum, sci-
 licet de 49 et 576 et de 3600., quorum duo, nec non et ipsi tres simul additj faciunt
 quadratum numerum. Et aggregaui radices secundi et tertij, scilicet 24 et 60, fuerunt
 84.; que diuisi per radicem primj quadrati, scilicet per 7., et uenerunt .12.: et propter
 hoc oportuit me inuenire quadratum numerum, de quo cum tollerem .12. radices eius,
 remaneret numerus factus ex duobus numeris inequalibus, quorum unus adderet .1.
 super alium. Vnde accepi 13., et diuisi ipsum in partes continuas, scilicet in .6. et 7.;
 que multiplicauimus insimul, et fuerunt 42.: et oportuit me inuenire quadratum, cuius
 13. radices minus .12. dragmis equaretur 12. radicibus eiusdem; et processu postea pre-
 dicto ordine, et habui numeros superscriptos; ex quibus etiam quadratis inuenj hos
 alios tres numeros, scilicet $\frac{2}{3}$ 10 et 64 et 160. Et non solum per hunc modum tres nu-
 meri diuersis modis possunt inueniri; sed etiam inueniuntur quatuor cum quatuor nu-
 meris quadratis, quorum duo per ordinem et tres, nec non et omnes simul coniuncti |
 fecerint quadratum numerum. Ergo autem cum his quatuor quadratis numeris, scilicet
 cum et et et (*) Inuenj hos quatuor numeros, quorum primus est 1295,
 Secundus $\frac{6}{7}$ 4566, Tertius $\frac{1}{2}$ 11417, Quartus uero est 79929.; et eorum aggregatio est 97199.
 Super quo numero, si addatur quadratus primj numeri, scilicet 1677025, venient 1774224;
 qui numerus quadratus est, et eius radix est 1332. Super quo etiam quadrato (***)

fol. 29 verso.

(*) Le quattro lacune indicate con punti nella linea 20 di questa pagina, trovansi nel rovescio della carta 29 del Codice Ambrosiano E. 75, *Parte superiore*.

(**) La parte scritta del rovescio della carta 29 del Codice Ambrosiano E. 75, *Parte superiore*, finisce in tronco alla parola *quadrato*, non contando che otto linee, l'ultima delle quali è incompleta. Il rimanente di questo Codice, è interamente bianco.



Fr. Hieron. Gigli Ord. Praed. S. P. A. Mag.

IMPRIMATUR

Fr. A. Ligi-Bussi Min. Conv. Archiep. Icon. Vicesg.



BIBLIOTECA

Scuola Normale Superiore

